VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Vijftiende Deel. — Eerste Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1863.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Vijftiende Deel.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1863.

GEDRUKT BIJ W. J. DE BOEVER KRÖBER.

INHOUD

VAN HET

VIJFTIENDE DEEL.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

Vergadering	gehouden	op	den	25sten	October	1862.	blz.	45.
〃	〃	〃	〃	29sten	November	〃	〃	111.
〃	〃	〃	〃	27sten	December	〃	〃	221.
〃	〃	〃	〃	31sten	Januarij	1863.	〃	286.
〃	〃	〃	〃	28sten	Februarij	〃	〃	311.
〃	〃	〃	〃	28sten	Maart	〃	〃	353.
〃	〃	〃	〃	24sten	April	〃	〃	421.

VERSLAGEN.

J. P. DELPRAT en F. W. CONRAD, Vierde vervolg op het Verslag over de Verzakking te Nijmegen. 1862. blz. 108.

Vierde Verslag over den Paalworm. . . . . „ 293.

VERHANDELINGEN.

S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, Over eene merkwaardige soort van tweevleugelig Insect, *Antidoxion Fulvicorne* . . . . blz. 1.

——— Beschrijving van eenige nieuwe soorten van Diptera. (*Met eene Plaat*). . „ 8.

P. BLEEKER, Treizième Mémoire sur la faune ichthyologique de l'île d'Amboine . . . . „ 19.

——— Glyphidodon Westermanni, une nouvelle espèce de Java. . . . . „ 30.

——— Sur les genres de la Famille des Cobitioïdes . . . . „ 32.

F. J. STAMKART, Nota over de middelbare hoogte der zee met betrekking tot het Amsterdamsche peil, gewoonlijk aangewezen door de letters A. P. . . . „ 59.

P. BLEEKER, Description de trois espèces nouvelles de Siluroïdes de l'Inde Archipélagique . . . . . . „ 70.

J. P. DELPRAT, Over het bepalen der krachten door de belasting der Traliebruggen in de deelen van de liggers ontwikkeld. (*Met eene Plaat*). . . . . . . blz. 77.

F. C. DONDERS, Refractie-anomaliën, oorzaken van Strabismus . . . . „ 121.

F. KAISER, De volledige bepaling van persoonlijke fouten bij sterrekundige waarnemingen . . . . . . „ 173.

V. S. M. VAN DER WILLIGEN, Nog iets over Electrische Ringen . . . . „ 229.

P. BLEEKER, Beschrijving en afbeelding van eene nieuwe soort van Brama (*Abramis*) uit de omstreken van Leiden. (*Met eene Plaat*). . . . . „ 235.

——— Description de quelques espèces nouvelles de Cyprinoïdes du Ceylan . . . . „ 239.

——— Description d'une nouvelle espèce du genre Nemacheilus . . . . „ 254.

——— Sur une nouvelle espèce de Poisson du Japon, appartenant à un nouveau genre . . . . . „ 257.

——— Notice sur les noms de quelques genres de la Famille des Cyprinoïdes . . . . „ 261.

——— Dixième notice sur la Faune Ichthyologique de l'île de Ternate . . . . „ 265.

P. Q. BRONDGEEST, Nieuwe methode om het aantal en den duur der Hartslagen te registreren . . . . „ 267.

F. KAISER, Voorloopig Verslag der waarnemingen omtrent de planeet Mars, bij haren tegenstand in het jaar 1862, volbragt aan de Sterrewacht te Leiden . „ 321.

F. A. W. MIQUEL, Over de Cycadeën in Nieuw-Holland. blz. 363.

G. J. VERDAM, Aanteekening op de Verhandeling over de Hoofdassen van Ligchamen, voorkomende in Deel XIV (blz. 149 en verv.) van de *Verslagen en Mededeelingen* der Koninkl. Akademie v. Wetenschappen, Afd. Natuurkunde . . . . „ 377.

V. S. M. VAN DER WILLIGEN, Over Electrische ontlading in het luchtledige . . . . „ 389.

F. C. DONDERS, Bepaling van den Brandpuntsafstand van Lensen . . . . „ 402.

——— De formule der Accommodatiebreedte, getoetst aan de inwendige verandering van het oog. „ 408.

R. VAN REES, Over de Analogie van de theoriën der Electrostatische influentie des galvanischen strooms en der warmtegeleiding . . . . „ 428.

P. BLEEKER, Notices sur une collection de Poissons de la nouvelle Hollande faite à Port-Jackson. . . . „ 442.

——— Sur deux nouvelles espèces de Citharichthys de Suriname et de Guatimale . . . . . . „ 452.

——— Sur une nouvelle espèce de Synaptura du cap de Bonne Espérance . . . . „ 456.

——— Notice sur le genre ichthyophis Less. et sur l'ichthyophis tigrinus et l'ichthyophis pantherinus de Lesson . . . . „ 460.

OVER EENE

MERKWAARDIGE SOORT

VAN

TWEEVLEUGELIG INSECT,

ANTIDOXION FULVICORNE.

DOOR

S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN.

De Diptera worden steeds en door iederen schrijver over die Orde in twee hoofd-afdeelingen verdeeld, welke zoo zeer van elkander in levenswijze verschillen, dat de tweede, de minst rijke aan soorten, door eenige Engelsche schrijvers tot den rang van afzonderlijke orde is verheven. De eerste heeft geen' bijzonderen naam, de andere werd door LATREILLE die der *Pupipara* genoemd. Zij onderscheidt zich van de eerste door het gemis van afscheiding tusschen kop en borststuk, waardoor zij eenigzins een' overgang tot de Arachniden aanbiedt, en doordien de larve steeds verborgen blijft in het achterlijf der moeder, hetgeen door den naam ook uitgedrukt wordt.

LATREILLE is de eerste geweest, die de grootste dezer hoofdafdeelingen in vier familiën heeft verdeeld, namelijk:

1°. die der Nemocera, welke sprieten van zeer vele leedjes

hebben en eene volkomen gedaantewisseling met onbekleede pop.

2°. die der Tanystoma, met sprieten van 3 leedjes en gewoonlijk nog een borstelhaar; bij wie de gedaantewisseling is als bij de eerste familie.

3°. die der Notacantha, bij wie de pop in de larvenhuid blijft opgesloten en het derde lid der sprieten door insnijdingen verdeeld is, terwijl de zuiger uit 4 deelen bestaat.

4°. die der Athericera, bij wie evenzeer de pop in de larvenhuid blijft opgesloten, doch de sprieten uit drie ongeringelde leedjes bestaan en de vliezige slurp de beide palpen draagt.

In het *Règne Animal* van CUVIER heeft LATREILLE deze verdeelingen gewijzigd; hij verdeelt daar de 2e hoofdafdeeling dadelijk in twee onder-afdeelingen, waarvan de eerste de familie der Nemocera bevat, gekenmerkt door sprieten van meer dan 6 tot een zeer groot aantal leedjes, terwijl hij van de andere onder-afdeeling dit zegt: „Tous les Diptères suivants ont, un très-petit nombre excepté, leurs antennes composées de trois articles."

Welke geslachten dit *très-petit nombre* uitmaken, blijkt uit het vervolg, waar wij lezen: „la 4e famille, celle des Notacanthes nous offre des antennes, dont le troisième et dernier article est divisé transversalement en manière d'anneaux, ou qui sont même (voyez les *Chiromyzes*) composées de cinq articles bien séparés."

Men ziet, dat LATREILLE als maximum voor het aantal leedjes in de sprieten van de Diptera der tweede onderafdeeling 5 stelt.

Wanneer een wetgever op eenig gebied van wetenschap zich ongelukkiglijk onjuist, doch zeer bepaald heeft uitgedrukt, dan is het voor zijne volgers zeer moeijelijk, om zich van die opvatting los te rukken, en wel des te meer,

Een der nieuwste werken over tweevleugelige insecten, het boek van J. RUDOLF SCHINER, *Diptera austriaca,* waarvan in 1860 de eerste aflevering verscheen, heeft ook nog de Latreillaansche verdeeling, zonder dat er evenwel de naam *Brachocera* genoemd wordt.

Bij de eerste verdeeling worden de Pupiparae, of, zoo als hij ze noemt, *Coriacea* afgescheiden; alle overige Diptera worden in twee afdeelingen gebragt, waarvan de eerste sprieten heeft, meest zoo lang als of langer dan het ligchaam, met veel leedjes, ten minste met zes, de tweede sprieten nimmer zoo lang als het ligchaam en ten hoogste van *zes* leedjes (waarschijnlijk *Hexatoma*), waarvan hij later zegt: „Ringe des dritten Fühlergliedes so deutlich abgeschnürt, dass sie wie Glieder erscheinen und die Fühler daher als sechsgliederig bezeichnet werden könnten."

Het is eindelijk nog noodig de meening van den grootsten Dipteroloog van onze dagen te vermelden. In een dezer dagen door mij ontvangen werk van Dr. H. LOEW over de Diptera van Noord-America lees ik, dat er zeer groote twijfel is gerezen aangaande de waarde der verdeeling van LATREILLE, voornamelijk ten gevolge van het ontdekken van eenige soorten, bij welke het flagellum der sprieten niet alleen geringd is, maar werkelijk uit afzonderlijke leedjes bestaat. Hij zelf had twee zoodanige vliegen in Pruissischen barnsteen gevonden en HALIDAY eene zoodanige soort onder de levende Noord-Americaansche insecten. Wat meer is, hij belooft in zijne Monographiën over de Insecten-fauna van Noord-America een genus van Xylophagidae te beschrijven, „which has the flagellum of the antennae not annulated, but really many-jointed."

En nogtans laat hij op deze mededeeling terstond de volgende zinsnede volgen: „All these facts, however, are not sufficient to compel us at present to give up the separation of the Nemocera and Brachycera."

Het is mij aangenaam in staat te zijn der Akademie de bewijzen voor te leggen, dat deze verdeeling voor het vervolg onhoudbaar is. De verzameling van 's Rijks Museum voor Nat. Hist. biedt mij daartoe de grondstof aan. Bij alle vliegen, die twijfel hebben doen ontstaan aan de waarde der stelselmatige indeeling van LATREILLE, de Tabaniden, en daarbij voornamelijk het geslacht *Hexatoma,* de Notacanthen, de familiën der *Sicarien, Xylophagi* en *Stratiomydes,* was het nog mogelijk de bewering, dat de sprieten slechts drie leedjes zouden hebben, waarvan het laatste door verscheidene ringetjes als ingekeept was, te verdedigen. Bij het insect van 's Rijks Museum, dat ik op het oog heb, is het dat niet; bij die vlieg hebben de sprieten ten allerduidelijkste 26 leedjes.

Deze vlieg, door Dr. S. MÜLLER op Java gevangen, behoort kennelijk tot de familie der Xylophagen; de geheele vorm van het ligchaam en de pooten, maar voornamelijk ook het beloop der aderen in de vleugels en de drie kussentjes aan het laatste lid der tarsen maken het onmogelijk dit dier tot de eerste afdeeling, die der Nemocera, te brengen en dwingen ons om er eene plaats aan toe te kennen in de zoo even genoemde familie en wel in de nabijheid van het geslacht *Subula* MEGERLE of eigenlijk MACQUART *). Zie de afbeelding.

De sprieten evenwel van dit insect zijn geheel heterogeen van de overigen dier afdeeling. Zij bestaan uit 26 leedjes, waarvan het eerste afgeknot conisch en het grootste is, het tweede napvormig, het derde grooter dan het 2de en cylindervormig met een' uitspringenden tand aan de onderzijde, het 4de en de volgende leedjes tot het laatste heb-

*) Het Museum bezit slechts één voorwerp. Bij dat unieke exemplaar zijn de monddeelen zoo zeer in de mondholte teruggetrokken, dat ik die tot mijne spijt niet onderzoeken kon.

ben allen een' dunnen, tamelijk langen tand aan de onderzijde, doch zoodanig dat de kamtanden in het midden des spriets het langst zijn en naar beide zijden in lengte afnemen. Het laatste of 26e lid is knopvormig.

Er zal wel niemand willen beweren, dat zoodanig gevormde sprieten, die in waarheid gekamde sprieten mogen genoemd worden, slechts uit drie leedjes bestaan Ieder zal gereedelijk toegeven, dat zij niet in het stelsel van LATREILLE te wringen zijn.

Naar mijne bescheiden meening volgt nu ook daaruit met logische klem, dat de tweede verdeeling van LATREILLE niet te behouden is en voor altijd vervallen moet. Het onderscheid tusschen *Nemocera* en *Brachycera* is opgeheven; de eersten moeten, even als de laatsten, in verschillende familiën verdeeld worden en al deze familiën kunnen geleidelijk op elkander volgen, daar dit nieuwe geslacht de Xylophagen aan de Bibionen aansluit.

Ik noem het bedoelde insect: *Antidoxion fulvicorne.*

De beschrijving er van is, als volgt:

" *Antidoxion fusco-fulvum, thorace quadrivittato, antennis fulvis, alis fumosis, fascia fusca.* Longit. 18 m.m."

Aan den kop is voor- en achterhoofd geelrood met eene driehoekige glimmend zwarte vlek op den schedel, in welke drie enkelvoudige oogjes. Zamengestelde oogen ovaal en donkerbruin. Sprieten van 26 leedjes, aan de onderzijde gekamd, geelrood, het 1e lid geel. Monddeelen onzigtbaar.

Borststuk roodbruin met geelroode schouderknobbels en vier zwarte langsstrepen van den nek tot over de helft, het schildje ongedoornd, half cirkelvormig, eenigzins uitspringend, aan de basis gerimpeld, roodbruin, op den afhellenden kant roodgeel.

Vleugels tamelijk stomp aan de punt, vrij breed aan het midden, doorschijnend wit tot op de helft, aldaar aan den voorrand eene bruine vlek, afdalende tot op het mid-

den des vleugels, de vleugel verder berookt. De aderen bruin, aan de basis geelachtig. Balanceerkolfjes vrij lang en geel.

Pooten lang en slank, roodgeel. De heupen der voorpooten vrij lang, die der midden- en achterpooten korter. De dijen der voorpooten iets langer dan de scheenen, terwijl zij bij de achterpooten in lengte naauwelijks verschillen. Bij de voorpooten hebben zij een doorntje aan het eind, bij de 4 andere pooten twee. Het voorste lid der tarsen is langer dan de drie volgenden. De uiteinden der tarsen en een bandje om de achterscheenen zijn bruin. Er zijn aan elken poot twee bruine klaauwtjes en drie kussentjes.

Het achterlijf bestaat uit 7 ringen en loopt zeer conisch toe; ik veronderstel dat de 2 of 3 laatste ringen in de vorigen kunnen teruggetrokken worden. Het laatste, zeer dunne lid heeft nog twee draadvormige aanhangsels. De kleur van het achterlijf is licht roodbruin; over den rug loopt eene zwarte langsstreep en de insnoeringen van het abdomen zijn donkerbruin. —

BESCHRIJVING

VAN

EENIGE NIEUWE SOORTEN VAN DIPTERA.

DOOR

S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN.

De tweevleugelige insecten, die in de volgende bladzijden beschreven zijn, worden bewaard in de Insecten-Verzameling van 's Rijks Museum voor Natuurlijke Historie te Leiden.

1. SYSTROPUS BLUMEI VOLL. (Zie de Plaat, f. 4).

Systropus niger, thoracis maculis hamatis flavis, abdomine subtus fulvo. Long. 0,019 m.
Hab. Java.

Het geslacht Systropus bevat, voor zoo verre mij bekend is, nog slechts drie beschreven soorten, namelijk: *S. macilentus* WIED. van de Kaap de Goede Hoop, *S. niger* WALK. uit Braziliё en *S. sphegoides* WALK. van Makassar. Het is mij aangenaam in staat te zijn om het geslacht met twee nieuwe soorten te verrijken. De eerste daarvan kan met regt den naam van *Blumei* dragen, daar de Hoogleeraar BLUME het eenige bekende exemplaar uit Java heeft overgebragt.

De kop is vuilwit met zilverachtigen weêrschijn; de mondspleet is bruinachtig, de zuiger aan de basis roodachtig, zwart aan de spits. De sprieten hebben het laat-

ste lid lancetvormig; hun eerste lid is geel aan de basis, bruin in het midden, zwart aan het einde. De thorax, die veel hooger is dan lang en waarvan bepaaldelijk de borst sterk uitsteekt, is vaalzwart. Het hoofd bedekt bijna geheel den prothorax, zoodat men daarvan weinig meer dan de gele schouders kan herkennen; van die gele schouders loopt eene gele vlek in drie rigtingen uit, vooreerst dwars over den rug tot op geringen afstand van het midden, ten tweeden naar achteren tot digt bij de donkerbruine vleugelbasis, ten derden naar beneden tot aan de heupen der voorpooten, die mede geel zijn. Achter den vleugel staat nog een klein driehoekig geel vlekje. Zijden en borst zijn met zilverachtig vilt bedekt. De vleugels zijn vuilwit doorschijnend met roodbruine aderen aan de basis, donkerbruine voorbij de helft. De kolfjes zijn geel met een bruin knopje. De basis van het achterlijf is zwart, het overige roodgeel met eene bruine streep in de lengte over den rug. De voorpooten zijn geel, de middenpooten roodachtig geel met bruin aan de basis van heup en dij; de heupen en apophysen der achterpooten zijn bruin, de dijen roodbruin, de scheenen donkerbruin met gele uiteinden, de tarsen donkerbruin.

2. SYSTROPUS TESSELLATUS Voll.

Systropus niger, thoracis maculis quadratis et pedibus anticis sulphureis, abdomine lurido. Long. 0,017 m.
Hab. Sumatra.

Deze soort heeft groote overeenkomst met de vorige. Haar gezigt is sneeuwwit, de oogen zijn bronskleurig, het achterhoofd is grijs. De basis van het eerste lid der sprieten is lichtgeel, al het overige donkerzwart. De zuiger is zeer lang, aan het einde naar boven opgewipt, aldaar zwart, doch aan de basis geel. De prothorax is zwavelgeel, de mesothorax donkerzwart met 3 zwavelgele vlekken aan

wederzijde, waarvan de 4 voorsten vierhoekig. De metathorax is zwart, vrij dik met grijze haren bezet. De basis van het achterlijf is mede zwart met grijze haren, het overige is bruinachtig graauw, met lichtere bases van het 2e, 3e en 4e lid, terwijl de rugzijde van het 6e en 7e segment bruin is. De vleugels zijn rookkleurig aan voorrand en spits, hunne aderen lichtbruin. De kolfjes zijn geel met zwarte kopjes. De voorpooten zijn zwavelgeel, desgelijks de middelpooten, doch met bruine basis der heupen en bruin middelgedeelte der dijen. De achterpooten ontbreken, doch naar analogie met de vorige soort zouden zij bruin moeten zijn met zwavelgele tippen der scheenen.

Het eenige voorwerp van deze soort, dat op het Museum aanwezig is, werd door Dr. SALOMON MÜLLER uit Sumatra overgezonden.

3. CONOPS LUGENS Voll. (Zie fig. 5).

Conops nigra, facie flavescenti, abdominis fasciis cinerascentibus, alis nigrofuscis, parte anali perlucida. Long. 0,018 m.

Hab. Borneo.

Het naast verwant aan *Conops gigas* MACQ. (*Dipt. exotiq.* T. II. p. 3, pag. 10), doch daarvan verschillend door de relative lengte der voelsprietleedjes, door kleur van achterlijf, pooten en vleugels.

De kop is zwart; van even boven de sprieten tot aan den mond is het aangezigt vuilgeel met een zwart streepje, afdalende van het midden der sprieten, en twee kleinere streepjes, schuins afdalende van den buitenrand der sprieteninplanting; de wangen zijn zwart. De sprieten zijn zwart, doch het eerste knopvormige lid is aan de onderzijde bruin; het tweede lid is slechts 1¼ maal (bij *Gigas* driemaal volgens MACQUART) langer dan het derde. De zuiger is twee-

maal langer dan de kop. Het borststuk heeft zeer uitstekende schouderknobbels en een kussenachtig verheven schildje; de kleur is zwart met grijzen weërschijn. Het knodsvormige achterlijf heeft dezelfde kleur; de basis en het uiteinde van het 2e segment, dat door fijne dwarse plooijen gerimpeld is, de rand van het 3e, alsmede de basis en rand van het 4e zijn blaauwachtig grijs; naar het uiteinde toe wordt het achterlijf meer en meer behaard. Aan de pooten zijn de heupen zwart met zilverglanzigen weërschijn, de dijen en bases der scheenen bruin, de tarsen zwart. De scheenen der vier voorste pooten hebben aan den achterrand der spits eene ovale plek van geelkoper-glanzig vilt. De vleugels zijn bruin van den voorrand tot de derde achtercel ingesloten, verder wit doorschijnend.

Een mannelijk voorwerp werd door Dr. S. MÜLLER uit Borneo overgezonden.

4. CONOPS NIPONENSIS VOLL.

Conops nigra, capite fulvo, abdominis apice ac femoribus posticis chalybaeis, alis limpidis, fuscomarginatis. Long. 0,014 m.

Hab. Japan.

Het naast verwant aan *Con. erythrocephala* F. en daarvan voornamelijk verschillend door de kleur van thorax, abdomen en vleugels.

De kop is geelachtig rood, met zilveren weërschijn op de wangen en in het midden van het aangezigt. Op de hoogte der sprieten ziet men naast ieder oog een rond zwart stipje en boven het hypostoma een' zwarten veeg. De top van het 1e lid der zwarte sprieten is rood, het 3e lid is iets langer dan de helft van het 2e. De thorax is zwart; zeer flaauwelijk bespeur ik eenig rood aan de schouderknobbels. De pooten zijn zwart, met uitzondering van een

rood bandje aan de basis der voordijen en van de achterdijen, die staalblaauw zijn. Het achterlijf is zwart met staalblaauwe spits en grijzen weêrschijn in de zijden. De vleugels zijn doorschijnend wit met vrij breeden bruinen zoom, voornamelijk aan de spits.

Een vrouwelijk exemplaar bragt Dr. VON SIEBOLD uit Japan mede.

5. MEGASPIS CINGULATUS VOLL.

Megaspis niger, lurido hirtus, abdomine aëneoniger, segmento secundo fulvo, nigromarginato. Long. 0,015 m.

Hab. Japan.

De kop is bronskleurig zwart met graauwe haren digt bezet, de wangen en omtrek van den mond glimmend zwart, de zuiger zwart met lichtbruine palpen. De antennen zwart. Het geheele borststuk is zwart, zeer dik met roodgraauwe haren als met vilt bezet. De vleugels zijn helder doorschijnend, aan de basis donkerbruin en met eene even zoo gekleurde vlek op het midden. De pooten zijn zwart; een wit bandje omgeeft de basis der scheenen; het eerste lid der tarsen is bruin. Het achterlijf is bronskleurig zwart, vrij dik, vooral naar den anus toe met geelgraauwe haren bezet. De tweede ring is tot bij den achterrand, die zwart is, geelrood, zoowel aan de buik- als aan de rugzijde.

Het museum bezit eenige exemplaren van deze soort, door den Heer VON SIEBOLD uit Japan medegebragt.

6. MILESIA UNDULATA VOLL.

Milesia fulva, thorace nigro maculato, abdominis fasciis undulatis nigris. Long. 0,022 m.

Hab. Japan.

Gelijk de kleurverdeeling van *Milesia vespoides* WALK.

denken doet aan *Vespa tropica* L., zoo biedt de kleurverdeeling van deze nieuwe soort zeer groote overeenkomst aan met die van *Polistes hebraeus* L., welke mede in Japan voorkomt. *Undulata* is zeer na verwant aan *crabroniformis* F. De kop is goudglanzig hooggeel met een langwerpig driehoekig vlekje op den schedel; de sprieten zijn roodgeel, ook de borstel. De oogen bronskleurig bruin. Op het rosse borststuk ziet men eene zwarte langsstreep over den rug, vergezeld aan beide zijden van eene ovale en eene langwerpig driehoekige zwarte vlek; de zijden en borst vertoonen meer zwarte vlekken. De vleugels zijn als berookt, met roodgele aderen. Het eerste lid van het achterlijf is bruin, het tweede aan de basis wasgeel, aan de spits honiggeel; dwars er over loopt een geslingerde smalle zwarte band, ook de achterrand is smal zwart gezoomd. De 3e en 4e ring zijn honiggeel aan de basis, bruin aan de spits met gelijken zwarten band en zoom. Het 5e lid is bruin. De pooten zijn honiggeel; de heupen der voorpooten hebben een' zilverachtigen weêrschijn; de dijen der achterpooten zijn bruinachtig. De spitsen van alle klaauwtjes en zuigkussentjes zijn zwart.

Van deze soort bezit 's Rijks Museum slechts één voorwerp, door Dr. VON SIEBOLD uit Japan medegebragt.

7. MILESIA APICALIS VOLL.

Milesia nigra, facie cana, abdomine albo-unizonato, femoribus posticis rufis, alarum apice fusco. Long. 0,020 m.
Hab. Java.

Het schijnt wel, dat deze Javaansche soort zeldzaam is, daar ik haar bij geen' schrijver vermeld vind; zij moet met de volgende tot de groep van *M. Gigas* gebragt worden. De kop is zwart, glimmend grijs aan beide zijden van het aangezigt; de oogen zijn fraai bronskleurig. Het

derde lid der sprieten is langwerpiger dan gewoonlijk bij *Milesia* en lichtbruin, de beide overigen zijn zwart. Het borststuk is dofzwart, met korte haartjes dun bezet; de zoom van het eerste stigma is bruin. De vleugels zijn geelachtig, hooger gekleurd aan den voorrand, de aderen zijn geelrood; het laatste vierde deel des vleugels is sepiabruin. De kolfjes zijn geel. Het achterlijf is weinig glimmend zwart, aan de basis en buikzijde met vrij lange zijdeachtige haren bezet; het derde segment vertoont even voorbij de inplanting een smal vuilwit bandje. Aan de zwarte pooten zijn rood de knieën der voorpooten, de knieën en helft der dijen aan de middelpooten, nagenoeg de geheele dij der achterpooten en de achterzijde van het eerste lid van den tarsus; de klaauwtjes zijn roodbruin met zwarte tippen, de zuigkussentjes zijn geel.

Een enkel mannelijk voorwerp van deze soort bragt de hoogleeraar BLUME mede uit Java.

8. MILESIA DIARDI VOLL. (Zie fig. 6).

Milesia nigra facie argentea, vittis duabus thoracis, fasciis tribus abdominis, apiceque, nec non tibiis flavis. Long. 0,023 m.

Hab. Borneo.

Deze soort heeft veel overeenkomst met *M. limbipennis* MACQ., doch onderscheidt zich door de teekening op het borststuk en door de kleur van den laatsten achterlijfsring.

Het achterhoofd is zwart met graauwen zoom; het aangezigt is (eenigzins geelachtig) zilverkleurig met zwarte streep boven de sprieten en met bruine wangen. De sprieten zijn bruin, donkerder aan de inplanting.

Het borststuk is dofzwart, in de zijden met goudglanzigen weêrschijn; de schouderknobbels zijn bruinachtig. Twee gele strepen loopen evenwijdig in de lengte over den rug,

doch versmallen langzamerhand en verdwijnen even voor het schildje. Dit laatste vertoont eenigen glans en een vrij scherpen bruinachtigen achterrand. Het achterlijf is zwart met nederliggende graauwe haartjes bedekt. Op den 2den, 3den en 4den ring ziet men niet ver van de basis eenen ietwat kepervormigen gelen dwarsband, de tweede dezer banden is wat breeder dan de eerste, de derde nog breeder en vooral aan de achterzijde kepervormig. Het achtereinde van den 4den ring is roodgeel en met goudgele haren dik bezet. De onderzijde is geheel bruinzwart met lange graauwe haren. De vleugels zijn bruin aan de inplanting, verder bruingeel tot aan den tip, die bruin berookt is. De kolfjes zijn honiggeel. Aan de pooten zijn de heupen, de basis der dijen en de laatste tarsenleedjes zeer donker bruin, bijna zwart, de dijen overigens roodbruin, de scheenen, eerste tarsenleedjes en kussentjes geel; de klaauwtjes bruin met zwarte tippen.

Drie mannelijke voorwerpen zond de Heer DIARD over uit Borneo.

9. RUTILIA PRETIOSA VOLL.

Rutilia viridicyanea, abdominis aurati segmento tertio nigromarginato, alarum basi nigra. Long. 0,015 m.

Hab. Ternate.

Onder de met gouden glansen versierde vliegen, die het geslacht *Rutilia* uitmaken, is deze zeker eene der fraaisten. De kop is bij beide geslachten zilverkleurig grijs met eene zwarte langsstreep van den schedel tot aan de sprieten en van daar aan wederzijde schuin afdalende tot bij den mond; deze streep is bij het wijfje veel breeder dan bij het mannetje. De sprieten zijn bruin, de palpen alsmede de spits van den zuiger geelbruin, de oogen roodbruin. Het borststuk is op den rug bij het mannetje donker violetgroen,

bij het wijfje goudgroen, bij beiden met 4 zwarte strepen in de lengte; de zijden zijn bij het eerste zwart met donkerviolette vlekken, bij het tweede donkerbruin met groene plekken. Het schildje bij den man donkerblaauw, bij het wijfje groen, is aan den achterrand bij beiden geheel omzet met zwarte borstelharen. De vleugels zijn doorschijnend, bij het wijfje eenigzins bruinachtig, steeds met zwarte basis.

De eerste ring van het achterlijf is bij het mannetje donker violet; de tweede goudgroen met een breed blaauwzwart driehoekje in het midden, rustende op den achterrand; de derde goudgroen met den achterrand en drie daarop rustende driehoeken blaauwzwart, deze achterrand is met sterke zwarte borstelharen bezet; de laatste ring, in het midden ingedeukt, is goudgroen met zwarte zijden. Dit geheele segment is zeer dik met zwarte haren en borstels bezet. — Het achterlijf van het wijfje verschilt doordien 1°. het goudgroen hier groenachtig goud is met rooden gloed, 2°. het blaauwzwart minder plaats inneemt en geheel zwart is, 3°. de tweede ring in het midden acht borstels draagt en aan iedere zijde nog een. De buik is bij beide geslachten donkerder groen dan de rugzijde. De pooten zijn zwart met roodbruinen glans aan de scheenen en met vale, zeer smalle en lange zuigkussentjes.

Het mannetje werd door den Heer BERNSTEIN, het wijfje door den Heer FORSTEN uit Ternate overgezonden. 's Rijks Museum bezit slechts twee individuen.

10. SILBOMYIA NITIDISSIMA VOLL.

Silbomyia nitidissima viridi-aenea, abdomine albo-quadrimaculato, alis nigris. Long. 0,014 m.

Hab. Celebes.

Deze soort gelijkt sterk op de bekende *S. fuscipennis* F. en op de naverwante *micans*, onderscheidt zich echter

van beiden doordien er geen rood aan den kop te zien is, door het aantal der witte vlekken op het abdomen en door zeer donkere, nagenoeg zwarte vleugels. De beschrijving, die MACQUART, *Dipt. exot.*, II. p. 3. pag. 118; van eene *Silbomyia micans* geeft, van welke hij zelf zegt, dat zij met WIEDEMANN's beschrijving niet overeenstemt, past in de meeste punten op ons insect, doch komt niet in allen deele, namelijk niet in de kleur der vleugels overeen.

Het aangezigt is zilverwit; het voorhoofd en de schedel roodbruin met drie kleine goudgroene vlekjes op eene dwarsrij. De sprieten zijn bruin, de mondrand en palpen bruinrood; het achterhoofd donkergrijs met zilverglanzigen rand. Borststuk en achterlijf zijn op de bovenzijde goudgroen, aan de onderzijde glimmend donkerblaauw. De pooten zijn zwart, de vleugels bruinzwart, de vleugelschubjes wit met smalle vale randen. Op den 2den en 4den ring van het achterlijf ziet men van onder in de zijde eene witte schemervlek, doch niet op den 1sten, noch op den 3den ring.

Het Museum ontving 4 wijfjes van Tondano op het eiland Celebes.

11. CALLIPHORA NIGRIBARBIS VOLL.

Calliphora nigra, abdomine coeruleo subtessellato, genarum pilis nigris. Long. 0,014 m.

Hab. Japan.

Wegens de groote overeenkomst van deze soort met de algemeen welbekende *C. fulvibarbis* ROB. DESV. (*vomitoria* MEIG.) komt mij eene uitvoerige beschrijving overbodig voor en zal het wel voldoende zijn te doen opmerken, dat de twee punten van verschil daarin bestaan, dat bij de Japansche soort de borstelharen aan de wangen niet rood, maar zwart zijn, en dat het achterlijf geheel blaauw is zonder zwart aan de randen der ringen.

Het Museum bezit vier vrouwelijke voorwerpen, door den Heer VON SIEBOLD uit Japan medegebragt.

12. DRYOMYZA GIGAS VOLL. (Zie fig. 7).

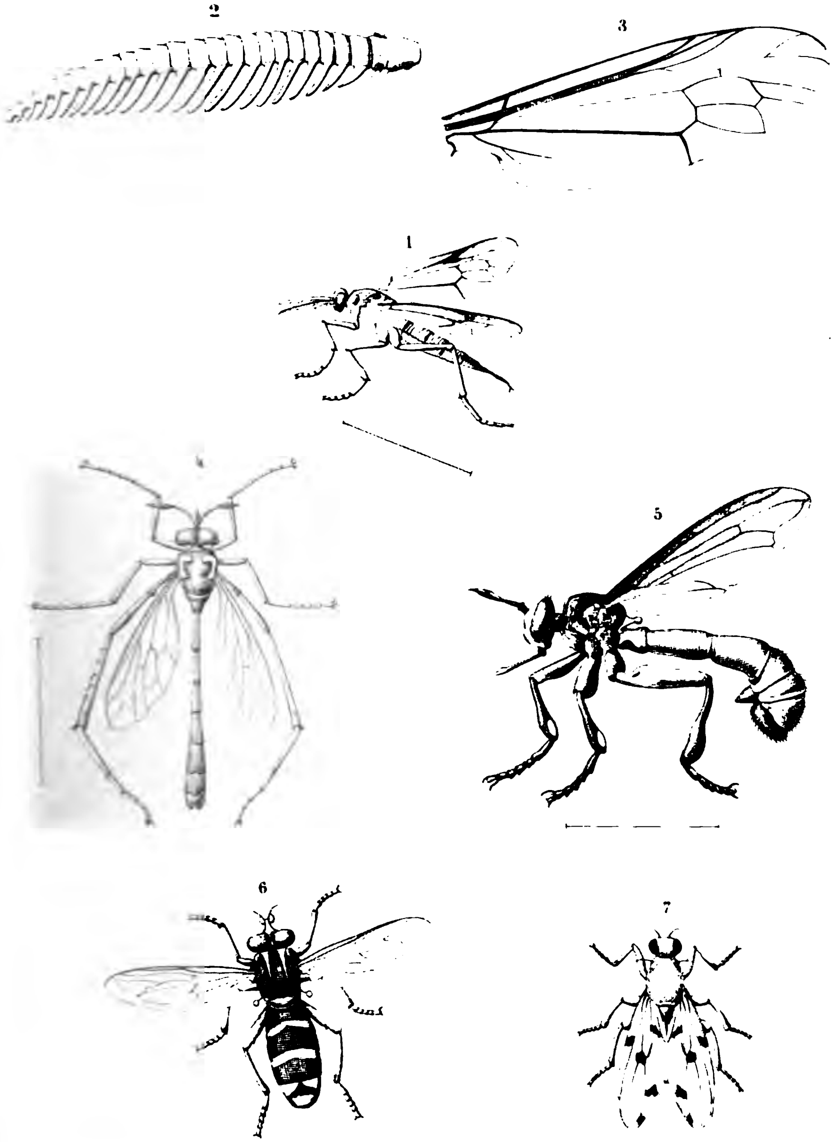
Dryomyza ferruginea, alis fumoso fulvis, maculis quinque fuscis in singula ala. Long. cum alis 0,024 m.
Hab. Japan.

Deze vlieg is merkwaardig om hare bijzondere grootte en sterke kleur, overigens komt zij al zeer nabij onze gewone inlandsche *Dr. anilis* FALL.

Het geheele dier is roestkleurig; de schedel en rugzijde van den thorax zijn donkerder. Over den schedel loopt een bruin streepje in de lengte. Het behaarde sprietenborsteltje is geel aan de basis en zwart aan de spits. Over den rug van het borststuk loopen drie donkerbruine langsstrepen; terwijl de zijden van het schildje mede donkerbruin zijn; onder de inplanting der vleugels ziet men in de zijde eenige onregelmatige bruine vlekken. Het achterlijf is glanzig, doch zoo dik met roestkleurige haren bezet, dat men de glans slechts op eene zeer kleine plek waarnemen kan. De voorpooten zijn geheel roestkleurig, aan de middel- en achterpooten zijn de heupen met de bases der dijen donkerbruin, alsmede de uiterste tippen der schenen, wier stekels zwart zijn. De kleur der vleugels is een brandig bruingeel; op iederen vleugel ziet men 5 donkerbruine vlekken, nam. 4 op de dwarsaderen en 1 op de plaats, waar de submediaan ader in den vleugelrand uitmondt.

Twee vrouwelijke voorwerpen werden door den Heer VON SIEBOLD uit Japan medegebragt.

SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, nieuwe soorten van Diptera.



1. 2. 3 Antidoxion fulvicorne. 4 Systropus Blumei. 5 Conops lugens.
6 Milesia Diardi. 7 Dryomyza gigas.

TREIZIÈME MEMOIRE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE

DE L'ÎLE D'AMBOINE.

PAR

M.- P. BLEEKER.

La bienvieillance des amis des sciences aux Indes Néerlandaises qui m'a mis à même lors de mon séjour dans ces contrées lointaines, de décrire tant de formes de poissons inconnues jusqu'alors, ne s'est pas arrêtée après mon départ pour l'Europe.

Je dois une nouvelle collection de Poissons d'Amboine à M.- CH. F. PAHUD, ancien Gouverneur général des Indes Néerlandaises. Cette collection, faite à Amboine, contient un nombre considérable d'espèces, qui toutes proviennent du détroit de Hitu. M.- PAHUD la reçut lors de son voyage aux Moluques et eut la bonté de me l'offrir. La Société Royale des Sciences à Batavia a bien voulu se charger de me la faire parvenir. Qu'il me soit permis d'exprimer ici les sentiments de ma gratitude tant pour le don précieux que pour l'envoi généreux.

2*

La collection contient les espèces suivantes:

1. Scyllium maculatum Gr.
2. Ostracion cubicus Bl.
3. " punctatus Lac.
4. " solorensis Blkr.
5. Balistes armatus Bl. Schn.
6. " bursa Bl. Schn.
7. " lineatus Bl. Schn.
8. " verrucosus L.
9. " vidua Sol.
10. Monacanthus hystrix Cuv.
11. Alutarius laevis Cuv.
12. Diodon novemmaculatus Cuv.
13. " orbicularis Bl.
14. Antennarius horridus Blkr.
15. Callyodon carolinus Val.
16. " genivittatus Val.
17. Pseudoscarus tricolor Blkr.
18. Cheilinus chlorurus Cuv.
19. Pseudodax moluccanus Blkr.
20. Cheilio inermis Richds.
21. Anampses geographicus Val.
22. " melanurus Blkr.
23. Coris formosa Blkr.
24. Cossyphus bilunulatus Val.
25. " diana Val.
26. Amphiprion chrysargurus Richds.
27. Dascyllus trimaculatus Rüpp.
28. Glyphisodon aureus K. v. H.
29. " rahti CV.
30. " trifasciatus Blkr.
31. " waigiensis CV.
32. Heliases macrochir Blkr.
33. " xanthochir Blkr.
34. Holocentrum diadema CV.
35. " leonoides Blkr.
36. Myripristis Bleekeri Günth.
37. " microphthalmus Blkr.
38. " parvidens CV.
39. " Pahudi Blkr, n. sp.
40. " trachyacron Blkr, n. sp.
41. Anthias lepidolepis Blkr.
42. Serranus leucogrammicus Rwdt.
43. " cyanostigmatoides Blkr.
44. Mesoprion bottonensis Blkr.
45. " marginatus Blkr.
46. " octolineatus Blkr.
47. Macolor typus Blkr.
48. Scolopsides bilineatus CV.
49. " personatus CV.
50. Dules maculatus CV.
51. Therapon theraps CV.
52. Sphaerodon heterodon Günth.
53. Caesio coerulaureus Lac.
54. Cirrhitichthys graphidopterus Blkr.
55. Pterois antennata CV.
56. Scorpaenopsis oxycephalus Blkr.
57. Upeneus oxycephalus Blkr.
58. " trifasciatus CV.
59. Upeneoides moluccensis Blkr.
60. Pempheris oualensis CV.
61. Zanclus cornutus CV.
62. Heniochus macrolepidotus CV.
63. Chelmon longirostris CV.
64. Chaetodon auriga Forsk.
65. " citrinellus Brouss.
66. " melastomus Bl. Schn.

67.	Chaetodon melanopus CV.	78.	Holacanthus trimaculatus Lac.
68.	" polylepis Blkr.	79.	Acanthurus ctenodon CV.
69.	" strigangulus Sol.	80.	" mata CV.
70.	" vagabundus Bl.	81.	" olivaceus Bl. Schn.
71.	" vittatus Bl. Schn.	82.	" triostegus CV.
72.	Holacanthus dux Lac.	83.	" xanthosoma Blkr.
73.	" dimidiatus Blkr.	84.	Agonostomus oxyrhynchus Günth.
74.	" Lamarckii Lac.		
75.	" imperator CV.	85.	Aulostoma chinense Schl.
76.	" melanospilos Blkr.	87.	Muraena isingteena Richds.
77.	" navarchus CV.		

Onze de ces 87 espèces ne figurent pas sur les listes de Poissons d'Amboine publiées dans mes mémoires antérieurs *)

---

*) Ces mémoires sont publiés à Batavia dans le Journal et dans les Mémoires de la Société Royale des Sciences aux Indes néerlandaises et sont intitulés comme suit.

1e Mémoire. Bijdrage tot de kennis der ichthyologische fauna van de Moluksche eilanden. Visschen van Amboina en Ceram. *Nat. Tijdschr. Ned. Ind.* III, 1852. p. 229—309.

2e " Nieuwe bijdrage tot de kennis der ichthyologische fauna van Amboina. Ibid. III, p. 545—568.

3e " Derde bijdrage tot de kennis der ichthyologische fauna van Amboina. Ibid. IV, 1853. p. 91—130.

4e " Vierde bijdrage tot de kennis der ichthyologische fauna van Amboina. Ibid. V, 1854. p. 317—352.

5e " Vijfde bijdrage tot de kennis der ichthyologische fauna van Amboina. Ibid. VI, 1854. p. 455—508.

6e " Zesde bijdrage tot de kennis der ichthyologische fauna van Amboina. Ibid. VIII, 1855. p. 391—434.

7e " Beschrijvingen van nieuwe en weinig bekende vischsoorten van Amboina. *Act. Soc. Reg. Scient. Ind. Neerlan*. I, 1856. p. 1—76.

8e " Achtste bijdrage tot de kennis der Vischfauna van Amboina. Ibid. II, 1857. p. 1—102.

9e " Negende bijdrage tot de kennis der Vischfauna van Amboina. Ibid. III, 1857. p. 1—6.

10e " Tiende bijdrage tot de kennis der Vischfauna van Amboina. Ibid. III, 1857. p. 1—4.

sur cette matière. Ces espèces sont les suivantes: Ostracion punctatus Lac., Callyodon carolinus Val., Callyodon genivittatus Val., Cossyphus diana Val., Glyphisodon waigiensis CV., Myripristis Pahudi Blkr, Myripristis trachyacron Blkr, Scolopsides personatus CV., Chaetodon melanopus CV., Acanthurus xanthosoma Blkr et Agonostomus oxyrhynchus Günth. D'apres le dernier recensement que j'ai fait de ces poissons le nombre des espèces montait à 803. Depuis j'avais à y ajouter encore deux espèces et le Catalogue of Acanthopterygian Fishes de M.- GÜNTHER en fit connaître plusieurs autres encore trouvées dans les mêmes parages. En y énumerant les 11 espèces nommées on obtient le chiffre de 843 pour les espèces actuellement connues d'Amboine. Deux seulement des espèces de la collection de M.- PAHUD sont nouvelles pour la science. Une troisième a fait reconnaître que la Chaetodon melanopus CV., qu'autrefois j'avais rapporté au Chaetodon chrysozonus, est une espèce décidemment distincte.

Myripristis Pahudi Blkr.

Myripr. corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{1}{5}$ circiter in ejus longitudine, latitudine 2 circiter in ejus altitudine; capite obtuso convexo $4\frac{1}{5}$ ad 4 et paulo in longitudine corporis, aeque alto circiter ac longo; oculis diametro 2 et paulo ad $2\frac{1}{3}$ in longitudine capitis; distantia interoculari 3 ad $3\frac{1}{3}$ in longitudine capitis; vertice utroque latere carinis 5, linea mediana laevi; maxillis antice dentibus aliquot obtusis dentibus ceteris majoribus; osse supramaxillari an-

---

11e Memoire. Elfde bijdrage tot de kennis der Vischfauna van Amboina. Ibid. VII, 1859. p. 1—14.

12e „ Twaalfde bijdrage tot de kennis der Vischfauna van Amboina. Ibid. VIII, 1860. p. 1—4.

gulo inferne leviter denticulato; mento antice dentibus nullis; maxilla superiore sub oculi parte posteriore desinente $1\frac{3}{4}$ ad $1\frac{4}{5}$ in longitudine capitis; spina operculari rudimentaria vix conspicuis; suboperculo laevi inferne tantum leviter rugoso et denticulato; operculo minus triplo altiore quam lato; osse scapulari denticulis vix conspicuis; squamis lateribus laeviusculis margine libero denticulis parum conspicuis, 37 circiter in linea laterali, 3 in serie transversali pinnam dorsi spinosam inter et lineam lateralem; linea laterali mediocriter curvata; pinna dorsali spinosa vix cum dorsali radiosa unita eaque paulo humiliore, spinis gracilibus laevibus non rugosis 4a ceteris longiore corpore plus duplo humiliore; dorsali radiosa acuta non vel vix emarginata spina radio 1° duplo circiter breviore; pinnis pectoralibus acutis $4\frac{4}{5}$ ad $4\frac{1}{2}$, ventralibus obtusiusculis 5 et paulo, caudali profunde incisa lobis acutis 4 et paulo in longitudine corporis; anali acuta emarginata, spina 3a crassa spina 4a longiore et crassiore basin versus leviter rugosa $1\frac{3}{4}$ circiter in longitudine capitis; colore corpore pinnisque omnibus pulchre rubro; iride superne macula fusca; membrana operculari axillaque macula fusca nulla; lateribus fasciis 8 vel 9 longitudinalibus pallide roseis per medias squamas decurrentibus.

B. 8. D. 10 — 1/14. vel 10 — 1/15. P. 2/13. V. 1/7. A. 4/12 vel 4/13. C. 5.1/17/1.5.

Hab. Amboina (Hitu), in mari.

Longitudo 7 speciminum 146‴ ad 183‴.

Rem. M. GÜNTHER a déjà démontré que l'espèce que j'ai décrite en l'an 1851 sous le nom de Myripristis pralinius CV. mais que je ne rapportai qu'avec doute à l'espèce de Cuvier-Valenciennes, est en effet une espèce distincte, qu'il a eu la complaisance de nommer Myripristis Bleekeri. L'espèce actuelle, tout aussi voisine du Myripristis prali-

nius CV., ne peut non plus lui être rapprochée, la tête étant plus petite, l'intervalle entre les yeux plus large et la mâchoire supérieure plus longue, tandis qu'on n'y voit pas même de trace de tache noire à la membrane operculaire ou dans l'aisselle, et que les rayons n'y sont qu'au nombre de 14 ou 15 à la dorsale et de 12 ou 13 à l'anale.

Je dédie cette espèce à M.- CH. F. PAHUD, ci-devant Gouverneur général des Indes Néerlandaises, à qui je dois sa connaissance.

Myripristis trachyacron Blkr.

Myripr. corpore oblongo compresso, altitudine 3 et paulo in ejus longitudine, latitudine 2 fere in ejus altitudine; capite obtuso convexo 4 et paulo in longitudine corporis, paulo altiore quam longo; oculis diametro vix plus quam 2 in longitudine capitis; distantia interoculari vix plus quam 3 in longitudine capitis; vertice ubique cristulis longitudinalibus numerosis pinnatis confertis rugoso; maxillis antice dentibus aliquot obtusis dentibus ceteris majoribus; osse supramaxillari angulo inferne valde conspicue denticulato; mento antice dentibus aliquot obtusis; maxilla superiore sub oculi. parte posteriore desinente 2 fere in longitudine capitis; spina operculari rudimentaria vix conspicua; suboperculo superne laevi inferne leviter rugoso et denticulato; operculo minus triplo altiore quam lato; osse scapulari valde rugoso et superne leviter denticulato; squamis lateribus laeviusculis margine libero denticulis sat bene conspicuis, 33 circiter in linea laterali, 3 in serie transversali pinnam dorsi spinosam inter et lineam lateralem; linea laterali mediocriter curvata; pinna dorsali spinosa vix cum dorsali radiosa unita eaque paulo humiliore, spinis mediocribus laevibus non rugosis 3ª et 4ª ceteris longioribus corpore plus duplo humilioribus; dorsali radiosa acuta

vix emarginata spina radio 1° duplo circiter breviore; pinnis pectoralibus acutis 4 et paulo, ventralibus acutiusculis 5 et paulo, caudali profunde incisa lobis acutis $4\frac{1}{4}$ ad $4\frac{1}{3}$ in longitudine corporis; anali acuta emarginata, spina 3ª crassa spina 4ª longiore et crassiore, rugosa, $1\frac{1}{2}$ circiter in longitudine capitis; colore corpore pinnisque pulchre rubro; iride superne macula fusca; membrana operculari axillaque macula fusca nulla; lateribus fasciis 8 vel 9 longitudinalibus pallide roseis per medias squamas decurrentibus.
B. 8. D. 10—1/15 vel 10—1/16. P. 2/12. V. 1/7. A. 4/13 vel 4/14. C. 5.1/17/2.3.
Hab. Amboina (Hitu), in mari.
Longitudo speciminis unici 156‴.

Rem. Cette espèce est remarquable par la disposition et la multiplicité des rugosités du crâne, que je ne retrouve dans aucune des autres espèces de Myripristis de mon musée. Presque seule aussi elle a 33 écailles dans la ligne latérale, les autres ayant ces nombres variant entre 28 et 30 ou entre 37 et 40, ou bien encore entre 46 et 47. Je ne vois cité le nombre de 33 écailles dans la ligne latérale que pour l'espèce que M.- GÜNTHER a décrite sous le nom de Myripristis hexagonus, mais cette espèce a un rayon de moins à la dorsale, la tête beaucoup plus grande, l'intervalle entre les yeux mesurant 5 fois dans la longueur de la tête, l'épine operculaire trés-distincte, la membrane operculaire et l'aisselle à tache noire, etc., de sorte qu'il n'y a point de doute, qu'elle ne soit d'une espèce très distincte.

Chaetodon melanopus CV., Poiss. VII p. 64.

Chaet. corpore disciformi, diametro dorso-ventrali $1\frac{2}{3}$ in ejus longitudine; capite 4 fere in longitudine corporis,

multo altiore quam longo; oculis diametro 3 circiter in longitudine capitis; linea rostro-dorsali capite valde concava, linea rostro-ventrali sat multo longiore; rostro prominente acutiusculo, absque maxilla oculo breviore; osse suborbitali anteriore squamoso; ore parvo, dentibus parvis parum conspicuis; labiis carnosis; praeoperculo subrectangulo conspicue denticulato denticulis angulo ceteris majoribus; ossibus suprascapulari et scapulari denticulatis; squamis laterlbus 45 circiter in serie longitudinali os suprascapulare inter et basin pinnae caudalis, 8 vel 9 in serie transversali spinam dorsi anteriorem inter et lineam lateralem; linea laterali valde curvata medio latere superne et basi caudae valde angulata, basi pinnae caudalis desinente; pinnis dorsali et anali radiosis obtusis rotundatis; dorsali medio emarginata, spinosa spinis validis anterioribus 5 maxima parte nudis, 4ª ceteris longiore longitudine $2\frac{1}{3}$ circiter in diametro dorso-ventrali posterioribus longitudine decrescentibus spinis mediis brevioribus et gracilioribus; dorsali radiosa dorsali spinosa humiliore margine posteriore subverticali; pinnis pectoralibus acutiuscule rotundatis et ventralibus obtusis 4 circiter, caudali integra margine posteriore convexa 5 circiter in longitudine corporis; anali spinis crassis media diametro dorso-ventrali minus triplo breviore, parte radiosa margine posteriore subverticali; colore corpore flavescente-margaritaceo; capite fasciis rostro-frontali et oculari fuscis superne dilutioribus, oculari oculi diametro graciliore inferne cum fascia lateris oppositi unita sed regione thoracica inferiore non producta; corpore antice fascia latissima transversa fusca inferne nigricante basin ventralium et anum amplectente supra axillam bipartita parte anteriore spinas dorsales 2 anteriores parte posteriore spinas dorsi 5m, 6m, 7m et 8m versus adscendentibus; corpore postice fascia transversa fusca antice et postice vitta aurantiaca limbata ab apice radiorum dorsalium anteriorum usque ad

apicem radiorum analium anteriorum sese extendente; cauda vitta transversa nigra antice et postice aurantiaco limbata; lateribus regione postscapulari guttulis aureis; pinnis dorsali spinosa flavescente membrana inter singulas spinas nigro marginata membrana spinam 2m inter et 3m tota nigra; dorsali radiosa pallide rosea, superne ocello magno nigro luteo et violaceo cincto margini pinnae libero magis quam ejus basi approximato, postice late violascente-hyalina et vitta intramarginali coerulea violaceo marginata; anali pallide rosea postice late violascente-hyalina et vitta intramarginali coerulea violaceo marginata, inferne macula rotunda nigra in fascia dorso-anali fusca; pinnis pectoralibus et caudali aurantiaco- vel roseo-hyalinis, ventralibus radiis fuscis vel nigris membrana profunde aurantiacis.

B. 6. D. 10/26. P. 2/13 vel 2/14. V. 1/5. A. 3/18 vel 3/19. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Chétodon à ventrales noires* CV., Poiss. VII p. 64.

Hab. Amboina (Hitu), in mari.

Longitudo 2 speciminum 105''' et 117'''.

Rem. L'examen des deux individus décrits m'a fait revenir de mon opinion, autrefois émise, que le Chaetodon melanopus CV. ne fut qu'une variété du Chaetodon chrysozonus K. v. H. L'inconvénient des descriptions trop courtes et trop superficielles des espèces ne se fait pas sentir seulement par rapport à leur détermination mais aussi par rapport à l'établissement de leur synonymie. Quoiqu'il soit bien démontré par exemple que grand nombre d'espèces de la grande Histoire naturelle des Poissons ne sont que nominales, il devient de plus en plus évident que plusieurs autres espèces, qu'on n'a considérées que comme des doubles emplois, sont des espèces bien distinctes, mais mal décrites. C'est ainsi que plusieurs espèces, qui ont été supprimées par les ichthyologistes modernes, reprendront leur

place dans la science dès qu'on les aura décrites d'une manière satisfaisante.

Le Chaetodon melanopus en est un exemple nouveau. En ne consultant que les descriptions de Cuvier, on ne pourrait pas distinguer cette espèce du Chaetodon chrysozonus que parce qu'il est dit de la première espèce, qu'elle montre un ocelle sur l'anale et qu'elle a 10 épines dorsales et un nombre moindre des rayons de la dorsale et de l'anale. Quant à ces nombres, ils varient dans le Chaetodon chrysozonus entre D. 8/29 et 10/26 et A. 3/19 et 3/20, de sorte qu'on n'y trouve pas des caractères positifs. Cependant la tache sur l'anale n'existe dans aucun des plus de trente individus que je possède du Chaetodon chrysozonus, de sorte que cette tache paraît en effet être caractéristique pour le Chaetodon melanopus. Mais cette espèce diffère bien autrement du Chaetodon chrysozonus que par cette tache anale. Le contour de sa dorsale n'est pas régulièrement arrondi comme dans le chrysozonus, mais le milieu du bord supérieur est en forme de selle et son bord postérieur presque vertical. Du reste les épines dorsales, dans l'espèce actuelle sont beaucoup plus fortes, les médianes plus longues et plus fortes que les postérieures, tandis que la gaîne squammeuse ne les recouvre pas presqu'entièrement mais seulement à leur partie basale. Puis encore les épines anales aussi sont plus fortes et plus longues, la bande oculaire ne s'y prolonge pas sur la région sous-thoracique médiane, l'ocelle de la dorsale n'y est pas situé plus près de la base que du bord libre de la nageoire, et la bande caudale n'y est pas en forme de tache oblongue mais représente une bande grêle nettement circonscrite. On n'apprend rien de cet ensemble de caractères par la description de Cuvier, et il a fallu un nouvel examen de l'espèce pour pouvoir les faire connaitre.

Le Chaetodon melanopus serait même plus voisin du

Chaetodon modestus Schl., s'il en avait les dents mieux développées et la ligne latérale s'arrêtant au dos de la queue.

Le fait est que ces trois espèces sont fort-voisines l'une de l'autre et que le melanopus tient du modestus par ses épines et du chrysozonus par ses dents et sa ligne latérale. M.- KAUP place le modestus dans le genre Chaetodon tel qu'il le comprend et le chrysozonus dans son genre Coradion, mais je doute que M.- KAUP eut placé ces espèces dans deux genres différents s'il avait connu le melanopus.

Il paraît que le nombre de dix est constant pour les épines dorsales du melanopus et celui de onze pour le modestus. Dans le chrysozonus il varie entre huit et dix, comme je viens de le dire, mais les nombres de 8 et de 10 ne s'observent que dans quelques individus et celui de neuf semble être normal.

Leide, 5 Mai 1862.

GLYPHIDODON WESTERMANI,

UNE

NOUVELLE ESPÈCE DE JAVA.

PAR

M. P. BLEEKER.

Glyphid. corpore orbiculari, altitudine $2\frac{2}{5}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus longitudine, latitudine $2\frac{1}{2}$ circiter in ejus altitudine; capite obtuso convexo 4 et paulo in longitudine corporis, altiore quam longo; linea rostro-frontali declivi rectiuscula; oculis diametro $2\frac{2}{3}$ ad $2\frac{3}{4}$ in longitudine capitis, diametro 1 fere distantibus; linea interoculari convexa; fronte usque inter oculos squamosa; ossibus suborbitalibus alepidotis, sub oculo oculi diametro plus duplo humilioribus vix emarginatis; dentibus maxillis obtusis; maxilla superiore sub oculi dimidio anteriore desinente; squamis praeoperculo biseriatis; praeoperculo subrectangulo angulo rotundato vix vel non crenulato, limbo alepidoto; operculo postice spinis 2 planis; squamis lateribus 25 in serie longitudinali, 2 in serie transversali spinas dorsales anteriores inter et lineam lateralem; linea laterali lateribus singulis squamis tubulo simplice, cauda singulis squamis poro conspicuo notata; pinna dorsali basi squamosa, parte spinosa parte radiosa humiliore, spinis validis mediis quam anticis et posticis longioribus corpore triplo circiter humilioribus, membrana inter singulas spinas parum excisa; dorsali radiosa obtusiuscule rotundata; pinnis pectoralibus acutiuscule rotundatis 4 ad 4 et paulo, ventralibus acutis 4 fere ad 4,

compris V. HASSELT et le genre Pangio, fondé sur le Pangio cinnamomea est le même que VAN HASSELT a nommé Acanthophthalmus. Quant au genre Syncrossus de M.- BLYTH je ne vois pas la nécessité de le séparer du genre Botia Gr.

L'espèce sur laquelle M.- PETERS a fondé le genre Acanthocobitis paraît appartenir en effet à un type distinct à raison de la longueur extraordinaire de la nageoire dorsale mais cette longueur, c'est à dire le nombre des rayons de la dorsale, varie assez notablement dans les espèces du genre Nemacheilus, qui est le plus voisin du genre de M.- PETERS, et l'on peut conserver des doutes sérieux sur la valeur générique de ce caractère aussi longtemps qu'il ne sera soutenu par quelque autre modification importante de l'organisation. Le caractère de la proéminence de l'intermaxillaire et l'échancrure symphysiale de la mâchoire inférieure cité par M.-PETERS de son Acanthocobitis se rencontre aussi dans quelques espèces de Nemacheilus.

Je suis bien convaincu aussi que les deux espèces sur lesquelles j'ai fondé le genre Lepidocephalus appartiennent à deux types génériques bien distincts. Le nom de Lepidocephalus devra rester au Lepidocephalus macrochir; celui du Lepidocephalus Hasseltii pourra être changé en celui de Lepidocephalichthys.

Je ne doute pas non plus qu'on ne trouve d'autres bons types génériques parmi les nombreuses espèces asiatiques de la famille, où il y en a qui se distinguent par une épine sur le devant du museau, par le développement des mâchoires, par une crête osseuse de la tête, par une sorte d'adipeuse derrière la nageoire dorsale etc., mais il serait hasardé de les établir sur les données insuffisantes ou sur un seul caractère. Ce n'est que le Cobitis malapterura Val. de Syrie qui parait justifier, d'après nos connaissances actuelles, une séparation des genres déjà reconnus, tant par le développement extraordinaire de la mâchoire supérieure

SUR LES GENRES DE LA FAMILLE

DES

COBITIOÏDES,

PAR

M.- P. BLEEKER.

Lorsque je proposai, il y a déjà plus de quatre ans *), une nouvelle division générique de la Famille des Cobitioïdes, je n'avais à ma disposition que les espèces indo-archipélagiques et trois ou quatre espèces du Bengale et du Japon. Depuis j'ai exposé cette division dans le 2e volume de mon *Prodrome d'une Faune ichthyologique des Indes orientales néerlandaises*, sans avoir pu disposer de plus de 13 des plus de 80 espèces alors connues. J'ai hésité alors de multiplier les coupes génériques, parcequ'il me paraissait hasardé de les établir sur les données souvent insuffisantes et inexactes des auteurs. Cependant il devient de plus en plus probable que les nombreuses formes de la famille, que nourrit la partie méridionale de l'Asie récèlent plusieurs types génériques, qu'on ne peut jusqu'ici que deviner. L'examen de plusieurs de ces espèces a conduit M.- BLYTH dans les derniers temps à proposer les

*) Séance de la Société Royale des Sciences aux Indes Néerlandaises du 19 Août 1858 (*Nat. Tijdschrift v. Neêrl. Indië*, Dl. XVI, p. 302—304).

genres Syncrossus, Prostheacanthus, Pangio et Apua, et M.- PETERS y a ajouté le genre Acanthocobitis. Le genre Apua est une acquisition remarquable à la science, parcequ'il démontre que les Cobitioïdes ont tout aussi bien leurs espèces sans nageoires ventrales que les Cyprinodontoïdes et les Siluroïdes.

Il m'a paru nécessaire de comparer les Cobitioïdes de l'Inde archipélagique avec ceux de l'Europe et de revoir la nomenclature de leurs genres.

Un premier résultat, auquel m'a conduit cette comparaison, a été la certitude que mes espèces de Cobitichthys ne diffèrent pas génériquement du Cobitis fossilis L. Le Misgurne n'est ni un vrai Cobitis, ni un vrai Acanthopsis (dans le sens de M.- AGASSIZ). Il appartient bien certainement à un genre distinct, nommé mais mal défini par M.- LACÉPÈDE. Il n'a pas l'épine sous-orbitaire libre mais entièrement cachée sous la peau sous-orbitaire, qui ne montre pas une véritable fente mais tout au plus une petite fossette ou dépression, qui même ne se voit pas dans tous les individus, ni dans plusieurs autres espèces. L'épine sous-orbitaire dans le genre Misgurnus n'a plus la valeur, qu'elle possède dans plusieurs autres genres, où elle peut s'ériger librement à l'extérieur de la peau. Assez développée dans le Misgurne de l'Europe elle manque tout-à-fait ou n'existe qu'à l'etat rudimentaire dans les espèces asiatiques connues.

De ce que je viens de dire il résulte, que le nom de Cobitichthys ne saurait être conservé et devra être remplacé par celui de Misgurnus. Les espèces, qui appartiennent à ce genre, se distinguent par plusieurs autres caractères encore du genre dont le type est le Cobitis taenia L., toutes ayant de 10 à 12 barbillons, la dorsale située à la moitié postérieure du corps, les écailles du corps relativement plus grandes et la caudale (toujours arrondie) se prolongeant considérablement en carène sur le haut et sur le bas de la queue.

Cirri 6 rostrales 4, supramaxillares 2. Spec. typ. *Cobitis taenia* L.

δ' Spina suborbitalis longe ante oculum sita.

Acanthopsis v. Hass. = Prostheacanthus Blyth.

Rostrum valde acutum elongatum suilloideum. Cirri 8, rostrales 2, supramaxillares 4, inframaxillares 2. Spec. typ. *Acanthopsis dialyzona* v. Hass.

†' Pinna dorsalis ventrales inter et analem sita

Acanthophthalmus v. Hass. = Pangio Blyth.

Corpus valde compressum. Cirri 6, rostrales 2, supramaxillares 4. Vesica natatoria nulla. Spec. typ. *Acanthophthalmus fasciatus* v. Hass.

bb. Caput squamosum. Vesica natatoria nulla.

† Vertex squamosus. Corpus maxime compressum. Cirri 6, rostrales approximati 4, supramaxillares 2.

Lepidocephalus Blkr.

Pinnae dorsalis medio ventrales inter et analem, ventrales in dimidio corporis posteriore sitae, pectorales falcatae. Spec. typ. *Lepidocephalus macrochir* Blkr.

†' Vertex alepidotus. Corpus leviter compressum. Cirri 6 vel 8, rostrales 4, supramaxillares 2, inframaxillares interdum 2.

Lepidocephalichthys Blkr.

Pinnae, dorsalis vix post ventrales in dimidio corporis anteriore sita, pectorales non falcatae. Spec. typ. *Lepidocephalichthys Hasseltii* Blkr.

b. Spina suborbitalis libera nulla. Cirri 10 ad 12.

Pinna dorsalis pauciradiata.

Misgurnus Lac. = Cobitichthys Blkr.

Corpus elongatum compressum. Pinnae, dorsalis post medium corpus sita, caudalis superne et inferne antrorsum in carinam producta. Sp. typ. *Misgurnus fossilis* Lac.

II. Pinnae ventrales nullae. Spina infraorbitalis libera oculo approximata.

Apua Blyth.

Pinna dorsalis in posteriore quarta corporis parte sita, brevis. Cirri 6. Spec. typ. *Apua fusca* Blyth.

Les espèces de la famille jusqu'ici connues, sont les suivantes.

Species Cobitioïdeorum hucusque cognitae.

Botia grandis Gr. = Cobitis grandis Val. = Hymenophysa grandis Blkr.................... Almoroh.
" dario Blyth = Cobitis dario Ham. Buch. = Schistura dario McCl. = Diacantha flavicauda Swns......... .... Beng., Assam.
" geto Blyth = Cobitis geto Buch. = Schistura geta McCl. = Diacantha zebra Swns...... Beng., Assam.
" Blythi Blkr = Schistura grandis McCl. = Syncrossus grandis Blyth..................... Khasya mont.
" Berdmorei Blkr = Syncrossus Berdmorei Blyth (an fors. ead. spec. ac Schistura grandis McCl ??) .... Tenasserim.
" nebulosa Blyth .... Darjeling.
" histrionica Blyth.......................... Tenasserim.
" curta Blkr = Cobitis curta Schl. = Hymenophysa curta Blkr................... ... Japonia.
" hymenophysa Blkr = Cobitis hymenophysa Blkr = Hymenophysa MacClellandi Blkr.. Java, Sumatra.
" macracanthus Blkr = Cobitis macracanthus Blkr = Hymenophysa macracanthus Blkr. Sumatra, Borneo

Somileptes gongota Blkr = Cobitis gongota Ham. Buch. = Cobitis oculata McCl. = Somileptes bispinosa Swns. = Acanthopsis? gongota Blkr.................... Bengala.
Paracobitis malapterurus Blkr = Cobitis malapterura Val........................... Syria.
Acanthocobitis longipinnis Pet..... .... Hind.
" pavonacea Blkr = Cobitis pavonacea McCl (an ead. ac sp. praec.?).... Hind.
" ? rubidipinnis Blkr = Cobitis rubidipinnis Blyth..................... Tenasserim.
" ? semizonata Blkr = Cobitis semizonata Blyth...................... Tenasserim.
" ? bilturio Blkr = Cobitis bilturio Ham Buch. = Cobitis ocellata McCl... Beng.
" ? monoceros Blkr = Cobitis monocera McCl...................... Assam.
" ? Ruppelli Blkr = Cobitis Ruppelli Syk........................... Deccan.
" mooreh Blkr = Cobitis mooreh Syk............................. Deccan.
Nemacheilus fasciatus v. Hass. = Cobitis chrysolaimos K. v. H. = Cobitis fasciata Val. = Cobitis suborbitalis Val. = Cobitis Pfeifferi Blkr..................... Java, Sumatra.
" Jaklesi Blkr = Cobitis Jaklesi Blkr. Sumatra.
" barbatulus Blkr = Cobitis Furstenbergii Fitz....................... Eur.,As.occ. sept.
" nurga Blkr = Cobitis nurga Nordm. = Cobitis merga Krynick............. Russia mer.
" frenatus Blkr = Cobitis frenata Heck. Syria.
" panthera Blkr = Cobitis panthera Heck. Syria.
" insignis Blkr = Cobitis insignis Heck. Syria.
" tigris Blkr = Cobitis tigris Heck..... Syria.
" leopardus Blkr = Cobitis leopardus Heck............................. Syria.
" argyrogramma Blkr = Cobitis argyrogramma Heck.................... Syria.
" persus Blkr = Cobitis persa Heck.... Persia.
" marmoratus Blkr = Cobitis marmorata Heck........................ Cashmir.
" vittatus Blkr = Cobitis vittata Heck. Cashmir.
" arenatus Blkr = Cobitis arenata Val. Hindost.
" scaturiginus Blkr = Cobitis scaturigina Ham. Buch. = Schistura scaturigina McCl............................ Beng., Assam
" ? turio Blkr = Cobitis turio Ham. Buch. = Acoura argentata Swns. = Cobitis gibbosa McCl..................... Bengala.

Nemacheilus savona Blkr = Cobitis savona Ham. Buch. = Acoura obscura Swns. = Schistura savona McCl............ Bengala.
„ corica Blkr = Cobitis corica Ham. Buch. = Acoura cinerea Swns. = Schistura punctata McCl. ....
„ montanus Blkr = Schistura montana McCl. = Cobitis montana Val. = Acanthopsis montanus Blkr............. Bengala.
„ notostigma Blkr, sp. nov............ Ceylon.
„ zonalterans Blkr = Cobitis zonalterans Blyth........................ Tenasserim.
„ cincticauda Blkr = Cobitis cincticauda Blyth............................ Tenasserim.
„ rupecula Blkr = Schistura rupecula McCl. = Cobitis rupecula Val...... Bengala.
„ ??boutanensis Blkr = Cobitis boutanensis McCl....................... Bengala.
„ zonatus Blkr = Schistura zonata McCl = Cobitis zonata Val................ Assam.
„ ?chlorosoma Blkr = Cobitis chlorosoma McCl......................... Assam.
„ subfuscus Blkr = Sehistura subfusca McCl. = Cobitis subfusca Val...... Assam.
„ ?? phoxocheilus Blkr = Cobitis phoxocheila McCl...................... Assam.
„ ??guttatus Blkr = Cobitis guttata McCl. Assam.
„ spilopterus Blkr = Cobitis spiloptera Val.............................. Cochin China.

Cobitis taenia L. = Cobitis aculeata Gesn. Rond. = Taenia cornuta Will. = Cobitis oxyrhynchus Gesn. = Acanthopsis taenia Selys = Botia taenia Yarr...................... Eur., As. sept.
„ elongata Heck. Kner = Acanthopsis elongatus Blkr........................... Europa.
„ Schlegeli Blkr = Cobitis taenia japonica Schl....... .... Japonia.
„ linea Blkr = Acanthopsis linea Heck..... Persia.
„ ?armata McCl. = Acanthopsis ? armatus Blkr. Afghanistan.
„ ?maya Sykes = Acanthopsis? maya Blkr.. Deccan.
„ guntea Ham. Buch. = Canthophrys guttatus Swns. = Acanthopsis guntea Blkr....... Beng., Assam.
„ amnicola Val. = Acanthopsis amnicola Blkr. Bengala.
„ ? cucura Blkr = Cobitis cucura Ham. Buch. = Canthophrys albescens Swns. = Acanthopsis? cucura Blkr....................... Bengala.
„ aculeata Val. = Schistura aculeata McCl. = Acanthopsis? aculeatus Blkr............ Assam.

Cobitis botia Ham. Buch. = Cobitis bimucronata McCl. = Somileptes unispina Swns. = Acanthopsis? botia Blkr................ Bengala.
" Berdmorei Blkr = Acanthopsis Berdmorei Blyth................................. Tenasserim.
" micropogon Blkr = Acanthopsis micropogon Blyth.............................. Tenasserim.
Acanthopsis dialyzona v. Hass. = Cobitis macrorrhynchos Blkr...................... Java, Borneo.
" choirorrhynchos Blkr = Cobitis choirorhynchos Blkr........................... Sumatra.
" spectabilis Blkr = Prostheacanthus spectabilis Blyth........................... Tenasserim.
Acanthophthalmus fasciatus v. Hass. = Cobitis Kuhlii Val.......................... Java, Sumatra.
" javanicus K. v. H. = Cobitis oblonga K. v. H., Val.................. Java.
" pangia Blkr = Cobitis pangia Ham. Buch.=Cobitis cinnamomea McCl.= Canthophrys rubiginosus Swns = Pangia cinnamomea Blyth........ Bengala.
Lepidocephalus macrochir Blkr = Cobitis macrochir Blkr................... .... Java.
Lepidocephalichthys Hasseltii Blkr = Cobitis Hasseltii Val. = Cobitis octocirrhus v. Hass.?................. Java.
" thermalis Blkr = Cobitis thermalis Val............................ Ceylon.
" ?balgara Blkr = Cobitis balgara Ham. Buch. = Schistura bulgara McCl. = Canthophrys olivaceus Swns........................... Bengala.
Misgurnus fossilis Lac. = Cobitis fossilis L. = Acanthopsis fossilis Ag................... Eur., As. occ
" micropus Blkr = Cobitis micropus Val. China.
" anguillicaudatus Blkr = Cobitis anguillicaudatus Cant. = Cobitichthys anguillicaudatus Blkr........................ China.
" pectoralisBlkr= Cobitis pectoralis McCl. = Cobitichthys pectoralis Blkr.......... China.
" bifurcatusBlkr= Cobitis bifurcatus McCl.= Cobitichthys bifurcatus Blkr.......... China.
" decemcirrosus Blkr = Cobitis decemcirrosus Basil. = Cobitichthys decemcirrosus Blkr............................ China.
" ?psammismus Blkr = Cobitis psammismus Rich. = Cobitichthys? psammismus Blkr.............................. China.

Misgurnus rubripinnis Blkr = Cobitis rubripinnis Schl. (nec Blkr ol.) = Cobitichthys rubripinnis Blkr........................ Japonia.
„ maculatus Blkr = Cobitis maculata Schl. = Cobitichthys maculatus Blkr.......... Japonia.
„ enalios Blkr = Cobitis rubripinnis Blkr ol. (nec Schl.) = Cobitichthys enalios Blkr. Japonia.
„ dichachrous Blkr = Cobitichthys dichachrous Blkr......................... Japonia.
„ polynema Blkr = Cobitichthys polynema Blkr............................... Japonia.
„ barbatuloides Blkr = Cobitis barbatuloides Blkr = Cobitichthys barbatuloides Blkr............................ Borneo.
Apua fusca Blyth................................ Tenasserim.
Gen. dub. Cobitis zebrata Cast.................... Prom. B. Spei.
„ „ „ punctifer Cast.................. Prom. B. Spei.
Quid Aperioptus pictorius Rich.?................. Borneo.

SPECIES FOSSILES.

Nemacheilus? centrochir = Cobitis centrochir Ag. Oening.
„ ? cephalotes = Cobitis cephalotes Ag. Oening.
„ ? longiceps = Cobitis longiceps Ag. Mombach.
„ ? .... ?
Cobitis? angusta = Acanthopsis angustus Ag...... Oening.

On voit que des doutes restent par rapport aux vrais genres de plusieurs espèces de la liste. Ni les descriptions ni les figures qui en existent peuvent éclaircir suffisamment ces doutes parce qu'elles sont on trop superficielles on d'une exactitude douteuse

Si par exemple la figure du Cobitis turio est exacte, on pourrait y trouver un genre distinct voisin du genre Botia par sa physionomie, se rapprochant du genre Nemacheilus par l'absence d'épine sousorbitaire libre, mais se distinguant de tous les deux par la position des ventrales en arrière de la nageoire dorsale. D'autres espèces qui méritent d'être examinées de nouveau par rapport aux affinités génériques, sont le Cobitis guttata McCl., le Cobitis

chlorosoma McCl., le Cobitis phoxocheila McCl., le Cobitis botia Ham. Buch. etc. — Sir JOHN RICHARDSON a publié dans la partie ichthyologique du » Zoology of the Voyage of H.M.S. Samarang la figure d'un petit poisson de Bornéo qu'il a nommé Aperioptus pictorius qui pourrait bien appartenir à la famille des Cobitioïdes et à un genre voisin des Acanthophthalmus de VAN HASSELT ou des Misgurnus Lac. Mais Sir JOHN RICHARDSON n'a examiné ce poisson que superficiellement, le dessinateur l'ayant fait perdre après qu'il en avait fait une esquisse. C'est une espèce et un genre encore problématiques qu'il importe de retrouver et de bien déterminer. — Quant aux deux espèces de Cobitis du Cap de bonne espérance, indiquées par M. le Comte de Castelnau dans son Mémoire sur les Poissons de l'Afrique australe, il est impossible de les rapprocher des genres établis sur les données qu'il en a publiées.

Leide, Septembre 1862.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 25sten OCTOBER 1862.

Tegenwoordig de Heeren: C. J. MATTHES, W. VROLIK, E. H. VON BAUMHAUER, R. VAN REES, P. HARTING, F. J. STAMKART, J. P. DELPRAT, J. G. S. VAN BREDA, A. H. VAN DER BOON MESCH, A. W. M. VAN HASSELT, J. VAN DER HOEVEN, D. BIERENS DE HAAN, P. BLEEKER, C. A. J. A. OUDEMANS, W. C. H. STARING.

De Heer MATTHES, Onder-Voorzitter, neemt het Voorzitterschap waar in plaats van den Heer SIMONS, door ongesteldheid afwezig.

Het Proces-Verbaal van de gewone Vergadering van den 27sten September j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Worden gelezen brieven van de H.H. VERDAM, VAN OORDT, DONDERS, SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, strekkende ter verontschuldiging over het niet bij-

wonen dezer Vergadering. — Aangenomen voor berigt.

- - - - -

Wordt gelezen een brief van H.H. Curatoren der Hoogeschool te Leiden, gedagteekend Leiden 6 October 1862, strekkende tot berigt, dat door den eersten Bibliothekaris der Hoogeschool aan de Akademie zullen worden gezonden zeven exemplaren van het *Museum Anatomicum*, en tien van de *Tabulae Craniorum* van wijlen E. en G. SANDIFORT. Aangenomen voor berigt.

- - - - -

Wordt gelezen een brief van de H.H. STAELIN en HAUFF, Conservatoren der Openbare Koninklijke boekerij te Stuttgart, gedagteekend Stuttgart, 30 September 1862, waarin, onder aanbieding in ruil van nader opgegeven boekwerken, toezending wordt verzocht der door de Akademie uitgegeven werken.

Wordt besloten, dit aanbod aan te nemen en de Secretaris gemagtigd tot het ten uitvoer brengen van dit besluit.

- - -

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschen van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 29 September 1862, N°. 214, 3e Afd.); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 2 October 1862, N°. 199, 11e Afd.); 3°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 7 October 1862, N°. 109, 6e Afdeeling); 4°. Burgemeester der gemeente Nijmegen (Nijmegen, 1 October 1862, N°. 57); 5° B. DUPRAT, in naam

van het Staats-Ministerie te Parijs: 6°. A. MUHRY, (Göttingen, Augustus 1862); 7°. C. NEUMANN, Secretaris der Naturforschende Gesellschaft te Halle (Halle, 16 Augustus 1862); 8°. GOEPPERT, Voorzitter der Schlesische Gesellschaft für Vaterländische Cultur (Breslau, 20 Julij 1862); 9°. RENARD, Eersten Secretaris der Société Impériale des Naturalistes de Moscou (Moscou, $^{15}/_{27}$ Junij 1862); 10°. J. M. L. COELHO, Secretaris der Academia Scientiarum lusitana (Lissabon, 25 April 1862).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. A. N. GODEFROY, Secretaris der Maatschappij tot Bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, October 1862, N°. $^{88}/_{1158}$ en October 1862, N°. $^{135}/_{1153}$); 2°. GUNNING, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, October 1862); 3°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap te Utrecht (Utrecht, October 1862); 4°. D. T. VAN DER PANT, Eersten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 30 September 1862); 5°. W. C. BACKER, Secretaris van Curatoren van het Athenaeum Illustre (Amsterdam, 29 September 1862); 6°. ROST VAN TONNINGEN, Correspondent der Akademie (Madjalengka op Cheribon, 30 Julij 1862); 7°. KRAUSS, Secretaris van het Verein für Vaterländische Naturkunde in Würtemberg (Stuttgart, 16 October 1862); 8°. KIRCH-

BAUM, Secretaris des Vereins für Naturkunde in Herzogthum Nassau (Wiesbaden, 1 April 1862); 9e. NEUMANN, Secretaris der Naturforschende Gesellschaft zu Halle (Halle, 16 Augustus 1862).

Wordt gelezen een brief van den Heer SNELLEN VAN VOLLENHOVEN (Leiden, 20 October 1862), ten geleide van eene voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden Verhandeling, onder den titel van: *Beschrijving van eenige nieuwe soorten van Diptera.* — Zij wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

Worden gelezen twee brieven van den Heer BLEEKER (Leiden, 4 en 21 October 1862), ten geleide van de volgende Verhandelingen voor de *Verslagen en Mededeelingen*:

1°. *Treizième mémoire sur la faune ichthyologique de l'île d'Amboine.*

2°. *Glyphidodon Westermanni, une nouvelle espèce de Java.*

3°. *Sur les genres de la Famille des Cobitioïdes.*

Zij worden gesteld in handen der Commissie van Redactie.

Wordt gelezen een Verslag, ingezonden door den Heer CONRAD, Ingenieur van den Waterstaat te Alkmaar, ten geleide van hout, dat, door de bewerking met creosoot, tegen den Paalworm blijkt beveiligd te zijn.

Van het ter Vergadering gebragte hout wordt met belangstelling kennis genomen. Het verslag wordt

gesteld in handen van de Commissie over den Paalworm. Den Heer CONRAD zal voor zijne heusche mededeeling dank worden gezegd, onder aanbeveling voor het vervolg.

De Secretaris berigt van den Heer P. VAN DER STERR (Amsterdam, 9 October 1862) ontvangen te hebben Tabellen van waargenomen waterhoogte, welke hij der Commissie over de daling van den bodem in Nederland heeft ter hand gesteld.

De Secretaris berigt, dat de aangeboden Verhandelingen door de H.H. BLEEKER en SNELLEN VAN VOLLENHOVEN door de Commissie van Redactie zijn aangenomen.

De Heer STAMKART draagt eenige *mededeelingen* voor omtrent *het Amsterdamsche Peil*, welke hij voor de *Verslagen en Mededeelingen* bestemt. Zij worden gesteld in handen der Commissie van Redactie.

De Heer STAMKART draagt, ter beantwoording der vraag van de Regering in het Groot-Hertogdom Nassau, eene Nota voor *over de middelbare hoogte der zee met betrekking tot het Amsterdamsche Peil, gewoonelijk aangewezen door de letters A. P.* Wordt besloten, dat deze Nota, ter beantwoording van den brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken van 30 Augustus j.l., 3° Afdeeling, N°. 128, met zijne Bijlagen, onder begeleidend schrijven Zijner Excellentie zal worden aangeboden en dat zij voorts zal

worden opgenomen in de *Verslagen en Mededeelingen.*

De Heer OUDEMANS draagt het volgende Verslag voor over den in zijne handen gestelden brief van den Heer C. A. VAN SYPESTEYN.

In gevolge den mij op onze jongste Vergadering opgedragen last, om de Natuurkundige Afdeeling der Akademie te dienen van berigt, voorlichting en raad aangaande een haar gerigt schrijven van den Heer C. A. VAN SYPESTEYN, welk schrijven mededeelingen bevatte omtrent eenige West-Indische houtsoorten, en wel bepaaldelijk aangaande het *Yari-yari, Pritiyarie* en *Kakaralli* of *Manbarklak* — en mij met een daartoe behoorend stuk *Manbarklak* werd ter hand gesteld, heb ik de eer, de volgende opmerkingen aan uwe Vergadering voor te dragen:

1°. dat het schrijven van den Heer VAN SYPESTEYN den twijfel aangaande dat, wat de auteur van den naamloozen brief, opgenomen in de *Verslagen en Mededeelingen*, Deel XIII, bl. 324 en 325, onder den naam van *Yari-yari* bedoeld heeft, niet oplost.

2°. dat daaruit echter, even als uit vroegere geschriften van denzelfden schrijver, op nieuw blijkt, dat het *Yari-yari* en het *Manbarklak* of *Kakaralli* niet identiek zijn.

3°. dat er weleer op last der Regering met de laatste houtsoort, die afgeleid wordt van *Lecythis Ollaria,* proeven genomen zijn met het doel om uit te vorschen, of werkelijk het *Manbarklak* niet door den Paalworm zou worden aangetast.

Uit deze opmerkingen vloeit, naar mijn oordeel, voort, dat, voor 't oogenblik, alleen de mededeeling van den Heer VAN SYPESTEYN, vermeld sub N°. 3, voor de Akademie van belang kan worden geacht. En ofschoon het

mij nu uit het 3de Verslag over den Paalworm, opgenomen in Deel XIII der *Verslagen en Mededeelingen*, gebleken is, dat de uitkomsten der proeven, genomen met het *Manbarklak*, der Commissie voor den Paalworm niet geheel onbekend zijn — daar zij toch op bl. 322 van voornoemd Deel verzekert, dat een stuk *Manbarklak*, hetwelk aan het Nieuwe Diep 3 jaar lang in 't water gelegen had, vrij sterk door den Paalworm was aangetast — zoo meen ik toch, in 't belang der door ons ter harte genomene zaak, te moeten adviseren, den brief van den Heer VAN SYPESTEYN, met het daartoe behoorende stuk hout, in handen te stellen der zoo even genoemde Commissie, opdat zij, naar aanleiding van dat schrijven, al die stappen zou kunnen doen, welke haar noodig en nuttig zouden kunnen voorkomen, om op afdoende wijze aangaande de aan het *Manbarklak* toegeschrevene bijzondere eigenschappen te worden ingelicht.

Wordt dienovereenkomstig besloten, den Heer VAN SYPESTEYN dank te zeggen voor zijne mededeeling en zijnen brief met het bijgaande hout en het verslag van den Heer OUDEMANS in handen te stellen van de Commissie over den Paalworm, opdat zij daarmede handele, gelijk zij zal bevinden te behooren.

De Heer MATTHES deelt zijne beschouwingen mede over den brief van den Heer TOMASINI met het daarbij behoorende nummer van de *Staats-Courant* van het Italiaansche rijk, ter jongste Vergadering in zijne handen gesteld. Spreker leidt daaruit de volgende conclusiën af:

1°. De voorgestelde verbetering van den Heer TOMASINI aan de luchtpomp is de verwezentlijking van

nomen zijn van de *achterste* ledematen der gewervelde dieren. De pooten der insecten zijn echter alle aan de borst gehecht, en SUNDEVALL leidt daaruit af, dat de benamingen voor het onderscheiden der deelen van de voorste ledematen der gewervelde dieren behoorden ontleend te worden. Hij wil dus voor *coxa* den naam *humerus* hebben in plaats gesteld, *cubitus* voor *femur*, *carpus* voor *tibia* (bij de insecten is dit deel *carpus* en *metacarpus* te gelijk, bij de *Arachniden* kan men hier twee leden en derhalve *carpus* en *metacarpus* onderscheiden); den naam *tarsus* eindelijk wil hij weder door de vroegere benaming van *digitus* zien vervangen.

SUNDEVALL is van oordeel, dat deze veranderingen geene grootere zwarigheden aanbieden, dan de benaming *tibia*, die thans algemeen gegeven wordt aan een deel der pooten van de vogels, 'twelk bij vroegere Schrijvers vrij algemeen *femur* werd genoemd.

Tegen deze beschouwing intusschen kan men gewigtige bedenkingen inbrengen. Dat de naam van *tibia* bij de beschrijving van den vogel algemeen den naam van *femur* verdrongen heeft, is daaraan toe te schrijven, dat het lid der pooten, 'twelk daardoor wordt aangeduid, inderdaad de *tibia* is, en volkomen aan dat deel bij Reptiles en Zoogdieren beantwoordt. De *tibia* der vogels is *homoloog* met de *tibia* van den mensch. De vergelijking met overeenstemmende deelen was bij den vroegeren naam van *femur* over het hoofd gezien; eveneens werd die overeenstemming veronachtzaamd in sommige dissertatiën, die in 't begin dezer eeuw onder RUDOLPHI te Berlijn werden uitgegeven, waar, bij het skelet der *Ranae*, het lange been, dat op het *os femoris* volgt, *crus secundarium* genoemd is, terwijl twee daarop volgende beenderen, die even als eene *tibia* en *fibula* naast elkander liggen, ook als zoodanig genoemd worden. Het *crus secundarium* ondertusschen is ontstaan uit de

zaâmvergroeide *tibia* en *fibula*, en de beenderen, die als zoodanig in die akademische geschriften aangeduid worden, zijn beenderen van den *tarsus*.

Maar de extremiteiten der insecten zijn geene *homologe* deelen met de extremiteiten der gewervelde dieren, en kunnen met evenveel of ook met even weinig regt met de achterste als met de voorste ledematen der gewervelde dieren vergeleken worden.

De benamingen *coxa*, *femur*, *tibia* en *tarsus* voor deelen van een poot bij een insect zijn slechts benamingen om deze deelen *te onderscheiden;* als men ze uit het oogpunt der vergelijkende ontleedkunde beschouwt, als men er eene beteekenis aan geven wil, die ze niet bezitten, zijn ze onjuist. Maar de benamingen, die SUNDEVALL er voor in plaats wil stellen, zijn niets beter. Daar dus de grond tot verandering op eene misvatting berust, en met verandering niets gewonnen wordt, blijve het liever tot vermijding van verwarring bij het oude.

De Heer STARING doet de volgende mededeeling:

Ik heb eene lijst van de in 1854 gevonden Diatomeën gegeven in den *Bodem van Nederland*, Deel I, blz. 263.

Sedert dien tijd heb ik aanhoudend slibben en kleisoorten verzameld, in de hoop van in de gelegenheid te zijn om die te onderzoeken en daardoor de lijst te completeren; niet alleen om de kennis te vermeerderen van de inlandsche microscopische dieren, maar vooral ook om de juiste wording te verklaren van vele onzer Nederlandsche gronden.

Het is mij thans gelukt om ruim 200 stalen van die verzamelde slibben en kleisoorten te doen onderzoeken. De Heer Dr. E. PIAGET, te Rotterdam, heeft dat zeer omslag-

tige werk volbragt en mij de resultaten van zijn werk medegedeeld.

Wijze van de stalen te behandelen:

Oplossen in water.

Uitkoken in acid. muriaticum.

" " acid. nitricum.

Afspoelen door een kolom water van een el hoog.

De overblijfsels dan, naar gelang ze meer of minder spoedig bezonken, verzameld en gedetermineerd.

Zwarigheden die te overwinnen zijn en de redenen waarom er bij vele stalen niets gevonden is.

De Heer PIAGET heeft Diatomeën gevonden in:

Opgebaggerde zeeslibben.

Dollart 2 stalen	2
Lauwerzee	1
Ameland	1
Texel	3
Wieringen	3
Medemblik	3
Enkhuizen	4
Urk	1
IJ	3
Elburg	3
Lemmer	2
Workum	2
Makkum	3
Harlingen	3
Rozenburg	8
Schiedam	1
Klei uit zeepolders.	
Finsterwolder Polder	1
Wieringen Nieuwland	1
Dordrecht	2

Oude zeeaanslibbingen.	
Ten Boer	1
Leeuwarden	6
Nieuwe diep	4
Beemster	1
Assendelfsche Polder.	1
Purmer	1
Sloterpolder	1
Onder Haarlem	1
Haarlemmermeer	5
Listerbroek.	1
Kralingen 1 tot 5 el	2
Boorputten in oude zeeaanslibbingen.	
Nieuwe diep 10 el	1
Amsterdam	1
Kralingen 8 en 9 el	4
Rivierklei.	
Voorhout	1
	78

In deze stalen heeft de Heer PIAGET 128 species van Diatomeën aangetroffen.

Het voornaamste resultaat is, dat alle de oude kleiaanslibbingen onzer droogmakerijen, op 4 el en dieper onder A. P. liggende, zuivere *zee*aanslibbingen zijn.

Ik ben van voornemen om een nieuwen Catalogus der verzameling van 't Paviljoen op te maken en vele daarin op te nemen."

De Heer OUDEMANS deelt mede, dat een mannelijk en vrouwelijk exemplaar van *Encephalartus* ALTENSTEINII, naast elkander staande in den Hortus

Botanicus te Amsterdam, in bloeijenden toestand verkeeren.

Wegens het gevorderde uur wordt eene voordragt van den Heer VAN BREDA over *Meteoorijzer* uitgesteld tot de volgende Vergadering.

De Vergadering wordt gesloten.

NOTA

OVER

DE MIDDELBARE HOOGTE DER ZEE

MET BETREKKING TOT HET

AMSTERDAMSCHE PEIL,

GEWOONLIJK AANGEWEZEN DOOR DE LETTERS A. P.

DOOR

F. J. STAMKART.

Het was op het einde der 17[de] eeuw (1681—1683), dat te Amsterdam nieuwe waterkeeringen gemaakt werden, bestaande in dijken, van afstand tot afstand van sluizen voorzien, ten einde aan het zee- of IJwater bij hooge vloeden den toegang tot de stadskanalen of grachten te beletten, en overstroomingen te voorkomen. Bij elk der bedoelde sluizen moeten peilschalen gestaan hebben, waaraan de hoogte van het water kon gezien worden, ten einde te weten of de deuren gesloten moesten worden of geopend konden blijven. — Deze oude peilschalen zijn echter thans niet meer aanwezig, maar daarentegen bestaat, sedert het jaar 1700, of mogelijk reeds vroeger, alhier eene inrigting, waar, tot regeling van het sluiten of openzetten der sluisdeuren, geregeld van uur tot uur, gedurende den dag, en van half uur tot half uur, des nachts, de stand van het

water wordt opgeteekend. De plaats waar dit geschiedt heet het *Waterkantoor*. Het was, tot voor korten tijd geleden, een onaanzienlijk gebouwtje, staande op palen boven het water, zoodat de stand van het water waargenomen kon worden, eenvoudig door het steken van een verdeelden peilstok door een gat in den vloer. De plaats tot waar de stok bevochtigd werd wees den stand van het water aan. Elke peiling werd zorgvuldig in een register opgeteekend, en zoo is eene verzameling van waargenomen waterstanden ontstaan, onafgebroken voortgaande van den eersten Januarij 1700 tot op dezen dag. — Het gebouwtje, dat meer dan anderhalve eeuw gediend heeft, is in het voorgaande jaar 1861 afgebroken en door een ander meer doelmatig ingerigt, schoon toch nog slechts tijdelijk gebouw vervangen geworden.

De opteekeningen van de waterstanden zijn steeds geschied ten opzigte van het *Amsterdamsche peil* of het A. P. De oorspronkelijke bepaling of definitie van dit punt was, dat het zoude overeenstemmen met den *middelbaren stand van hoog water*, of *volzee*, of anders gezegd, zoo als men zich vroeger uitdrukte, met de *hoogte van eenen dagelijkschen vloed*. Dit punt is in de voornoemde sluizen of waterkeeringen — althans tot in het jaar 1812 — niet regtstreeks aangewezen geworden, maar in de muren der bedoelde sluizen zijn marmeren steenen gemetseld, in elke waarvan eene *horizontale lijn* gegraveerd is, met een opschrift, luidende: *Zeedijks Hooghte zijnde Negen voet vijf duym boven Stadts Peyl.* — De steenen met de merken van zeedijkshoogte moeten bij het bouwen der sluizen reeds geplaatst, dat is voor ongeveer 1¾ eeuw ingemetseld zijn. — Deze merken, 5 in getal, liggen, blijkens herhaalde waterpassingen, op zeer *weinige millimeters* na, alle in eenzelfde horizontaal vlak, zoodat er, den tijd in aanmerking genomen toen zij gezet zijn, allezins reden is

om de zorgvuldigheid te roemen, waarmede in die lang verloopen dagen, de merken van *zeedijkshoogte* gesteld zijn. Wat deze hoogte zelf betreft, het was, volgens het opschrift, de hoogte van de kruin der zeedijken om de Zuiderzee, maar zij stemde overeen met de hoogte van den deksteen der zeesluis te Muiden, eene kleine stad, gelegen op omtrent 3 uren afstands van Amsterdam, aan de Zuiderzee.

Het *Amsterdamsche peil* is op deze wijze door de steenen van zeedijkshoogte, en door de bepaling, dat de merken 9 voet 5 duim, Amsterdamsche maat, overeenkomende met 2,676 meter, boven het A. P. staan, volkomen goed bepaald. De definitie, dat het A. P. moet aanwijzen de *middelbare vloedhoogte voor de stad*, doet daarbij de plaats van dit merk met betrekking tot het *middelbaar vlak der zee* kennen, te weten dat A. P. het *gemiddeld halve verschil* tusschen hoog en laag water, boven dit middelbare vlak gelegen, moet zijn. Het gemiddelde halve verval van het water in het IJ voor de stad beloopt 158 mm. Alzoo zoude *A. P.* 0,158 *Meter boven het middelbare vlak der zee gelegen zijn.*

Om evenwel meer naar eisch de vraag van het Nassausche Gouvernement te beantwoorden, zal het noodig zijn resultaten van waarnemingen mede te deelen, die den stand van het *punt, van waar de waterpassingen naar de grenzen van Nederland zijn uitgegaan,* boven het middelbaar vlak der zee doen kennen. De Akademie bevindt zich in staat ook deze vraag door de welwillendheid der stedelijke regering te Amsterdam, en in het bijzonder van den Heer J. J. TEDING VAN BERKHOUT, Wethouder belast met de publieke werken, te kunnen beantwoorden. Op verzoek der Akademie is uit het genoemde register der waterstanden, waargenomen aan het Stads-Waterkantoor, een gemiddelde uitgerekend van de hoogte van den vloed en van de eb, voor twee reeksen van 18 jaren, als:

1° van 1700 tot en met 1717,
2° van 1843 tot en met 1860.

en voorts ook nog van een twaalftal jaren, gelegen tusschen deze grenzen. Men heeft van maand tot maand de twee vloed- en ebhoogten van elk etmaal, ieder in eene som vereenigd en daaruit de *gemiddelde vloed- en ebhoogte der maand* opgemaakt, en aldus voortgegaan voor eene tijdruimte te zamen van 48 jaren.

De gemiddelde vloedhoogte van het eerste tijdvak, waarvan het *begin van* 1709 het midden is, is gevonden 1 mm. onder A. P.; waaruit volgt, dat de toen gebruikte schaal werkelijk zeer nabij den juisten stand volgens de definitie van het A. P. gehad heeft. Het resultaat van het tweede tijdvak van 18 jaren, waarvan het midden overeenstemt met het *begin van* 1852, is niet zoo overeenstemmend: het is, dat de *middelbare vloedhoogte* 97 mm. boven het *nulpunt* der schaal gestaan heeft.

Bij gelegenheid dat het oude Waterkantoor zoude afgebroken worden, in 1861, is echter zorg gedragen om dit *nulpunt* vooraf te vergelijken met de merken van *zeedijkshoogte*, en is door herhaalde waterpassingen bevonden, dat deze *nul* 79 mm. *lager* geplaatst was dan 9 voet 5 duim onder het gemiddeld vlak, gaande door de drie meest nabij gelegen merken, te weten van de *Kraans-*, *Kolks- en Nieuwebrugs waterkeeringen* (welke drie merken zeer nabij gelegen zijn, respectievelijk op + 3, — 1½ en — 1½ mm., boven en onder laatstgenoemd vlak).

Wij stellen dus voor de waarschijnlijke correctie van het nulpunt der schaal, waaraan de waarnemingen van 1843 tot 1860 gedaan zijn: — 79 mm.

Alzoo voorts de waarnemingen aan eenen peilstok gedaan zijn, door te zien tot hoe ver deze bevochtigd werd, en het bekend is, dat door de capillaire aantrekking, zulk eene bevochtiging altijd 2 à 3 mm. boven het eigenlijke

waterlak plaats heeft en er bovendien reden is om door eenige beweging in het water (schoon die op de plaats der peiling altijd zeer gering was) de bevochtiging eerder te hoog dan te laag te onderstellen, zoo ontstaat hieruit nog eene andere correctie, die wij op — 3 mm. aannemen. Dus wordt de correctie der schaal = — 32 mm.

De gemiddelde hoogte van het water is, blijkens de hiervoor bedoelde berekeningen, in verschillende maanden des jaars *geenszins gelijk*, maar er blijkt zeer duidelijk eene jaarlijksche periode in den stand des waters te bestaan, die niet zoo zeer aan de werking van zon en maan moet toegeschreven worden, maar veel meer in verband staat met de gemiddelde windrigting in de verschillende maanden, waardoor het water meer of minder naar onze kusten gedreven wordt. Hoe dit zij, de gemiddelde uitkomst uit waarnemingen gedurende 48 jaren aan het Waterkantoor te Amsterdam, heeft het volgende resultaat gegeven.

Gemiddelde maandelijksche afwijkingen in den middelbaren stand van het water in het IJ voor Amsterdam boven en onder den gemiddelden jaarlijkschen stand, volgens 48jarige opteekeningen van hoog en laag water.

Maanden.	Stand.	Middelbare fout.
	mm.	*mm.*
Januarij	— 54,2	± 15,0
Februarij. . . .	— 20,0	14,6
Maart.	— 29,6	9,9
April	— 22,2	9,0
Mei	— 33,6	8,3
Junij	— 16,1	8,0
Julij	+ 6,9	6,1
Augustus. . . .	+ 23,8	6,9
September . . .	+ 36,2	7,1
October	+ 46,6	9,8
November . . .	+ 39,9	13,4
December . . .	+ 22,1	± 18,4
Jaar	0,0	

Tevens is ook gebleken, dat, geheel overeenkomstig de natuur der zaak, in de wintermaanden meer ongelijkheid in den stand des waters, van het eene op het andere jaar gevonden wordt, dan in de zomermaanden, hetgeen blijkbaar een gevolg is van de meerdere ongestadigheid van den wind in den winter dan in den zomer. Opmerkelijk is de geregelde gang der *middelbare fouten*, die gevoegelijk als eene maat van de onregelmatigheid des weders kunnen beschouwd worden.

De middelbare standen van het IJ-water voor Amsterdam in het jongst verloopen tijdvak zijn geweest.

Jaren.	Middelbare stand.
	mm.
1843	— 20
1844	— 15
1845	— 54
1846	— 40
1847	— 79
1848	—102
1849	— 64
1850	— 53
1851	— 66
1852	— 59
1853	— 76
1854	— 12
1855	— 76
1856	— 48
1857	—101
1858	— 96
1859	— 64
1860	— 75

Gemidd. — 61,1 Middelb. fout = ± 6,1 mm.

Gerangschikt naar de maanden.

	Middelbare stand.	Middelb. fout.
	mm.	*mm.*
Januarij	— 91,8	± 29,6
Februarij	— 43,0	29,8
Maart	—103,9	14,0
April	— 73,5	11,8
Mei	— 95,3	14,4
Junij	— 86,1	11,7
Julij	— 56,7	9,4
Augustus	— 39,8	11,7
September	— 25,6	10,3
October	— 17,4	15,9
November	— 26,7	20,6
December	— 70,3	± 30,6
Gem. jaar	— 61,1	± 5,5

De middelbare fout, opgemaakt uit de maandelijksche middelbare fouten, is iets kleiner dan de middelbare fout, die uit de jaar-gemiddelden wordt opgemaakt; wij behouden dus de laatste. — Wanneer men opmerkt, dat de jaarlijksche periodieke gang den stand van het water gemiddeld in de maanden *Januarij*, *Februarij* en *Maart*, genoegzaam evenveel *onder* den jaarlijkschen stand brengt, als in de maanden *October*, *November* en *December* daar *boven*, en dat in de zes wintermaanden juist de meeste onregelmatigheid in de waterstanden plaats heeft, blijkens het grooter bedrag der maandelijksche middelbare fouten, dan is het welligt doelmatiger om den gemiddelden stand van het jaar *alleen* uit de gemiddelde standen der zomermaanden *April* tot *September*, op te maken: dit doende komt voor het jaar-gemiddelde, van April tot September — 62,4 mm. hetgeen slechts 1⅓ mm. van het voorgaande verschilt.

Wij nemen alzoo:

Gemiddelde stand aan de Θ der
 peilstok . . . . = — 62 mm. ± 6 mm.
Correctie aan de schaal, hierboven
 aangewezen . . . . = — 82 „

 Gemiddelde stand = A. P. — 144 mm.
of A. P. *boven het middelbaar vlak der zee* + 144 mm.

Hierbij behoort nog:

A. P. = 9 voet 5 duim = 2,676 meters onder het gemiddeld vlak van *zeedijkshoogte*, gaande door de merken van de *Kraans-*, *Kolks-* en *Nieuwenbrugs-waterkeeringen*.

Gemiddeld verval, of verschil tusschen hoog
 en laag water, 48 jaren waarneming. . = 317,1 mm.
Met eene middelbare fout . . . . ± 1,9 „

Hierboven is volgens de waarnemingen van 1700 tot

1717 gevonden A. P. = middelbare zee + 158 mm., hetgeen 14 mm. meer is. Het is moeijelijk te weten waaraan dit verschil is te wijten. Of de schaal, waaraan in het begin der voorgaande eeuw is waargenomen, niet geheel in overeenstemming met de merken van zeedijkshoogte gestaan heeft, kan thans onmogelijk meer geweten worden. Een gedeelte van het verschil kan liggen aan de overgebleven onzekerheid van ± 6 mm. ongeveer op elk der bepalingen van 1709 en 1852. Of werkelijk de grond en daarmede de drie merken van zeedijkshoogte iets zoude gezakt zijn, — zoo als meermalen omtrent den bodem van Nederland vermoed is, maar welk vermoeden, juist door dit onderzoek, wat Amsterdam betreft, niet voldoende is bevestigd — dit blijft nog onzeker.

Nog mag opgemerkt worden, dat de peilingen aan het Stads-Waterkantoor, van den beginne af geschied zijn tot regeling van het openen en sluiten van sluisdeuren, en niet met een wetenschappelijk doel. Tegenwoordig is die inrigting beter, zoodat o. a de stand des waters door middel van drijvers (flotteurs) wordt aangewezen. — Het zoude alzoo kunnen gebeuren, dat een volgend 18jarig tijdvak voor den middelbaren stand der zee een klein verschil met de nu gevonden getallen zal opleveren. Ik acht het echter *niet waarschijnlijk*, dat het verschil meer dan 10 mm. of ± 0,01 meter bedragen zal, zoodat deze ± 10 mm. als de grenzen der *waarschijnlijke fout* aangemerkt zullen kunnen worden.

Omstreeks het begin dezer eeuw zijn door en onder het toezigt van den Generaal KRAIJENHOFF de welbekende waterpassingen langs de Nederlandsche rivieren gedaan, waarvan de uitkomsten vervat zijn in het werk getiteld: *Verzameling van Hydrographische en Topographische waarnemingen*

in Holland. — *Recueil des observations hydrographiques et topographiques faites en Hollande* (Amsterdam 1813). In het Fransche exemplaar, pag. 143, staat aangeteekend, dat den 22[sten] December 1812 het punt van uitgang dezer waterpassingen met de meeste zorg vergeleken is met de *streep* op den steen der *Kolks-waterkeering*, en daarbij aangehaald een Proces-Verbaal, dat van deze vergelijking is opgemaakt. In dit Proces-Verbaal staat: „..... dat het „nulpunt van de schaal in de groote Amstelsluis beneden „Zeedijkshoogte vaste peil aan de *Kolks-waterkeering*, juist „zoo als zij behoort te zijn, *Negen voet en vijf duimen „Amsterdamsche maat, acht voeten zes duimen, drie en een „halve lijnen Rhijnlandsche maat*, of 2,6762 *Metres* gele„gen is." — Daar nu het merk van zeedijkshoogte aan de *Kolks-waterkeering* 2 mm. lager ligt, dan het gemiddelde vlak der drie merken waarnaar het A. P. hierboven gerekend is, zoo verkrijgen wij, als antwoord op de vraag van het Nassausche Gouvernement, eindelijk:

Voor zoo ver betreft de waterpasingen door den Generaal KRAIJENHOFF *in het begin dezer eeuw volbragt.*

De nul der schaal of het Od'A van het Recueil des observations hydrographiques et topographiques en Hollande, kan aangenomen worden gelegen te zijn op 142 mm. = 0,142 *Meters boven het middelbare vlak der zee.*

Op dezelfde plaats, pag. 143 van genoemd werk, wordt verder vermeld, dat, om voor het vervolg op eene onveranderlijke wijze het gebruikte *nulpunt* te bewaren, er vier steenen gemetseld zijn, waarop dit nulpunt staat aangewezen, als de eerste in de *groote Amstelsluis*, de drie overige elders. — Van de *groef-* of *nulstreep* van dezen steen in de *Amstelsluis* zijn alle latere waterpassingen uitgegaan, die na generaal KRAIJENHOFF, met het beginpunt te Amsterdam, hebben plaats gehad. De hoogte van dit *nulpunt* heeft in den loop van dit jaar 1862 het onderwerp van

een gezet onderzoek uitgemaakt om het te *vergelijken* met de *merken van zeedijkshoogte.* — Door een groot getal gelijktijdige waarnemingen van waterstanden bij dit *nulpunt in de Amstelsluis* en *elders bij goed gewaterpaste punten* is gevonden, dat gezegd nulpunt werkelijk gelegen is op 2,700 *Meters* onder het merk van *zeedijkshoogte aan de Kolkswaterkeering,* en niet, zoo als zijn moest, 2,676 meters; alzoo werkelijk 24 *mm. lager* dan volgens het aangehaalde Proces-Verbaal *zijn zoude.* Waaraan de oorzaak van dit verschil is toe te schrijven is onbekend. Alleen kan aangemerkt worden, dat in genoemd Proces-Verbaal der verrigtingen op 22 December 1812 wel blijkt, dat de steenen van A. P. geplaatst *zouden worden* en dat de *punten waar* aangewezen waren door den Generaal KRAIJENHOFF en de medeleden der Commissie *ad hoc,* maar er blijkt niet van eenige verificatie, *nadat zij geplaatst waren,* hetgeen welligt door de kort daarna ontstane politieke omwenteling is achterwege gebleven. — Hoe dit zij, de *nul van den steen in de Amstelsluis* is geplaatst

> 2,700 meters ± 1 mm. onder *zeedijkshoogte van de Kolks-waterkeering.*

Alzoo heeft men:

> *Voor waterpassingen na het jaar* 1813, het beginpunt of *de nul der schaal in de Amstelsluis* 118 mm. = 0,118 *Meters boven het middelbaar vlak der zee.*

Ten slotte zij nog opgemerkt, dat de waterpassingen, die vóór en omstreeks 1830 door de Ingenieurs van de algemeene dienst van den Waterstaat langs de rivieren hebben plaats gehad, met uitgangspunt van deze laatste *nul* of 118 mm. boven het middelbaar vlak der zee, natuurlijker wijze eenig verschil met de uitkomsten van den Generaal KRAIJENHOFF hebben opgeleverd, en wel in dien

zin, dat de punten aan de grenzen te *Lobith* en te *Emmerich*, iets *lager* zijn *gevonden* dan volgens de hydrographische opmetingen, en wel ongeveer 1 à $1\frac{1}{2}$ *decimeter;* maar dat het meest waarschijnlijke resultaat dezer waterpassingen, met betrekking tot de eindpunten aan de grenzen, *voor wetenschappelijke onderzoekingen* nog aan eene nadere berekening moet onderworpen worden.

Amsterdam, 25 October 1862.

DESCRIPTION

DE TROIS ESPÈCES NOUVELLES DE

SILUROÏDES

DE

L'INDE ARCHIPÉLAGIQUE.

PAR

M. P. BLEEKER.

Hexanematichthys leptaspis Blkr.

Hexan. corpore elongato antice latiore quam alto postice compresso, altitudine $5\frac{1}{2}$ circiter in ejus longitudine absque, 7 fere in ejus longitudine cum pinna caudali; capite depresso acuto $3\frac{2}{3}$ circiter in longitudine corporis absque, $4\frac{3}{4}$ circiter in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ circiter, latitudine $1\frac{1}{6}$ circiter in ejus longitudine; oculis liberis, magis lateraliter quam sursum spectantibus, diametro 5 circiter in longitudine capitis, diametris 3 fere distantibus; scuto capitis valde granoso, granulis radiatim vel subradiatim dispositis, paulo longiore quam postice lato, dimidio anteriore sulco longitudinali non vel vix usque post oculos diviso, postice cum crista interparietali confluente, usque supra oculos granoso granulis mediocribus numerosis confertis; crista interparietali triangulari aeque longa circiter ac basi lata, lateribus non convexa apice truncato quam basi duplo fere graciliore ubique

granosa, linea mediana leviter carinata, os interspinosum 2^m gracile V forme granulosum attingente; linea rostro-nuchali declivi convexiuscula; rostro depresso convexo oculo minus duplo longiore, vix ante rictum prominente, linea anteriore valde obtuse rotundato; rictu semilunari latitudine $1\frac{4}{5}$ circiter in longitudine capitis; dentibus maxillis et vomero-palatinis pluriseriatis confertis acutis aequalibus parvis in vittas subsemilunares dispositis, vitta vomero-palatina in thurmas 4 contiguas vel subcontiguas divisa, thurmis palatinis quam thurmis vomerinis longioribus sed non latioribus; rictu subantico; cirris 6 carnosis, supramaxillaribus apicem pinnae pectoralis subattingentibus, inframaxillaribus externis quam inframaxillaribus internis multo longioribus basin pectoralis superantibus; naribus magnis, posterioribus valvula aperturam totam cingente non supra rostrum producta claudendis; operculo non granoso; margine praeoperculari, osse suprascapulari et linea laterali granulis nullis; osse scapulari acuto granoso capite triplo circiter breviore; axilla poro mucoso parum conspicuo; linea laterali ubique laevi, inferne ramulos edente, antice declivi postice recta, basi pinnae caudalis non bifurcata sursum curvata; pinna dorsali radiosa acuta corpore vulgo altiore, spina mediocri (partim abrupta) antice granosa lateribus striata postice dentibus deorsum spectantibus serrata; dorsali adiposa dorsali radiosa paulo breviore quadruplo circiter ejus longitudinis a dorsali radiosa remota, minus duplo longiore quam alta, oblique rotundata; pinnis pectoralibus acutis capite brevioribus, spina mediocri $1\frac{1}{2}$ circiter in longitudine capitis, granulosa, postice et antice apicem versus dentibus conspicuis serrata; ventralibus rotundatis pectoralibus multo brevioribus; anali angulata aeque alta circiter ac basi longa, corpore humiliore adiposa multo longiore; caudali profunde incisa lobis acutis superiore quam inferiore paulo longiore $4\frac{1}{3}$ circiter in longitudine corporis; colore corpore superne

profunde coerulescente-olivaceo, inferne margaritaceo; pinnis fuscis.

B. 6. D. 1/7. P. 1/10. V. 1/5. A. 6/13 vel 7/13. C. 1/13/1 et lat. brev.

Hab. Nova Guinea austro-occidentalis.

Longitudo speciminis descripti 260‴.

Rem. J'ai trouvé cette espèce au Musée national de Leide, où il est envoyé par M. S. MÜLLER, qui l'a découverte dans les eaux de la partie austro-occidentale de la Nouvelle Guinée. C'est donc une espèce de Siluroïdes de plus, qui habite les parties orientales de l'Inde archipélagique, mais comme ses voisines et comme le Bagrus venaticus Rich. et le Bagrus vertagus Rich., espèces de la côte nord-ouest de la Nouvelle Hollande qui appartiennent au même genre ou au moins à un genre fort-voisin; elle est une espèce plus marine que fluviatile, comme le sont aussi les autres Siluroïdes, trouvés jusqu'ici à l'est de la grande île de Bornéo.

Le Hexanematichthys leptocassis se distingue des autres espèces connues du genre par sa crête interpariétale et son bouclier interépineux peu larges, par l'absence de membrane ou de crête membraneuse nasale intervalvulaire, par le peu de largeur des groupes de dents palatines, par les scabrosités de l'os suprascapulaire, par le nombre peu considérable des rayons de l'anale, etc.

Pseudopangasius nasutus Blkr.

Pseudopang. corpore elongato, antice paulo altiore quam lato, postice compresso, altitudine sub spina dorsi $4\frac{1}{2}$ circiter in ejus longitudine absque, $5\frac{4}{5}$ circiter in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 4 et paulo in longitudine corporis absque, $5\frac{1}{3}$ ad $5\frac{1}{5}$ in longitudine corporis cum

pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circiter, latitudine $1\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine; linea rostro-dorsali nucha convexiuscula, capite declivi rectiuscula; scuto capitis rugoso, sulco longitudinali usque ad basin cristae interparietalis fere producto diviso; crista interparietali longitudinaliter valde rugosa, medio quam basi latiore, triplo circiter longiore quam medio lata, apice profunde emarginato os interspinosum primum trigonum acutum recipiente; ossibus interspinosis gracilibus rugosis; oculis liberis superis, diametro 8 circiter in longitudine capitis, diametris 4 circiter distantibus; naribus minus oculi diametro distantibus; rostro oculo plus duplo longiore, sat multo ante rictum prominente, linea anteriore obtusangulatim rotundato; cirris gracilibus, supramaxillaribus basin pinnae pectoralis, inframaxillaribus operculum attingentibus; dentibus maxillis pluriseriatis parvis acutis aequalibus, intermaxillaribus in vittam subsemilunarem plus sextuplo longiorem quam latam, inframaxillaribus in vittam semilunarem symphysi interruptam vitta intermaxillari non vel vix latiorem dispositis; dentibus vomerinis parvis obtusis conico-graniformibus in thurmam quadratam transversam triplo fere longiorem quam latam collocatis; dentibus palatinis conicis obtusis in thurmam oblongo-elongatam longitudinalem juxta thurmam dentalem vomerinam dispositis; operculo osseque scapulari acuto leviter vel non rugosis; axilla poris mucosis pluribus conspicuis; linea laterali ramosa, ramis elongatis vulgo simplicibus, basi pinnae caudalis bifurcata; pinna dorsali radiosa acuta corpore non vel vix humiliore, plus duplo altiore quam basi longa, spina crassa $1\frac{2}{3}$ circiter in longitudine capitis, antice granosa lateribus striata postice dentibus conspicuis armata; dorsali adiposa valde gracili duplo circiter altiore quam basi longa; pinnis pectoralibus acutis capite paulo brevioribus, spina lata spina dorsali paulo longiore antice granosa lateribus striata postice dentibus con-

spicuis serrata; pinnis ventralibus acutis pectoralibus duplo fere brevioribus; anali basi 5 circiter in longitudine corporis, plus duplo longiore quam alta, acuta, paulo emarginata; caudali profunde incisa lobis valde acutis subaequalibus $4\frac{3}{4}$ circiter in longitudine corporis; colore corpore superne coerulescente-viridi, inferne margaritaceo, pinnis flavescente.

B. 9. D. 1/7. P. 1/11. V. 1/5. A. 4/25 vel 4/26. C. 1/15/1 et lat. brev.

Hab. Borneo (Bandjermasin), in fluviis.

Longitudo speciminis descripti 270‴.

Rem. Cette espèce a, comme le Pseudopangasius polyuranodon, les dents vomériennes coniques et réunies en simple plaque, mais au reste elle en diffère par une foule de caractères, par son casque rugueux, sa tête plus grande, ses yeux beaucoup plus petits, son museau plus pointu et plus anguleux, ses barbillons plus longs, son anale beaucoup plus petite, etc. La plaque dentaire du vomer y est aussi beaucoup moins large d'avant en arrière. C'est une espèce éminemment distincte, qui, quant à ses affinités, forme comme un passage au genre Helicophagus.

Hemisilurus scleronema Blkr.

Hemisil. corpore elongato compresso, latitudine 2 circiter in ejus altitudine, altitudine $5\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine absque, $6\frac{1}{4}$ ad $6\frac{1}{5}$ circiter in ejus longitudine cum pinna caudali; capite depressiusculo compressiusculo $7\frac{1}{4}$ circiter in longitudine corporis absque, $8\frac{1}{5}$ circiter in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ circiter, latitudine $1\frac{2}{5}$ circiter in ejus longitudine; oculis subposteris, diametro 5 fere in longitudine capitis, diametris 2 circiter distantibus; linea rostro-dorsali fronte et

vertice concava, nucha valde declivi convexa; scuto capitis sulco longitudinali cristam interparietalem gracilem intrante toto diviso; rostro subtruncato linea anteriore obtuse rotundato; naribus anterioribus rostri apici approximatis tubulis bene conspicuis; maxilla inferiore maxilla superiore paulo breviore; ore subterminali; dentibus maxillis multiseriatis acutis parvis subaequalibus confertis, maxilla superiore in vittam vix curvatam valde latam, maxilla inferiore in vittam multo graciliorem semilunarem dispositis; dentibus vomerinis parvis acutis in thurmas 2 distantes minimas collocatis; cirris tubulis nasalibus approximatis cartilagineis rigidis oculo multo brevioribus basi cylindricis medio compressis apice uncinatis; labiis latis membranaceo-carnosis; mento poris conspicuis nullis; operculo carina mediana nulla superne leviter radiatim rugoso; osse scapulari brevissimo obtuse rotundato; linea laterali recta tubulis contiguis notata, inferne tantum ramulos parcos edente; loco pinnae dorsalis tuberculo subcutaneo vix conspicuo; pinnis pectoralibus obtusiusculis capite non vel vix brevioribus, spina gracili compressa parte ossea postice leviter denticulata; pinnis ventralibus acutiuscule rotundatis pectoralibus triplo circiter brevioribus; anali capite quintuplo fere longiore ante basin pinnae caudalis desinente; caudali usque ad basin fere incisa lobis acutiuscule rotundatis subaequalibus 8 et paulo in longitudine totius corporis; colore corpore superne olivascente, inferne margaritaceo; pinnis flavescente-hyalinis membrana fusco arenatis; anali parte carnosa argentea vel margaritacea.

B. 10. D. 0. P. 1/15 vel 1/16. V. 1/7. A. 103. C. 1/15/1 et lat. brev.

Hab. Java (Krawang).

Longitudo speciminis descripti 399‴.

Rem. Cette espèce, que j'ai trouvée au Musée de Leide,

où elle fut envoyée par M.- S. MÜLLER, est la première du genre qu'on connaît de Java. Je ne l'y ai jamais trouvée moi-même, mais son étiquette portant le nom de Krawang, il est probable que ce soit une des nombreuses espèces de Siluroïdes qui peuplent la grande rivière Tjitarum. L'espèce a dans son port beaucoup de l'Hemisilurus heterorhynchus Blkr, mais elle s'en distingue encore par plusieurs caractères et est surtout remarquable par ses barbillons cartilagineux, raides et érigés et à sommets crochus.

Leide, Juin 1862.

OVER HET
BEPALEN DER KRACHTEN
DOOR DE
BELASTING DER TRALIEBRUGGEN
IN DE
DEELEN VAN DE LIGGERS ONTWIKKELD.

DOOR

I. P. DELPRAT.

De eenvoudigste zamenstelling van een tralieligger is die, waarvan de evenwijdige boven- en benedenranden BB_n AA_n, (fig. 1) door schuine traliestaven AB_1, B_1A_1, A_1B_2 enz., alle van gelijke lengte, verbonden zijn. Twee zulke liggers, evenwijdig aan elkander gesteld en met de einden A, A_n op pijlers of steunpunten gesteld, dragen de eigenlijke bruggebaan. Daartoe zijn dan meestal in de punten A_1, A_2 enz. dwarsliggers aangebragt waarop het bruggedek draagt. Behalve zijn eigen gewigt, heeft dan elke tralieligger in A_1, A_2 enz. de drukkingen te dragen, door de dwarsliggers in die punten overgebragt. De resultanten uit al de drukkingen in die punten, verdeeld in twee krachten, gerigt door de steunpunten A, A_n van den ligger, bepalen de drukkingen in die steunpunten. Men kan alzoo in plaats

van die steunpunten twee krachten stellen, gerigt van beneden naar boven, die de terugwerking van de steunpunten voorstellen. Met behulp dier krachten is zonder eenig bezwaar de drukking of spanning in elk deel van den ligger te bepalen. Stelt A b de grootte van de drukking Q in het steunpunt A voor, dan zullen de zijden a A en A c van het parallelogram ac de krachten volgens A_1 A en A B_1 aanwijzen, voortgebragt door de terugwerking van het steunpunt. De kracht A a is spannende of uitrekkende, terwijl A c de traliestaaf A B_1 te zamendrukt. Deze laatste kracht in B_1 overgebragt, is volgens $B_1 B_2$ en $A_1 B_1$ te ontbinden. Nemende $B_1 c_1 = A c$ dan geven de zijden $B_1 b_1$ en $B_1 a_1$ de krachten volgens $B_1 B_2$ en $A_1 B_1$. Men ziet daaruit onmiddellijk, dat de kracht volgens $B_1 B_2$ gelijk is aan twee maal de kracht A a, en dat die volgens $A_1 B_1$ gelijk is aan die volgens A B_1. De kracht volgens $A_1 B_1$ in A_1 overgebragt, kan weder op dezelfde wijze volgens A_1 A en $A_1 B_2$ ontbonden worden. Die langs A_1 A is gelijk aan die volgens $B_1 B_2$ en die langs $A_1 B_2$ gelijk aan die langs $A_1 B_1$. Maar nu werkt in A_1 nog eene belasting, die wij door p_1 kunnen aanwijzen; deze nu ook volgens $A_1 B_2$ en A_1 A ontbonden, geeft krachten volgens die lijnen in tegengestelde rigting van die door de kracht volgens $B_1 A_1$ ontwikkeld en moeten dus van deze worden afgetrokken. Op deze wijze de ontbinding der krachten in de punten A_2, A_3, B_3, B_4 enz. voortzettende, zal men zonder moeite de krachten langs elk deel van den ligger kunnen bepalen.

Is hoek $B_1 AA_1 = B_1 A_1 A$ enz. $= \alpha$, en Q de kracht, die in A van beneden naar boven werkt, dan is de kracht volgens A B_1, $Q\,Cosec.\,\alpha$, en die volgens A_1 A, $Q\,Cot.\,\alpha$. In B_1 is dus de kracht volgens $B_1 A_1$ wederom $Q\,Cosec.\,\alpha$ en die langs $B_1 B_2$, $2Q\,Cot.\,\alpha$. Is p_1 de drukking of belasting in vertikale rigting in A_1 op den ligger aange-

bragt, p_2 die in A_2 enz., dan is eveneens de kracht volgens $A_1 B_2$ uit p_1, p_1 *Cosec.* α en langs $A_1 A_2$, p_1 *Cot.* α. Indien men nu verder de driehoeken $A B_1 A_1$, $A_1 B_2 A_2$ enz. met de volgnummers 1, 2, 3 enz. aanwijst, de krachten langs $A A_1$, $A_1 A_2$ enz. door S_1, S_2, S_3 enz., die langs $B_1 B_2$, $B_2 B_3$ enz. door D_1 D_2 enz., die langs $A B_1$, $A_1 B_2$ enz. door V_1, V_2 enz. en eindelijk die langs $B_1 A_1$, $B_2 A_2$ enz. door U_1, U_2 enz., waarbij wij door A_m, S_m, D_m enz. de overeenkomstige krachten en punten in een willekeurig gekozen driehoek voorstellen, dan is volgens de zoo even aangewezene ontbinding:

$$V_1 = Q\, Cosec.\alpha, U_1 = Q\, Cosec.\alpha, S_1 = Q\, Cot.\alpha, D_1 = 2\, Q\, Cot\, \alpha,$$

$$V_2 = U_1 - p_1\, Cosec.\alpha,\ U_2 = U_1 - p_1\, Cosec.\alpha,\ S_2 = S_1 + $$

$$+ (2\, Q\, Cosec.\,\alpha - p_1\, Cosec.\,\alpha) Cos.\,\alpha = S_1 + (2\, Q - p_1) Cot.\,\alpha,$$

$$D_2 = D_1 + 2\, V_2\, Cos.\,\alpha = D_1 + 2\,(Q - p_1)\, Cot.\,\alpha \text{ enz.}$$

Men ziet alzoo, dat de spanningen en drukkingen in den beneden- en bovenrand naar het midden gaande, toenemen, terwijl die in de traliestaven afnemen.

Bij elken ligger in de einden ondersteund en in onderscheidene punten A_1, A_2 enz. belast, is altijd ergens een punt D aan te wijzen, zoodanig dat de som der belastingen in de punten tusschen A en D gelijk is aan de drukking Q in het steunpunt, of wel daaraan zoo nabij komt, dat de belasting van een volgend punt daarbij gevoegd, die som grooter dan Q maakt. Zoo lang men dus bij het ontbinden der krachten langs de traliestaven, belaste punten A_1, A_2 enz. beschouwt gelegen tusschen A en het punt D, zal nog altijd het verschil tusschen de kracht Q in A en de som der belastingen p_1, p_2 enz. positief zijn, maar voorbij dat punt negatief worden. Hieruit volgt, dat, daar bij het berekenen der krachten U_m, V_m langs de traliestaven, telkens van de voorgaande krachten U_{m-1}, V_{m-1}

de kracht p_{m-1} *Cosec.* α wordt afgetrokken, de krachten U_m, V_m positief zullen blijven, zoo lang men punten A_1, A_2 enz. beschouwt gelegen tusschen het steunpunt en het zoo even aangewezene punt D. Hetzelfde heeft plaats met de krachten U_m *Cos.* α en V_m *Cos.* α langs de randen, die aan de som, uit de ontbindingen op de voorgaande punten voortkomende, moeten worden toegevoegd. De plaats alwaar de krachten U_m en V_m van teeken veranderen en de krachten D_m en S_m niet meer toenemen, kan men het *statische middelpunt* van den ligger noemen: aldaar zijn de spanningen en drukkingen langs de randen het grootst en die langs de traliestaven het kleinst.

Men kan ook de krachten in eenig deel van den ligger onmiddellijk berekenen zonder die in de voorafgaande deelen te kennen. Volgens de hiervoren aangewezene aanduiding der krachten zal men in den m^{den} driehoek langs de zijde $A_{m-1}\,A_m$ eene kracht S_m, langs $A_{m-1}\,B_m$ de kracht V_m, langs $B_m\,A_m$ de kracht U_m en langs $B_m\,B_{m+1}$ de kracht D_m hebben. Stelt men nu den ligger in de punten d, e, f afgebroken, dan zullen krachten S_m, U_m en D_m, in tegengestelde rigting aangebragt, evenwigt maken met de drukking Q in A en met de belastingen $p_1 + \ldots p_{m-1}$ in de punten A_1, $A_2 \ldots A_{m-1}$. Zoo als bekend is, moeten al de krachten ontbonden evenwijdig aan twee regthoekige assen, eene som geven gelijk nul, terwijl eveneens de som der momenten van die krachten ten opzigte van eenige as loodregt op de figuur gelijk nul moet wezen. Men verkrijgt alzoo drie vergelijkingen, waaruit de drie krachten S_m, U_m en D_m te bepalen zijn, terwijl, door het punt e in $A_{m-1}\,B_m$ in plaats van in $B_m\,A_m$ te nemen, ook de kracht U_m gevonden wordt. Van de drie krachten S_m, U_m en D_m geeft alleen de kracht U_m eene vertikale kracht, die alzoo gelijk moet zijn aan $Q - (p_1 + \cdots p_{m-1})$. Is dan het punt d gelegen tusschen het steunpunt A en het zoo even aan-

gewezene punt D of het statische middelpunt, dan is ook $Q > p_1 + p_2 \ldots p_{m-1}$ en is alzoo de kracht U_m voor het evenwigt gerigt van B_m naar A_m of wel wordt $A_m B_m$ uitgerekt. Dewijl men nu de vertikale krachten kan voorstellen door $Q - \Sigma_1^{m-1} p$, zoo is dan

$$U_m = (Q - \Sigma_1^{m-1} p) \, Cosec. \, \alpha.$$

De horizontale krachten zijn D_m, S_m en de horizontale kracht, uit de ontbinding van U_m voortkomende, welke laatste is $(Q - \Sigma_1^{m-1} p) \, Cot. \, \alpha$; men heeft dus tot tweede vergelijking:

$$S_m + (Q - \Sigma_1^{m-1} p) \, Cot. \, \alpha - D_m = 0.$$

Neemt men het punt A_m als oorsprong der momenten en de hoogte A B van den ligger gelijk aan h, dan is de basis van elk der driehoeken $2 h \, Cot. \, \alpha$, alzoo de afstand van A tot A_m, gelijk aan $2 h m \, Cot. \, \alpha$ en het moment van Q tot A_m, $2 h m Q \, Cot. \, \alpha$. De som der momenten van de belastingen p_1, p_2 enz. is $2(m-1) h p_1 \, Cot. \, \alpha + 2(m-2) h p_2 \, Cot. \, \alpha \ldots\ldots 2\big(m - (m-1)\big) h p_{m-1} \, Cot. \, \alpha$, waarvoor men schrijven kan

$$2 (m \Sigma_1^{m-1} p - \Sigma_1^{m-1} m p) \, h \, Cot. \, \alpha.$$

Alzoo heeft men dan wegens de gelijkheid der momenten

$$h D_m = 2 (m Q - m \Sigma_1^{m-1} p + \Sigma_1^{m-1} m p) \, h \, Cot. \, \alpha$$

of

$$D_m = 2 \left\{ m (Q - \Sigma_1^{m-1} p) + \Sigma_1^{m-1} m p \right\} Cot. \, \alpha.$$

En daar nu eindelijk $U_m = V_m$ is, zijn de vier krachten D_m, S_m, U_m en V_m bekend.

Neemt men al de belastingen p even groot, dan heeft men:

$$\Sigma_1^{m-1} p = (m-1) p \quad \text{en} \quad \Sigma_1^{m-1} m p = \tfrac{1}{2} (m-1) m p$$

alsmede

$$Q = \tfrac{1}{2}(n-1)p$$

als n het aantal driehoeken in den ligger voorstelt. Verder is dan:

$$V_m = U_m = \left\{\tfrac{1}{2}(n-1)-(m-1)\right\} p\, Cosec.\,\alpha =$$
$$= \tfrac{1}{2}(n-2m+1)p\, Cosec.\,\alpha,$$

$$D_m = \left\{m(n-1)-2m(m-1)+m(m-1)\right\} p\, Cot.\,\alpha =$$
$$= m(n-m)\, p\, Cot.\,\alpha,$$

$$S_m = \left\{m(n-m)-\tfrac{1}{2}(n-1)+m-1\right\} p\, Cot.\,\alpha =$$
$$= \tfrac{1}{2}\left\{(2m-1)(n-m)+m-1\right\} p\, Cot.\,\alpha.$$

Bij eenen ligger, zoo als in fig. 2, met steunpunten in B en B_n gesteld en alwaar de punten A_1, A_2 enz. belast zijn, kan op volmaakt dezelfde wijze als bij den ligger van fig. 1 de grootte der krachten langs de verschillende deelen gevonden worden. De aangrijpingspunten en de krachten door dezelfde letteren als bij den eersten ligger aanwijzende, zal men hebben

$D_1 = Q\, Cot.\,\alpha,$ $\qquad U_1 = Q\, Cosec.\,\alpha,$
$V_1 = U_1 - p_1\, Cosec.\,\alpha,$ $S_1 = 2U_1\, Cos.\,\alpha - p_1\, Cosec\,\alpha,$
$U_2 = V_1$, enz.

In het algemeen heeft men:

$$U_m = V_{m-1},$$
$$V_m = U_m - p_m\, Cosec.\,\alpha,$$
$$D_m = D_{m-1} + 2V_{m-1}\, Cos.\,\alpha,$$
$$S_m = S_{m-1} + 2U_m\, Cos.\,\alpha - p_m\, Cot.\,\alpha.$$

In de punten d, e, f van den m^{den} driehoek heeft men dan

$$hD_m = \left\{\left[2(m-1)-1\right]Q - 2(m-1)p_1\right.$$
$$\left. -2(m-2)p_2 - \ldots 2\big(m-(m-1)\big)p_{m-1}\right\},$$

of

$$D_m = \{(2m - 1)Q - 2m\Sigma_1^{m-1} p + 2\Sigma_1^{m-1} mp\} \; Cot.\, \alpha;$$

$$S_m = D_m + V_m \; Cos.\, \alpha,$$

$$= \{2mQ - (2m-1)\Sigma_1^{m-1} p - p_m + 2\Sigma_1^{m-1} mp\} \; Cot\, \alpha,$$

$$V_m = \{Q - \Sigma_1^{m} p\} \; Cosec.\, \alpha,$$

$$U_m = \{Q - \Sigma_1^{m-1} p\} \; Cosec.\, \alpha.$$

Voor eene gelijkmatige belasting p in de punten A_1, A_2 enz. geeft dit

$$D_m = \{\tfrac{1}{2} n (2m - 1) - m(m - 1)\} \; p \; Cot.\, \alpha;$$

$$S_m = m(n - m) p \; Cot.\, \alpha,$$

$$V_m = (\tfrac{1}{2} n - m) p \; Cosec.\, \alpha,$$

$$U_m = (\tfrac{1}{2} n - m + 1) p \; Cosec.\, \alpha.$$

Somtijds wordt de bovenrand in de punten B_1, B_2 enz. belast in plaats van de punten A_1, A_2 enz.: men heeft dan slechts in de formulen voor den ligger van fig. 1, p negatief te stellen om de formulen voor den ligger fig. 2 te hebben, als daar de belasting in B_1, B_2 enz. is aangebragt; de ligger is dan slechts het onderst boven gesteld. Door in de formulen voor den ligger van fig. 2, p negatief te nemen, worden de formulen voor den ligger van fig. 1 gevonden, als daar de belastingen in B_1, B_2 enz. zijn aangebragt.

Voor het geval dat de schuine- of traliestaven niet even lang zijn en dus ongelijke hoeken met de randen vormen, blijft de gang der berekening dezelfde. Neemt men bijv. de staven $B_1 A_1$ (fig. 3) loodregt op de randen, dan zal de drukking Q in A volgens A B overgebragt in B, volgens BA_1 en BB_1 te ontbinden zijn; de kracht volgens BA_1 geeft in A_1 eene kracht langs $A_1 A$ en $A_1 B_1$, van

welke laatste de kracht p_1 in A_1 afgetrokken, de drukking langs $A_1 B_1$ geeft, die wederom in B_1 volgens $B_1 B_2$ en $B_1 A_2$ te ontbinden is. Men vindt op die wijze:

$$V_1 = Q,$$
$$U_1 = Q \, Cosec. \, \alpha,$$
$$D_1 = Q \, Cot. \, \alpha,$$
$$S_1 = 0, \text{ enz.}$$

welke berekening zonder bezwaar tot aan het ander eind van den ligger is voort te zetten. Doch zoodra men voorbij het punt D of het statische middelpunt komt, alwaar de som Σp der belastingen grooter dan Q wordt, veranderen de krachten U_m en V_m van teeken; de vertikale staven worden dan uitgerekt en de schuine zamengedrukt. Verlangt men dus, dat overal de vertikale staven gedrukt en de schuine getrokken zullen worden, dan moeten in D de staven van rigting verwisselen, zoo als door de niet gestippelde lijnen wordt aangewezen.

Veeltijds wordt bij spoorwegbruggen de vorm in fig. 4 voorgesteld gebruikt, en ingeval nu ook enkel in A_1, A_2 enz. belastingen p_1, p_2 enz. werken, berekent men de spanningen en drukkingen alsof de ligger bestond uit de twee op elkander geplaatste liggers van fig. 1 en 2, zoodat de krachten V_m, U_m, D_m en S_m voor een gedeelte uit de formulen voor den ligger fig. 1 en voor het overblijvende door die van den ligger fig. 2 berekend worden; terwijl blijkbaar de krachten langs de boven- en benedenranden gevonden worden door voor elk deel de som te nemen der krachten, die aldaar voor elken afzonderlijken ligger gevonden zijn.

De hier aangewezene rekenwijze heeft geen bezwaar, als de ligger fig. 4 uit een even aantal vakken $A A_1$, $A_1 A_2$ enz. bestaat, omdat dan werkelijk de ligger fig. 4 ontstaat door het op elkander plaatsen van de liggers fig. 1 en 2. Doch in geval van een oneven aantal vakken zou de ligger

van fig. 1 in B_n moeten eindigen en de zijden $A_{n-1} A_n$ en $B_n A_n$ moeten vervallen, even als in fig. 2 de zijden $B_{n-1} B_n$ en $A_n B_n$; zoodat de ligger van fig. 1 steunpunten in A en B_n en die van fig. 2, in B en A_n verkrijgt. De aangewezene rekenwijze ondergaat dan alleen eene wijziging in zoo verre daarop bij het berekenen der drukkingen in de steunpunten te letten is. Bij een even aantal vakken vallen de steunpunten van elken afzonderlijken of zamenstellenden ligger in denzelfden rand, hetzij boven of beneden; zoodat bijv. in den ligger fig. 6 de som der drukkingen in A en A_{10} gelijk is aan de som der belastingen in de punten A_2, A_4, A_6, A_8, terwijl de som der drukkingen in de punten B en B_{10} gelijk is aan de som der drukkingen of belastingen in A_1, A_3, A_5, A_7, A_9. Bij een ligger van een oneven aantal vakken, zoo als in fig. 7, zal integendeel de som der drukkingen in B en A_9 gelijk moeten zijn aan de som der belastingen in de punten A_1, A_3, A_5, A_7 en die in de punten A en B_9 gelijk aan de som der belastingen in A_2, A_4, A_6, A_8.

Als afzonderlijke liggers beschouwd, zou niet alleen de som der drukkingen in A en A_n of in A en B_n gelijk aan eene bepaalde som moeten zijn, maar ook in elk dier steunpunten eene bepaalde waarde moeten hebben; zoodat, indien in fig. 8 de steunpunten B en B_n de belasting uit de resultante R in C van de afzonderlijke belastingen p_m op een der liggers te dragen hebben, de drukkingen in B en B_n zullen zijn $\frac{C B_n}{B B_n}$ R en $\frac{C B}{B B_n}$ R. Zou men eene andere verdeeling in de punten B en B_n aannemen, waarbij alleen de som der drukkingen dezelfde bleef, maar de resultante niet in C maar bijv. ergens in E viel, dan is het evenwigt verbroken; doch kan hersteld worden door het bijvoegen van een koppel $CE \times R$. Door de veranderde

verdeeling der drukking in B en B_n, zal nu ook bij den tweeden zamenstellenden ligger, waaruit de zamengestelde bestaat, het evenwigt verbroken worden tusschen de belasting en de drukking in de steunpunten, als het evenwigt tusschen de totale belasting $R + R'$ en den wederstand der vier steunpunten A, B, A_n en B_n behouden blijft. De resultante R' in D van de belasting op den tweeden zamenstellenden ligger zal wel gelijk zijn aan de som der drukkingen in A en A_n, maar daar de resultante dier drukkingen nu niet in D, maar ergens in F zal vallen, moet er voor het evenwigt een koppel $CF \times R'$ worden bijgevoegd, en daarbij zal men noodzakelijk hebben $CF \times R' = CE \times R$; zoodat het evenwigt op den zamengestelden ligger bestaan blijft, als slechts de som der drukkingen in A en A_n en van die in B en B_n gelijk is aan de som der belastingen, die op elken ligger afzonderlijk werkt. Hetzelfde heeft plaats bij een ligger met oneven vakken, mits de steunpunten A_n en B_n onderling verwisselende.

Stelt men, even als bij den ligger fig. 1 en 2, den ligger van fig. 4, afgebroken in de punten *d*, *e*, *f*, *g* bij het m^{de} vak tot het berekenen der vier krachten D_m, S_m, V_m, U_m, zoo hebben de krachten in die punten slechts te voldoen aan de drie bekende vergelijkingen voor het evenwigt; men kan dus nog eene bijzondere voorwaarde stellen of een der krachten naar willekeur kiezen. Uit de onderstelling dat de ligger uit de twee enkelvoudige van fig. 1 en 2 bestaat, vindt men bepaalde waarden voor de vier zoo even aangewezene krachten, doch dit is het gevolg van het aannemen van vier afzonderlijke steunpunten aan de einden van den boven- en benedenrand; maar bestaat werkelijk de ligger fig. 4 als een enkel geheel, dan is slechts de som der drukkingen op de steunpunten aan elk einde bekend. Om dan de verdeeling der drukking aan het eind AB tusschen de punten A en B, zoo als die bij elken af-

zonderlijken ligger van fig. 1 en 2 is aangenomen, te wettigen, zou ook werkelijk de ligger van fig. 4 uit twee afzonderlijke liggers moeten bestaan en eigenlijk vier afzonderlijke steunpunten moeten bezitten. Heeft dit laatste geen plaats, zijn er enkel steunpunten in A en A_n en is er geene regtstreeksche verbinding tusschen A en B, en ook niet tusschen A_n en B_n, dan kan men eigenlijk geene drukking of vertikale kracht in B en B_n aannemen; die drukking zou aldaar gelijk nul zijn en dienovereenkomstig zou men de krachten langs de deelen van den ligger moeten berekenen. Doch daar bij een even aantal vakken de som der drukkingen in B en B_n gelijk moet zijn aan de som der belastingen in A_1, A_3 enz., is de onderstelling van geene drukking in B en B_n hetzelfde alsof er geene belastingen in A_1, $A_3 \ldots A_{n-1}$ werkten, waardoor dan eigenlijk de ligger fig. 4 niets anders wordt dan de ligger van fig. 1. Bij een ligger met een oneven aantal vakken is de onderstelling van geene drukking in B en B_n geoorloofd, omdat dáár de som der drukkingen in B en A_n gelijk aan de som der belastingen in A_1, A_3 enz. moet wezen, en men dus de geheele belasting in de punten A en A_n mag aannemen.

Om bij eene willekeurig aangenomene verdeeling der drukking in A en B de krachten langs de verschillende deelen van den ligger te vinden, kan men den volgenden weg inslaan.

Stel bijv. dat de ligger in fig. 5 voorgesteld, uit tien vakken bestaat en geacht wordt uit twee enkelvoudige liggers van den vorm fig. 1 en 2 te zijn verkregen en dat verder in elk der punten A_1, A_2 enz. gelijke belastingen $2p$ werken, die wij kortheidshalve enkel door het getal 2 aanwijzen. Alsdan zullen de punten A en A_{10}, als dragende de belasting in de punten A_2, A_4, A_6 en A_8 aangebragt, ieder eene drukking 4 dragen Verder is dan

$V_1 = U_2 = 4$ *Cosec. α*. Voor V_3 vindt men dan 2 *Cosec. α*, omdat de belasting in A_2, langs $A_2 B_3$ ontbonden, eene kracht 2 *Cosec. α* in tegengestelde rigting geeft. Al verder op die wijze voortgaande, is $U_4 = V_3 = 2$ *Cosec. α* en $V_5 = 0$. Men kan nu hier, in het midden van den ligger gekomen, met de berekening der krachten langs de traliestaven ophouden, alles is toch ter weerszijde van dit punt symmetriek. Zet men evenwel de berekening voort, dan vindt men achtereenvolgende de waarden $U_6 = V_5 = 0$, $V_7 = U_8 = -2$ *Cosec. α*, $V_9 = U_{10} = -4$ *Cosec. α*. De negatieve teekens duiden den overgang aan van de uitrekkende krachten in zamendrukkende, en omgekeerd. Dit in het oog houdende, blijkt dan ook dat de symmetriek geplaatste deelen dezelfde krachten ondergaan, en in dezelfde rigting. De belasting der punten A_1, A_3, A_5, A_7, A_9 komt op den tweeden enkelvoudigen ligger en belast alzoo het punt B met eene drukking $5p$ of 5, en hierbij dan wederom den aangewezen weg volgende, heeft men: $U_1 = 5$ *Cosec. α*, $V_2 = U_3 = 3$ *Cosec. α*, $V_4 = U_5 = 1$ *Cosec. α*, alwaar men de berekening kan staken. De opvolgende negatieve waarden der krachten komen overeen met de symmetriek geplaatste positieve krachten.

Voor de spanningen in den onderrand heeft men nu $S_1 = 4$ *Cot. α*, $S_2 = (4 + 5 + 3)$ *Cot. α* $= 12$ *Cot. α*, zijnde de twee laatste getallen die afkomstig van de krachten bij A_1 zamenkomende. Op dezelfde wijze voortgaande, vindt men dan $S_3 = 18$ *Cot. α*, $S_4 = 22$ *Cot. α*, $S_5 = 24$ *Cot. α*, waarbij de berekening kan ophouden. Zet men de berekening voort met inachtneming der teekens voor de krachten V en U, dan vindt men wederom gelijke spanning in de symmetriek geplaatste deelen. Ter bepaling van de drukking in den bovenrand heeft men slechts eveneens bij de drukking D_1 te voegen de som der getallen, behoorende bij de schuine staven in B_1 bijeen komende. Alzoo is

$D_2 = (5 + 2 . 4)$ *Cot.* $\alpha = 13$ *Cot.* α, $D_3 = (13 + 2 . 3)$ *Cot.* α $= 19$ *Cot.* α, $D_4 = (19 + 2 . 2)$ *Cot.* $\alpha = 23$ *Cot.* α, $D_5 = (23 + 2 . 1)$ *Cot.* $\alpha = 25$ *Cot.* α, waarbij men de berekening kan staken. Men vindt overigens bij de voortzetting der berekening met inachtneming der teekens van U en V wederom gelijke drukkingen in de symmetriek geplaatste deelen. Dewijl men aan het steunpunt A_{10} vindt $U_{10} = -4$ *Cosec.* α, geeft dit eene positieve zamendrukking 4, dezelfde als bij A, de drukking in het steunpunt A_{10} is dus even groot als die bij A. Bij B_{10} vindt men door dezelfde redenering eene drukking 5 even als bij B.

In fig. 6 zijn de spanningen en drukkingen aangewezen, verkregen door in B eene drukking nul en dus in A eene drukking 9 aan te nemen, moetende men de getallen, langs de traliestaven gesteld, met *Cosec.* α en die langs de deelen der randen met *Cot.* α vermenigvuldigen, even als de getallen in fig. 5 bijgeschreven. De gang der berekening is daarbij volmaakt dezelfde als bij fig. 5. Dewijl men nu vindt in A_{10}, $U_{10} = 1.$ *Cosec.* α, toont dit eene negatieve zamendrukking en is alzoo de drukking in het steunpunt A_{10} negatief of in tegengestelde rigting van die in A. De drukking in B_{10} daarentegen eene negatieve zamendrukking $- 10$ *Cot.* α gevende, toont eene positieve uitrekking en dus eene kracht 10 voor de drukking op het steunpunt. De som der drukkingen in A_{10} en B_{10} is dus $10 - 1 = 9$ even als die van A en B.

Wegens de negatieve drukking in A_{10}, die in de werkelijkheid niet bestaan kan, is de hier aangenomene verdeeling der drukking in A en B niet toe te laten. Door de drukking in A gelijk 8 en die in B gelijk aan 1 te nemen, zou men blijkbaar in A_{10} eene drukking nul en in B_{10} eene drukking 9 gevonden hebben, welke verdeeling dan even goed als die in fig. 5 aangewezen, en afgeleid uit de onderstelling van twee op elkander geplaatste

enkelvoudige liggers, aan al de gestelde voorwaarden voor het evenwigt zal voldoen. De eenige tegenwerping, met grond tegen de laatst aangenomene verdeeling in te brengen, zou zijn de ongelijkheid der drukkingen in A en A_{10}, waarvoor men bij de aangenomene symmetrieke belasting geene redenen zou weten aan te wijzen. Men vindt overigens bij deze verdeeling de volgende uitkomsten:

$A_1 = 8 \qquad B = 1$

U_1 *Sin.* $\alpha = 1$	V_1 *Sin.* $\alpha = 8$	D_1 *Tang.* $\alpha = 1$	S_1 *Tang.* $\alpha = 8$
U_2 *Sin.* $\alpha = 8$	V_2 *Sin.* $\alpha = -1$	D_2 *Tang.* $\alpha = 17$	S_2 *Tang.* $\alpha = 8$
U_3 *Sin.* $\alpha = -1$	V_3 *Sin.* $\alpha = 6$	D_3 *Tang.* $\alpha = 15$	S_3 *Tang.* $\alpha = 22$
U_4 *Sin.* $\alpha = 6$	V_4 *Sin.* $\alpha = -3$	D_4 *Tang.* $\alpha = 27$	S_4 *Tang.* $\alpha = 18$
U_5 *Sin.* $\alpha = -3$	V_5 *Sin.* $\alpha = 4$	D_5 *Tang.* $\alpha = 21$	S_5 *Tang.* $\alpha = 28$
U_6 *Sin.* $\alpha = 4$	V_6 *Sin.* $\alpha = -5$	D_6 *Tang.* $\alpha = 29$	S_6 *Tang.* $\alpha = 20$
U_7 *Sin.* $\alpha = -5$	V_7 *Sin.* $\alpha = 2$	D_7 *Tang.* $\alpha = 19$	S_7 *Tang.* $\alpha = 26$
U_8 *Sin.* $\alpha = 2$	V_8 *Sin.* $\alpha = -7$	D_8 *Tang.* $\alpha = 23$	S_8 *Tang.* $\alpha = 14$
U_9 *Sin.* $\alpha = -7$	V_9 *Sin.* $\alpha = 0$	D_9 *Tang.* $\alpha = 9$	S_9 *Tang.* $\alpha = 16$
U_{10} *Sin.* $\alpha = 0$	V_{10} *Sin.* $\alpha = -9$	D_{10} *Tang.* $\alpha = 9$	S_{10} *Tang.* $\alpha = 0$

$A_{10} = 0 \qquad B_{10} = 9.$

De positieve waarden van U zijn uitrekkende krachten en die van V zamendrukkende.

Neemt men eenen ligger met een oneven aantal vakken, dan kan men het bezwaar der niet symmetrieke belasting van de steunpunten ontgaan. In fig. 7 is een ligger van negen vakken voorgesteld, alwaar de drukkingen in B en B_9 gelijk nul en die in A en A_9 ieder gelijk 8 zijn gesteld bij eene belasting 2 in de punten $A_1 \ldots A_8$ en waarin nu ook al de symmetriek geplaatste deelen dezelfde uitrekking of zamendrukking ondergaan, zoodat nu hier geene redenen zijn aan te voeren waarom die verdeeling minder

dan die afgeleid uit het op elkander plaatsen van twee enkelvoudige liggers verkregen, zou zijn te verkiezen. Bij deze laatste onderstelling evenwel zou de drukking in A zijn $\frac{4}{9}.8$ in B, $\frac{5}{9}.8$ in A_9 $\frac{5}{9}.8$ in B_9 $\frac{4}{9}.8$. Men verkrijgt daarbij voor de krachten op de onderscheidene deelen het onderstaande tafeltje, waarbij tevens zijn gevoegd de uitkomsten der verdeeling in fig. 7 aangenomen. Kortheidshalve zijn de factoren *Sin. α* van U en V en *Tang. α* van D en S weggelaten.

$$\text{I} \quad A = \tfrac{32}{9}, \quad B = \tfrac{40}{9}, \quad A_9 = \tfrac{40}{9} \quad B_9 = \tfrac{32}{9}.$$

$$\text{II} \quad A = 8 \quad B = 0 \quad A_9 = 8 \quad B_9 = 0.$$

	I	II		I	II		I	II		I	II
9 V_1	32	72	9 U_1	40	0	9 D_1	40	0	9 S_1	32	72
9 V_2	22	—18	9 U_2	32	72	9 D_2	104	144	9 S_2	94	54
9 V_3	14	54	9 U_3	22	—18	9 D_3	148	108	9 S_3	140	180
9 V_4	4	—36	9 U_4	14	54	9 D_4	176	216	9 S_4	166	126
9 V_5	—4	36	9 U_5	4	—36	9 D_5	184	144	9 S_5	176	216
9 V_6	—14	—54	9 U_6	—4	36	9 D_6	176	216	9 S_6	166	126
9 V_7	—22	18	9 U_7	—14	—54	9 D_7	148	108	9 S_7	140	180
9 V_8	—32	—72	9 U_8	—22	18	9 D_8	104	144	9 S_8	94	54
9 V_9	—40	0	9 U_9	—32	—72	9 D_9	40	0	9 S_9	32	72

Uit de vergelijking der verdeelingen, door I en II aangewezen, blijkt, dat dezelfde deelen door krachten zijn aangedaan, die altijd $\frac{40}{9}$ verschillen; bij afwisseling overtreffen de krachten bij I die van II en omgekeerd. De drukkingen en spanningen, waarbij de punten A en A_9 onbelast blijven, zijn de eenige, die bij het ontbreken van verbindingsstaven AB en A_9 B_9 kunnen worden aangenomen en die alzoo werkelijk bestaan kunnen. Neemt men verbindings-

staven aan tusschen de eindpunten A, B, en A_n, B_n van den ligger, dan kan men de drukking binnen bepaalde grenzen in die punten naar willekeur verdeelen, mits slechts die drukkingen evenwigt maken met de totale belasting en binnen de grenzen blijven waarbij geene negatieve drukkingen in de steunpunten ontstaan. Neemt men bijv. in den ligger van fig. 15 de drukkingen in de vier steunpunten alle even groot en gelijk aan 4, waarbij dus de belasting in elk der punten $A_1 \ldots A_8$ gelijk is aan 2, dan verkrijgt men de onderstaande verdeeling, met weglating der factoren *Cosec.* α en *Cot.* α.

$9\,V_1 = 36$	$9\,U_1 = 36$	$9\,D_1 = 36$	$9\,S_1 = 36$
$9\,V_2 = 18$	$9\,U_2 = 36$	$9\,D_2 = 108$	$9\,S_2 = 90$
$9\,V_3 = 18$	$9\,U_3 = 18$	$9\,D_3 = 144$	$9\,S_3 = 144$
$9\,V_4 = 0$	$9\,U_4 = 18$	$9\,D_4 = 180$	$9\,S_4 = 162$
$9\,V_5 = 0$	$9\,U_5 = 0$	$9\,D_5 = 180$	$9\,S_5 = 180$
$9\,V_6 = 18$	$9\,U_6 = 0$	$9\,D_6 = 180$	$9\,S_6 = 162$
$9\,V_7 = -18$	$9\,U_7 = -18$	$9\,D_7 = 144$	$9\,S_7 = 144$
$9\,V_8 = -36$	$9\,U_8 = -18$	$9\,D_8 = 108$	$9\,S_8 = 90$
$9\,V_9 = -36$	$9\,U_9 = -36$	$9\,D_9 = 36$	$9\,S_9 = 36$

Uit deze uitkomsten blijkt, dat de traliestaven bij deze verdeeling minder getrokken en gedrukt worden dan bij de gewoonlijk aangenomene, ook de grootste drukkingen bedragen minder dan bij de gewone verdeeling, doch de spanningen bedragen juist zooveel meer. Overigens kunnen blijkbaar de staven V_4, V_5, U_5 en U weg gelaten worden, als geene krachten overbrengende.

In de werkelijkheid worden altijd meer of minder stevige verbindingen tusschen de boven elkander gestelde eindpunten der randen, door staven A B en A_n B_n aangebragt; men kan in dat geval vragen, of er drukkingen door die

verbindingen uit de terugwerkende kracht der steunpunten tegen de einden van den onderrand op die van den bovenrand worden overgebragt, en of die drukkingen werkelijk gelijk zijn aan die, uit de onderstelling voortvloeijende, dat de zamengestelde ligger uit de bijeenvoeging van twee enkelvoudige is gevormd.

Door de spanningen en drukkingen, op de onderscheidene deelen van den ligger voortgebragt, ondergaan die deelen uitrekkingen en verkortingen, die de gedaante van den ligger veranderen; ten gevolge dier veranderingen blijven in het algemeen de afstanden A B en $A_n B_n$ (fig. 4) niet dezelfde: worden zij grooter, zoo rekken de staven A B en $A_n B_n$ en oefenen dan terugwerkende krachten op die punten uit om die punten weder tot elkander te brengen; het omgekeerde heeft plaats als de afstanden A B en $A_n B_n$ kleiner worden. Blijven de genoemde afstanden onveranderd, dan wordt er door de verbindingsstaven geheel geene kracht overgebragt. Men heeft dus te onderzoeken, welke verandering de hoogte van eenen ligger ondergaat ten gevolge der veranderingen in lengte zijner zamenstellende deelen.

De verlengingen en verkortingen van veêrkrachtige staven onder de werking van uitrekkende en zamendrukkende krachten blijven altijd zeer klein in vergelijking harer oorspronkelijke lengte, dewijl anders niet alleen de veêrkracht of wederstand der staven verzwakt, maar ook eene groote vervorming van den ligger in de uitvoering niet mag worden toegelaten. Bij de berekening der vormveranderingen kan men dan, gemakshalve, de tweede en hoogere magten dier uitrekkingen en zamendrukkingen in vergelijking der oorspronkelijke lengte verwaarloozen. De kleine veranderingen in lengte, die wij dan hier te beschouwen hebben, zijn evenredig aan de voortbrengende krachten en aan de oorspronkelijke lengte der staven; zij mogen zekere grenzen niet overschrijden, zal het wederstandsvermogen der

staven niet verminderen. Wil men alzoo geen onnut verbruik van bouwstof toelaten, dan moeten al de lengteveranderingen, hetzij uitrekking of verkorting, eene standvastige betrekking tot de oorspronkelijke lengte verkrijgen. Deze voorwaarden regelt alsdan de grootte der dwarsdoorsnede van de staven.

In deze onderstelling zullen dan al de even lange deelen $A A_1 = A_1 A_2$ enz. van eenen ligger (fig. 1) even groote verlengingen of verkortingen ondergaan. De deelen $A A_1$, $A_1 A_2$ enz. van den onderrand worden bij eene belasting in A_1, A_2, A_3 enz. uitgerekt of verkrijgen positieve aangroeijingen, terwijl de deelen $B B_1$, B_1 B_2 enz. negatieve aangroeijingen verkrijgen. Evenzoo zijn de aangroeijingen der traliestaven $A B_1$, A_1 B_2 en daaraan evenwijdige staven tot aan het statische middelpunt negatief en vervolgens positief; het omgekeerde heeft plaats met de staaf $B_1 A_1$ en met de daaraan evenwijdige staven.

Door de verandering in de lengte der zijden van de driededen hoeken $A B_1 A_1$ of algemeen van driehoek $A_{m-1} B_m A_m$, zullen ook de hoeken bij A_{m-1}, B_m en A_m veranderen, doch zal altijd de som der aangroeijingen van de drie hoeken te zamen gelijk nul zijn, omdat de som der hoeken standvastig blijft. Wordt alzoo bijv. de hoek bij B_m tegenover de zijde $A_{m-1} A_m$ grooter, dan zal de som der aangroeijingen der hoeken bij A_{m-1} en A_m negatief zijn.

De verandering in de hoeken ten gevolge van aangroeijingen der zijden is gemakkelijk op te maken. Laten in den driehoek A B C (fig. 9) de zijden a, b, c kleine aangroeijingen Δa, Δb, Δc ondergaan, waarvan de tweede en hoogere magten in vergelijking der eerste magten kunnen verwaarloosd worden, even als die der aangroeijingen $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$ der overstaande hoeken; dan volgt uit de vergelijking

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \, Cos. \alpha$$

$$a \Delta a = b \Delta b + c \Delta c - c \, Cos. \alpha \Delta b - b \, Cos. \alpha . \Delta c + b c \, Sin. \alpha \Delta \alpha .$$

Is nu $a = c$ en $\Delta a = -\Delta c$, dan komt er:

$$2a\Delta a = b\Delta b + b\,Cos.\,\alpha\,\Delta a - a\,Cos.\,\alpha\,\Delta b + a\,b\,Sin.\,\alpha\,\Delta\alpha.$$

Maar nu is ook $b = 2\,c\,Cos.\,\alpha = 2\,a\,Cos.\,\alpha$, en stelt men daarbij $h = a\,Sin.\,\alpha$, dan heeft men:

$$\Delta\alpha = \frac{4h^2\Delta a - ab\Delta b}{2abh}.$$

Eveneens heeft men:

$$\Delta\gamma = -\frac{4h^2\Delta a + ab\Delta b}{2abh};$$

alzoo

$$\Delta\alpha + \Delta\gamma = -\Delta\beta = -\frac{\Delta b}{h}.$$

Bij de aangenomene kleine veranderingen der zijden hangt dus de verandering van den tophoek β alleen af van de aangroeijing der tegenoverliggende zijde en is evenredig aan die aangroeijing.

Dewijl nu in de driehoeken $A_{m-1}\ B_m\ A_m$ (fig. 1) de zijden $A_{m-1}\ A_m$ worden uitgerekt, zullen de tegenovergelegene hoeken B_m vergrooten, terwijl daarentegen in de driehoeken $B_{m-1}\ A_{m-1}\ B_m$ de som der aangroeijingen van de hoeken B_{m-1} en B_m eveneens positief zal zijn. Daar nu de hoek $A_m\ B_m\ B_{m+1}$ voorzeker dezelfde verandering ondergaat als de hoek $A_{m-1}\ B_{m-1}\ B_m$, zoo zal ook de som der aangroeijingen van de beide hoeken, aansluitende aan den hoek $A_{m-1}\ B_m\ A_m$, dezelfde zijn als die der hoeken aan de basis van den driehoek $B_{m-1}\ A_{m-1}\ B_m$, derhalve zal bij de vervorming van den ligger, ten gevolge der verandering in de lengte zijner deelen, de hoeken om het punt B_m meer dan twee regte hoeken bedragen en wel $2\frac{\Delta b}{h}$ meer: dat is het verlengde van $B_{m-1}\ B_m$ zal met

$B_m\ B_{m+1}$ eenen hoek $2\ \frac{\Delta b}{h}$ vormen. Daar wij nu aannemen, dat elk der deelen $B_{m-1}\ B_m$, $B_{m-1}\ A_m$, $A_m\ B_{m+1}$ dezelfde veranderingen ondergaan in de overige driehoeken, zoo zullen de deelen $B_{m-1}\ B_m$ na de vervorming met de naastgelegene, even groote hoeken maken en alzoo zal de bovenrand een deel van eenen regelmatigen veelhoek uitmaken; de middelpuntshoek δ van dien veelhoek zal zijn:

$$\delta = \frac{2\ \Delta\ b}{h};$$

en de straal r van den omgeschreven cirkel, omdat δ zeer klein is

$$r = \frac{b}{\delta} = \frac{h\,b}{2\ \Delta\ b}.$$

Zijn er n deelen b in den ligger, dan is zijne lengte $l = n\ b$, en daar de doorbuiging f in het midden in vergelijking van l zeer gering is, zal men hebben

$$f = r\,(1 - Cos\ \tfrac{1}{2}\ n\,\delta) = 2\ r\ Sin.^2\ \tfrac{1}{4}\ n\,\delta = \tfrac{1}{8}\ r\,n^2\ \delta^2$$

$$= \tfrac{1}{8}\ b\,n^2\ \delta = \tfrac{1}{8}\ l\,n\,\delta = \tfrac{1}{4}\ n\,l\ \frac{\Delta\ b}{h}.$$

Stelt men $\Delta\ b = \alpha\ b$, dan komt er

$$f = \tfrac{1}{4}\ \alpha\ \frac{l^2}{h}.$$

Voor gesmeed ijzer kan men als grens stellen $\alpha = \frac{1}{1400}$, neemt den $l = 100$ el, $h = 10$ el, dan vindt men $f = 0{,}178$ el voor de grootste doorbuiging, die de ligger mag ondergaan.

Voor de aangroeijing $\Delta\ h$ der hoogte h van den driehoek, heeft men uit $b\,h = a\,c\ Sin.\ \beta$:

$$b\,\Delta\,h + h\,\Delta\,b = a\,\Delta\,c.\ Sin.\,\beta + c\,\Delta\,a\ Sin.\,\beta + a\,c\ Cos.\,\beta\ \Delta\,\beta;$$

en wegens $a = c$, $\Delta\,c = -\Delta\,a$.

$$b \Delta h + h \Delta b = a^2 \, Cos. \beta \Delta \beta = a^2 (1 - 2 \, Sin.^2 \tfrac{1}{2} \beta) \Delta \beta$$
$$= (a^2 - \tfrac{1}{2} b^2) \Delta \beta.$$

Hierin voor $\Delta \beta$ zijne waarde $\frac{\Delta b}{h}$ gesteld komt er

$$b \Delta h + h \Delta b = (a^2 - \tfrac{1}{2} b^2) \frac{\Delta b}{h}$$

of

$$\Delta h = - \tfrac{1}{4} \frac{b}{h} \Delta b;$$

en daarin voor Δb zijne waarde in δ gesteld,

$$\Delta h = - \tfrac{1}{4} \frac{b}{h} \cdot \tfrac{1}{2} h \delta = - \tfrac{1}{8} b \delta.$$

De sinus versus $B_1 \, b_1$ (fig. 10) van den halven middelspuntshoek is

$$2 \, r \, Sin.^2 \tfrac{1}{4} \delta,$$

en omdat de hoek δ zeer klein is heeft men

$$B_1 \, b_1 = 2 \, r \, Sin.^2 \tfrac{1}{4} \delta = \tfrac{1}{8} r \delta^2 = \tfrac{1}{8} b \delta = \Delta h.$$

Indien men dus met den straal $r + h$ een cirkelboog $A \, A_1 \, A_2$ enz. (fig. 10.) beschrijft uit hetzelfde middelpunt als den omgeschreven cirkel van den veelhoek $B \, B_1 \, B_2$ enz., dan zal $b_1 \, B$ de oorspronkelijke hoogte en $b \, B$ de hoogte van den driehoek na de vervorming voorstellen, zoodat, daar men na de vervorming den afstand $b_1 \, B$ der cirkelbogen voor de hoogte van den ligger moet aannemen, de ligger van fig. 1 na zijne doorbuiging of vervorming dezelfde hoogte zal behouden als vóór zijne vervorming, en de gedaante aannemen in fig. 10 voorgesteld door $B \, A_1 \, B_2$ enz. Hetzelfde heeft plaats met den ligger fig. 2, en indien men dus den ligger fig. 4 mag beschouwen als zamengesteld uit twee op elkander geplaatste liggers van fig. 1 en 2, dan zal ook die ligger (fig. 11) na de vervorming niet van

hoogte zijn veranderd. Eene verbindingstaaf tusschen de eindpunten A en B of A_n en B_n zou bij de vormverandering of doorbuiging van den ligger geene verlenging of verkorting ondergaan en alzoo geene drukking of spanning overbrengen. Men is dus in het algemeen niet geregtigd eene verdeeling aan te nemen van de drukking door het steunpunt in A aangebragt, en zou men bij eenen tralieligger, ingerigt als in fig. 4, werkelijk afzonderlijke steunpunten zoowel in A en A_n als in B en B_n moeten aannemen, als men op het werkelijk bestaan der drukkingen en spanningen, in fig. 4 aangewezen, rekenen wilde. Is echter de verbindingsstaaf van dien aard, dat zij bij eene verkorting of verlenging, die in vergelijking der aangroeijingen Δb, Δh enz. als gelijk nul te achten is, drukkingen kan overbrengen, dan is het bestaan van drukkingen in A en A_n niet onmogelijk en kan men drukkingen in die punten aannemen, waarvan dan de grootte afhangt van den aard der verbindingsstaven.

Bestaat een ligger uit een even aantal vakken, zoo als in fig. 5 of 6, zonder verbindingsstaven aan de einden, dan zullen de belastingen in de onevene aangrijpingspunten A_1, A_3 enz. niet door de schuine staven in die punten uitkomende bij A en A_n kunnen gedragen worden, omdat de bevestigingspunten dier staven in den bovenrand geen steun vinden: in die punten zouden dan trekkende krachten werken, waaraan de bovenrand met door te buigen kan toegeven.

Bij een ligger met een oneven aantal vakken kunnen de draagpunten A_1, A_3 enz. wel belast worden, zoo als uit de aanwijzing bij fig. 7 blijkt; daarbij dragen de eindpunten van den bovenrand geene drukking; de deelen $B\,B_1$ en $B_8\,B_9$ kunnen aan beide einden gemist worden.

Men zou welligt tegen het hier aangevoerde bewijs voor de onveranderlijkheid in de hoogte bij het doorbuigen van

den ligger in fig. 4 voorgesteld kunnen opmerken, dat de onderstelling van de zamenvoeging van de twee liggers fig. 1 en 2 om daaruit den ligger fig. 4 te verkrijgen niet volkomen juist is, zoodra men eene vormverandering ten gevolge der uitrekking en zamendrukking der deelen aanneemt, dewijl dan de afzonderlijke deelen van de boven- en benedenranden niet meer op elkander vallen, zoo als blijkt uit fig. 11, alwaar bijv. de deelen b_1 b_3 enz. van den bovenrand, tot een der zamenstellende liggers behoorende, niet meer vallen op de overeenkomstige deelen b_1 B_2, b_2 B_3 van den tweeden enkelvoudigen ligger. Beschouwt men dan den ligger fig. 4 niet als uit twee op elkander geplaatste enkelvoudige liggers zamengesteld, maar als bestaande uit eenen enkelen boven- en benedenrand, door kruisstaven AB_1, BA_1 enz. vereenigd, dan heeft men de vormverandering te onderzoeken zulk een zamenstel, wanneer de deelen kleine verandering in lengte ondergaan.

Hierbij doet zich echter het bezwaar voor, dat uit de verandering in lengte der vier staven, bijv. AA_1, BB_1, AB_1 en BA_1 de veranderde gedaante van het vak ABB_1A_1 zich niet laat bepalen. Uit de vier aldus gegeven lengten zijn zeer onderscheidene vormen af te leiden. Geeft men bijv. in fig. 12 de lijnen AA_1, BB_1, AB_1 en A_1B, dan kan men, zonder de lengten dier lijnen te veranderen, daaruit in figuur 14 den ligger abb_1a_1 enz. vormen, en door in fig. 12 den afstand AB willekeurig aan te nemen, daaruit de driehoeken AB_1B en ABA_1 zamen te stellen met de opgegeven lengten BA_1, AA_1 en AB_1, BB_1, kan men de figuur ABB_1A_1 vormen. Zonder alzoo de lengte der staven te veranderen, en dus zonder krachten aan te wenden, kan men den ligger $bb_1b_2 \ldots aa_1a_2$ van fig. 14 den vorm $BB_1B_2 \ldots AA_1A_2$ enz. doen aannemen; waarbij beurtelings de hoogten A_1B_1, B_2A_2 van den ligger grooter en kleiner worden dan de oorspronkelijke hoogte. Uit

de vormverandering van den ligger, ten gevolge der verandering in de lengte zijner deelen, volgt dus geene bepaalde of noodzakelijke verandering in de hoogte. Men kan die hoogte bij de punten A en B onveranderd laten en evenwel aan de deelen de lengte toekennen, die zij ten gevolge der daarop werkende krachten moeten aannemen.

Men kan zich nog langs eenen anderen weg overtuigen, dat bij de vormverandering van den ligger van fig. 4 de hoogte niet behoeft te veranderen. Zij in fig. 13 $A A_1 B_1 B$ een vak, waarbij de oorspronkelijke lengte d van het deel $A A_1$ is geworden $d + \Delta d$, terwijl $B B_1$ is geworden $d - \Delta d$, laat eveneens $A B_1$ zijn veranderd van b in $b - \Delta b$ en $B A_1$ in $b + \Delta b$, terwijl tevens $A A_1$ en $B B_1$ evenwijdig zijn gebleven. Stellende dan hoek $A B_1 B = \alpha$ en $A_1 B B_1 = \alpha'$, dan zal men blijkbaar hebben:

$$(b - \Delta b) \, Sin. \, \alpha = (b + \Delta b) \, Sin. \, \alpha'$$

en

$$(b - \Delta b) \, Cos. \, \alpha + (b + \Delta b) \, Cos. \, \alpha' = 2\, d.$$

Uit deze vergelijkingen vindt men voor den afstand $h + \Delta h$ tusschen de zijden $A A_1$ en $B B_1$:

$$(h + \Delta h)^2 = (b - \Delta b)^2 Sin.^2 \alpha = (b - \Delta b)^2 - \frac{1}{d^2}(d^2 - b \Delta b)^2 ;$$

of wel de hoogere magten van Δb tegen de lagere weglatende:

$$(h + \Delta h)^2 = b^2 - 2 b \Delta b - d^2 + 2 b \Delta b = b^2 - d^2 = h^2$$

en dus

$$\Delta h = 0.$$

Verwaarloost men de tweede magten niet, dan heeft men:

$$(h + \Delta h)^2 = b^2 - d^2 - \frac{b^2}{d^2} (\Delta b)^2$$

alzoo

$$2h\Delta h + (\Delta h)^2 = -\frac{b^2}{d^2}(\Delta b)^2$$

of ook

$$\Delta h = -\frac{b^2}{2hd^2}(\Delta b)^2.$$

De aangroeijing Δh is dus altijd negatief ook voor negatieve aangroeijingen Δb. Bij eenen tralieligger dan, waarvan de deelen zeer kleine uitrekkingen of zamendrukkingen ondergaan evenredig aan hunne oorspronkelijke lengte en waarbij de boven- en onderranden evenwijdig blijven, ondergaat de hoogte geene verandering, vergelijkbaar met die der staven zelve. Er wordt alzoo bij die vormverandering geene drukking door de vertikale verbindingsstaven op de steunpunten overgebragt. Eene afwisselende verwijdering en toenadering der vereenigingspunten A_1 B_1, A_2 B_2 enz. (fig. 14) kan ontstaan zonder aanwending van krachten, althans van krachten vergelijkbaar met die waardoor de uitrekkingen en zamendrukkingen der deelen ontstaan: want daar wij hier alleen de eerste magten der aangroeijingen in de lengte der deelen hebben behouden en de tweede magten verwaarloosd, zouden er in den striksten zin krachten evenredig aan die tweede magten noodig zijn, maar deze zijn uiterst gering in vergelijking van die bij de eerste magten behoorende.

Neemt men aan de einden zulke sterke verbindingsstaven, dat zij bij eene hoogteverandering zeer klein in vergelijking van die der overige deelen merkbare drukkingen kunnen overbrengen, dan mag men aannemen, dat werkelijk de drukking, die bijv. door den zamengestelden ligger fig. 2 in de steunpunten B en B_n ontstaat, in den ligger fig. 4 uit B en B_n naar A en A_n wordt overgebragt. De gebruikelijke hiervoren aangewezen weg ter berekening der krachten langs de onderscheidene deelen van den ligger kan dan

worden gevolgd; hoewel dan toch altijd de onderstelling, dat juist de daarbij aangenomene drukkingen in den bovenrand bij B en B_n op de benedensteunpunten worden overgebragt eenigzins willekeurig blijft. Die willekeur kan alleen weggenomen worden bij liggers met een even aantal vakken, als men in de symmetriek uit het midden geplaatste deelen gelijke krachten wil hebben, hetgeen uit den aard der zake aannemelijk is te achten. Bij liggers met oneven aantal vakken geeft echter de voorwaarde der symmetrie nog geene voldoende beperking. De verdeeling, aangewezen in de figuren 7, 15 en 16, alwaar: 1° (fig. 7) de drukkingen aan de einden van den bovenrand gelijk nul zijn gesteld; 2° (fig. 15) alwaar de drukkingen aan de einden van den bovenrand gelijk aan die in den onderrand zijn genomen en 3° (fig. 16) alwaar de drukkingen volgens de gebruikelijke verdeeling zijn bepaald, geven allen gelijke krachten in de symmetriek geplaatste deelen. Er moet dan bij dergelijke liggers nog eene andere voorwaarde worden gesteld, die echter moeijelijk te vinden schijnt. Vooralsnog zal wel de gewoonlijk gevolgde verdeeling der drukkingen de raadzaamste zijn. De voorgaande beschouwingen hadden hoofdzakelijk ten doel aan te wijzen, dat, hoewel de gewoonlijk gevolgde en aangenomene rekenwijze zeer wel te gebruiken is, er evenwel geheel andere verdeelingen van krachten mogelijk zijn, die zelfs in bepaalde gevallen de eenige werkelijk bestaande krachten zullen aanwijzen.

Fig. 1.

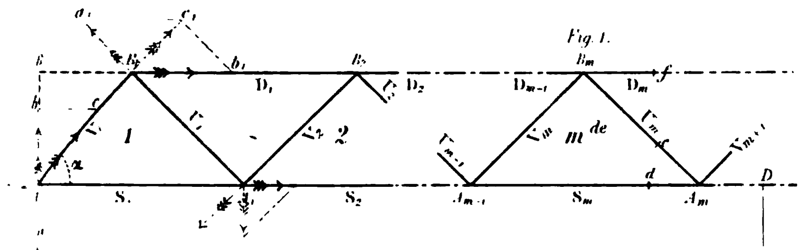


Fig. 2.

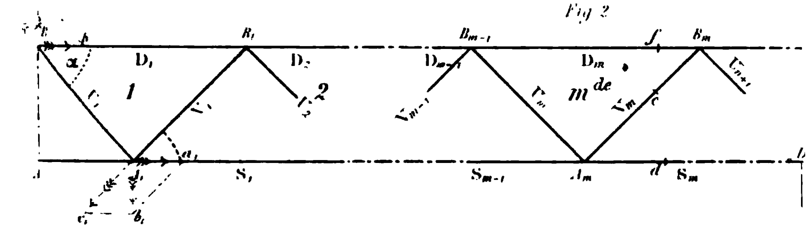


Fig. 3.

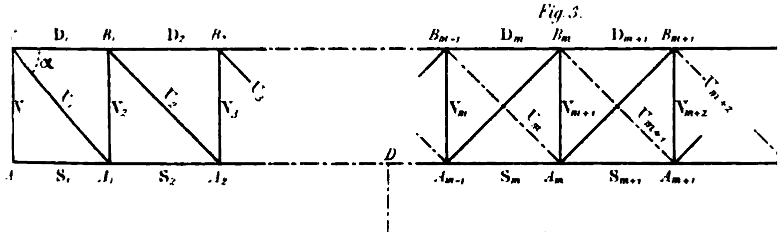


Fig. 4.

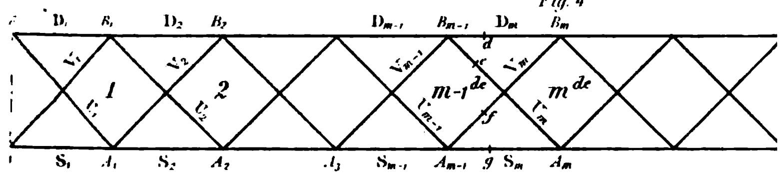


Fig. 5.

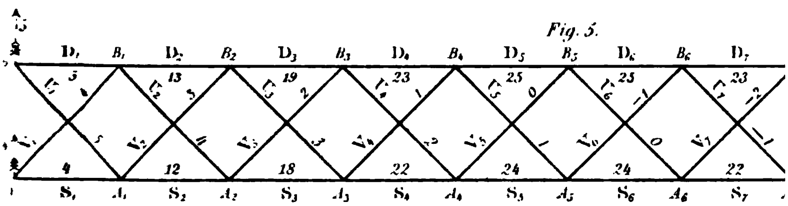
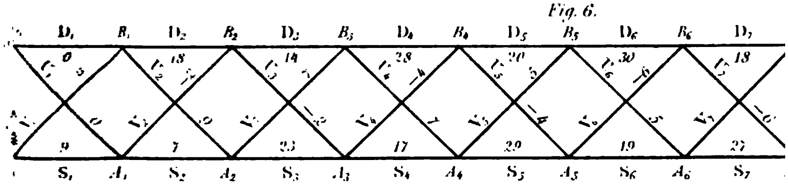
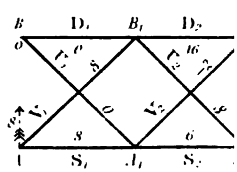


Fig. 6.





VIERDE VERVOLG OP HET VERSLAG

OVER

DE VERZAKKING TE NIJMEGEN.

1862.

DOOR

P. J. DELPRAT EN F. W. CONRAD.

Bij het slot van ons laatste Verslag over de verzakking te Nijmegen *), deden wij voorzien, dat iedere lage waterstand in de rivier aanleiding zou geven, de eenmaal begonnen beweging op nieuw in werking te brengen.

Wij verzochten daarom aan den Gemeente-Architect VAN DER KEMP, de noodige waarnemingen te blijven doen, waaruit wij het volgende kunnen mededeelen.

Nadat in den afgeloopen winter de toevallig in de kade gestroomde gaten, waarop wij in de Vergadering van den 22sten Februarij 1862 †) de Afdeeling oplettend maakten, waren opgevuld, werd het volgende aangeteekend:

1862.

17 *Februarij*. Het water is vallende gebleven, de gaten

*) *Verslagen en Mededeelingen*, XIIIe Deel, tweede Stuk, blz. 220.

†) *Verslagen en Mededeelingen*, XIIIe Deel, derde Stuk, blz. 318.

zijn gevuld en de straat hier en daar aangehoogd, waarmede gewerkt is tot

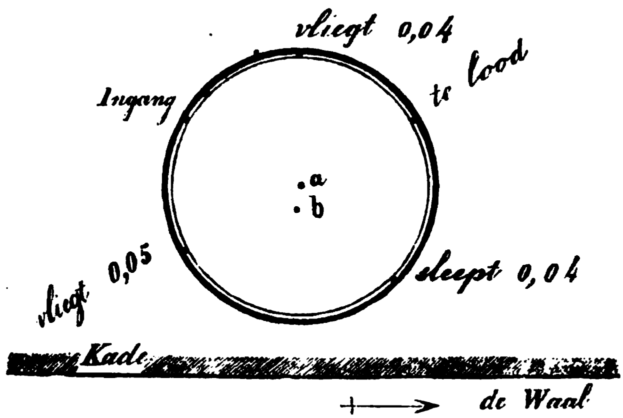
15 *Maart.* Alles was aan de Waalzijde weder in behoorlijke orde. Het voetpad voor den ringmuur van het erf van VOOGD en de rollaag in de groote straat waren gereed.

De waterstand was 2,30 el met geringen val.

17 *Maart.* Op nieuw gewaterpast, breedtemetingen gedaan en afzonderlijk aangeteekend. Het bleek, dat de kraan sedert 12 November 1861 weder 0,08 el gezakt was, en dat de geheele vooruitschuiving van de kade voor de groote straat en de kraan bedroeg ongeveer 0,46 el.

De vooruitschuiving was nu sterker dan de zakking.

De stand des kraans werd door aflooding onderzocht.



Het middenpunt *a.* van den pot der taats was 0,10 el verschoven naar *b.* Dit punt moest naar *a.* terug gebragt worden, om met den kraan te kunnen werken.

18 *Maart* werd de taats deze 0,10 el weder naar de stadszijde gebragt en de standaard in den kraan weder te lood gezet; de kraan werkte toen weder goed.

21 *Maart* was de waterstand des morgens ten 7 ure 1,95 el, en er werd opgemerkt, dat de rollaag in de groote straat langs het voetpad, die 20 Maart, bij een waterstand van 2,05 el, nog geheel digt was, op de bekende plaats een klein scheurtje teekende.

22 *Maart* was het water wassende, en

26 *Maart* stilstaande op 2,10 el.

5 *April.* De scheur in den scheidingsmuur naast het koepeltje digt gemaakt en het penant aan den ingang (erf van VOOGD) op nieuw opgemetseld.

26 *April.* Met geringen val en was van de rivier, is de stand der verzakking dezelfde gebleven. Heden was de waterstand 1,89 el; het water begon zachtjes te wassen, de scheuren, die den 5den April digt gemaakt zijn, zijn weder open en zigtbaar geworden, waaruit eene geringe zakking is af te leiden.

3 *Mei.* Waterstand 1,84 el.

10 *Mei.* Waterstand 1,70 el, dan eens wassende, dan eens vallende.

17 *Mei.* Idem.

20 *Mei.* Het kommiezenhuisje, dat 3 duim gezakt was, weder regt gezet.

22 *Mei.* Waterstand 2,10 el.

Bij den plaats gehad hebbenden lagen waterstand is er weder zakking en vooruitschuiving waargenomen.

Eene vooruitschuiving is ook waargenomen aan de groote voeg, die in de kantsteenen van het voetpad in de groote straat bij de Vischmarkt is op te merken. Deze steenen hebben digt tegen elkander gestaan en heden is de voeg 2 Ned. duimen wijd. Het rabat onder het koepeltje is ook weder opgemetseld en in orde gemaakt.

8 *Junij.* Tot heden is het water vallende gebleven tot 1,58 el en toen weder gewassen.

12 *Junij*. Waterstand 2 el en wassende.

In *Julij* is geene verandering waargenomen.

De straat bij het Rotterdamsche koffijhuis is gelijk gemaakt.

12 *September*. Tot heden is de waterstand op ongeveer 2 el gebleven, doch toen gewassen tot op

19 *September* ter hoogte van 2,68 el en daarna weder gevallen tot 2 el op

28 *September* en vervolgens vallende gebleven tot

14 *October*, wanneer de stand was 1,62 el.

Eene toen gedane waterpassing deed het volgende zien:

De kade bij letter O (zie de kaart bij de vroegere Verslagen) was 7 duim gezakt.

De kraan was niet veranderd.

De kade voor de groote straat was 2 duim gezakt.

N°. 10 de afgeronde muur 2 duim gezakt.

N°. 11. Idem 5 duim gezakt.

Uit de tabel der meting van de afstanden bleek, dat de vooruitschuiving was geweest:

N°. 2 voor de groote straat 2 duim.

N°. 3 bij den kraan 5 duim.

Het penant (zie 5 April hierboven) en het rabat voor het koepeltje (zie 22 Mei hierboven) was gescheurd en afgeweken.

17 *October*. Het water nog vallende, stond 1.57 el.

Over de geheele lengte van de verzakking was eene geringe werking te bespeuren, zigtbaar in het losraken der straatsteenen en afwijken der muren om de Vischmarkt.

18 *October*. Het water wassende, stond 1,61 el.

27 *October*. Het water bleef wassende, en stond heden 2,80 el.

Wij doen hier thans volgen de peilingen, hoogte- en afstandsmetingen, die sedert ons laatste Verslag zijn gedaan.

PEILINGEN OP DE RIVIER DE WAAL VÓÓR EN BIJ DEN KRAAN TE NIJMEGEN, GEDAAN OP DEN 17den OCTOBER 1862 EN GEREDUCEERD OP EENEN WATERSTAND VAN 3 EL NIJMEGENSCH PEIL.

1e Peiling, midden voor den Kraan.

Langs de Kade	2,60	el
5 el van de Kade	4,32	″
6 ″ ″ ″ ″	5,00	″
10 ″ ″ ″ ″	6,20	″

2e Peiling, 5 el boven den Kraan.

Langs de Kade	2,57	el
1 el van de Kade	2,84	″
5 ″ ″ ″ ″	4,42	″
6 ″ ″ ″ ″	4,52	″
10 ″ ″ ″ ″	6,12	″

3e Peiling, 10 el boven den Kraan.

Langs de Kade	2,17	el
5 el van de Kade	4,12	″
6 ″ ″ ″ ″	4,27	″
10 ″ ″ ″ ″	5,77	″
12 ″ ″ ″ ″	6,92	″

4e Peiling, 15 el boven den Kraan.

Langs de Kade	1,72	el
5 el van de Kade	3,92	″
6 ″ ″ ″ ″	4,57	″
8 ″ ″ ″ ″	5,47	″
10 ″ ″ ″ ″	6,12	″

5e Peiling, 20 el boven den Kraan.

Langs de Kade	1,67	el
2 el van de Kade	2,82	″
4 ″ ″ ″ ″	3,60	″
6 ″ ″ ″ ″	4,57	″
8 ″ ″ ″ ″	5,60	″
10 ″ ″ ″ ″	6,40	″
12 ″ ″ ″ ″	7,20	″

6e Peiling, 25 el boven den Kraan.

Langs de Kade	1,90	el
2 el van de Kade	1,90	″
4 ″ ″ ″ ″	3,80	″
6 ″ ″ ″ ″	4,40	″
8 ″ ″ ″ ″	5,40	″
10 ″ ″ ″ ″	7,30	″

7e Peiling, 35 el boven den Kraan.

Langs de Kade	1,80	el
2 el van de Kade	2,30	″
8 ″ ″ ″ ″	5,60	″

8e Peiling, 45 el boven den Kraan.

Langs de Kade	1,90	el
2 el van de Kade	2,40	″
4 ″ ″ ″ ″	2,80	″

10 el van de Kade	6,90 el
12 〃 〃 〃 〃	7,90 〃

9e Peiling, 55 el boven den Kraan.

Langs de Kade	1,90 el
2 el van de Kade	2,30 〃
4 〃 〃 〃 〃	3,30 〃
6 〃 〃 〃 〃	4,50 〃
8 〃 〃 〃 〃	5,50 〃
10 〃 〃 〃 〃	7,10 〃
12 〃 〃 〃 〃	7,70 〃

11e Peiling, 10 el beneden den Kraan.

Langs de Kade	2,30 el
2 el van de Kade	2,70 〃
4 〃 〃 〃 〃	3,30 〃
6 〃 〃 〃 〃	4,40 〃
8 〃 〃 〃 〃	6,12 〃
10 〃 〃 〃 〃	6,90 〃
12 〃 〃 〃 〃	7,40 〃

13e Peiling, 20 el beneden den Kraan.

Langs de Kade	2,80 el
2 el van de Kade	3,20 〃
8 〃 〃 〃 〃	5,00 〃
10 〃 〃 〃 〃	6,12 〃
12 〃 〃 〃 〃	7,50 〃

6 el van de Kade	3,60 el
8 〃 〃 〃 〃	6,40 〃
10 〃 〃 〃 〃	7,80 〃
12 〃 〃 〃 〃	8,20 〃

10e Peiling, 5 el *beneden* den Kraan.

Langs de Kade	2,30 el
6 el van de Kade	4,40 〃
8 〃 〃 〃 〃	6,00 〃
10 〃 〃 〃 〃	6,50 〃
12 〃 〃 〃 〃	8,00 〃

12e Peiling, 15 el beneden den Kraan.

Langs de Kade	2,50 el
2 el van de Kade	3,10 〃
8 〃 〃 〃 〃	5,40 〃
10 〃 〃 〃 〃	6,15 〃
12 〃 〃 〃 〃	6,80 〃

14e Peiling, 30 el beneden den Kraan.

Langs de Kade	1,60 el
2 el van de Kade	2,10 〃
3 〃 〃 〃 〃	2,15 〃
4½ 〃 〃 〃 〃	5,15 〃
6 〃 〃 〃 〃	5,40 〃
8 〃 〃 〃 〃	5,80 〃
10 〃 〃 〃 〃	6,40 〃

NB. Beneden den Kraan is sedert de peiling langs de Kade grove puin gestort.

VERVOLG DER WATERPASSING VAN HET VERZAKTE GEDEELTE TE NIJMEGEN.

VOLG Nº.	AANWIJZING DER PUNTEN.	1861. 12 Nov.	1862. 17 Mrt.	1862. 14 Oct.
		+A.P.	+A.P.	+A.P.
1	Peilsteen, gevel MEURS	13.57	13.57	13.57
2	Kade bij de peilschaal, op de schaal lett. M	11.20	11.20	11.20
3	Kade voor de Galerij, op de kaart lett. O	10.79	10.72	10.65
4	Peilsteen in den Kraan, aanwijzende 13,35 + A.P.	12.52	12.44	12.44
5	Kade voor de Groote straat, op de kaart lett. N	10.44	10.43	10.41
6	Kade voor het Rotterdamsche Koffijhuis, lett. G	11.44	11.44	11.44
7	Hoek ringmuur naast het Koepeltje. . .	12.74	12.74	12.74
8	Drie ellen lager op denzelfden muur . .	12.74	12.38	12.38
9	Afgeronde hoek van dienzelfden muur bij de Groote straat	12.74	12.39	12.39
10	Midden van de Groote straat	—	10.96	10.94
11	Afgeronde hoek ringmuur van de Oude Vischmarkt en Groote straat.	—	12.85	12.80

OPGAVE DER UITKOMSTEN VAN METINGEN DER AFSTANDEN VAN DEN KADEMUUR TOT ACHTER GELEGEN PUNTEN BUITEN DE VERZAKKING.

VOLG Nº.	PLAATS DER METINGEN.	DAGTEEKENING DER METINGEN.			
		1861. 16 Febr.	1861. 13 Nov.	1862. 17 Mrt.	1862. 14 Oct.
		El	El	El	El
1	Voor het Rotterdamsche Koffijhuis van den kant van het plint des pilasters aan de deuropening Oostzijde des gebouws	8.75	8.75	8.75	8.75
2	Van de stoep van het huis Langendam tot den spijker, geslagen op 25,93 el uit het midden van het merk voor de Stoombooten op den Kraan.	31.35	31.50	31.98	32.02
3	Van den hoek van het achterhuis de Zalm op de Vischmarkt, langs de houten palen tot aan den spijker beneden den Kraan, 10,90 el uit het merk als boven genoemd.	—	37.59	38.03	38.08
4	Van den peilsteen 12,55 el voor de stoep van MEURS, tot den peilsteen 11,20 el aan de Kade. .	—	22.71	22.71	22.71

Uit een en ander is op te maken, dat er gedurende dit jaar geene zeer aanmerkelijke veranderingen hebben plaats gehad *), terwijl de gedane waarnemingen onzes inziens blijven bevestigen hetgeen wij vroeger opmerkten, dat de beweging zich vertoont bij een lagen waterstand van ongeveer 2 El aan het Nijmegensch peil, daar beneden blijft aanhouden, en dat ze bij hoogere waterstanden ophoudt.

Wij vinden dan in deze laatste waarnemingen geene gronden, om onze vroeger te kennen gegeven gevoelens te wijzigen, en andere voorzieningen dan de daarbij opgegevene aan te raden.

's Gravenhage, November 1862.

*) Ook de *nâ* het indienen van dit Verslag tot den laatsten December des jaars 1862 ontvangen berigten, geven geene andere uitkomsten aan.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 29sten NOVEMBER 1862.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, R. VAN REES, H. J. HALBERTSMA, L. J. A. VAN DER KUN, P. HARTING, C. A. J. A. OUDEMANS, E. H. VON BAUMHAUER, F. W. CONRAD, R. LOBATTO, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, W. C. H. STARING, C. J. MATTHES, C. H. D. BUYS BALLOT, A. H. VAN DER BOON MESCH, A. W. M. VAN HASSELT, P. BLEEKER, J. G. S. VAN BREDA, F. J. STAMKART, en van de Letterkundige Afdeeling de Heer H. J. KOENEN.

De Voorzitter opent de Vergadering met een woord van leedwezen over de ongesteldheid van den Heer VROLIK, waarvan het gevaar intusschen thans gelukkig geweken schijnt, zoodat er gegronde hoop bestaat hem de aan zijne handen zoo bij uitnemendheid toebetrouwde taak spoedig te zien hervatten; het secretariaat zal ditmaal door den Heer MATTHES worden waargenomen.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt kennis genomen van de verontschuldigingen wegens afwezigheid, ingezonden door de Heeren ELIAS, SCHNEEVOOGT, DONDERS, VAN KERCKHOFF, VAN HALL en KAISER.

Worden gelezen brieven ten geleide van ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 15 November 1862, N°. 199, 8e Afd. Statistiek); 2°. ANDRAU, Directeur der Afd. Zeevaart bij het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut (Utrecht, 17 November 1862, N°. 1001); 3°. H. W. DE GRAAF, Secretaris van het Nederl. Entomologisch Genootschap (Leiden, 22 November 1862); 4°. J. T. BODEL NYENHUIS (Leiden, 14 November 1862); 5°. STARING ('s Hage, 13 November 1862); 6°. Dr. ALI COHEN, namens de Commissie voor de statistieke beschrijving der provincie Groningen (Groningen, 29 October 1862); 7°. H. L. FLEISCHER, Secretaris der Philol.-histor. Classe der K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 31 Julij 1862); 8°. E. H. WEBER, Secretaris der Math.-phys. Classe der Königl. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 15 Augustus 1862); 9°. M. W. DROBISCH, Secretaris der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 25 September 1862); 10°. G. H. GIESSE, Secretaris der Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften (Görlitz, 18 Augustus 1862); 11°. Dr. F. SCHAUB, Director der Hy-

drographische Anstalt der K.K. Marine (Triëst, October 1862); 12°. ENCKE, Vorsitzender Secretär der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlijn, 15 October 1862); 13°. RICH. DE MAACK (St. Petersburg, 10 Mei 1862); 14°. Etat Major du Corps des Ingénieurs des Mines de Russie (St. Petersburg, 28 September 1860, N°. 3225); terwijl bovendien 15°. nog ingekomen is een exemplaar van het *Museum Botanicum Lugduno-Batavum*, waarmede de verzameling der werken van wijlen ons medelid C. L. BLUME gecompleteerd is, aan de Akademie aangeboden door Mevrouw de Weduwe BLUME. — Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Directeur van het Kabinet des Konings ('s Gravenhage, 30 November 1862); 2°. Z. K. H. FREDERIK, Prins der Nederlanden ('s Gravenhage, 10 November 1862); 3°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 30 October 1862, N°. 168, 5e Afd.); 4°. H. VOLLENHOVEN, Referendaris, Chef der Ve Afd. bij het Departement van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 31 October 1862); 5°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 28 October 1862, N°. 9); 6°. J. Z. MAZEL, Secretaris-Generaal van het Ministerie van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 30 October 1862); 7°. Minister van Justitie ('s Gravenhage, 30 October 1862, Afd. A. S. N°. 129); 8°. Minister van Marine ('s Gravenhage, 29 October 1862);

9°. J. NOORDZIEK, Bibliothekaris van de 2e Kamer der Staten-Generaal ('s Gravenhage, 28 October 1862); 10°. Burgemeester en Wethouders der stad Amsterdam (Amsterdam, 3 November 1862); 11°. W. C. BACKER, Secretaris van het Athenaeum Illustre (Amsterdam, 3 November 1862); 12°. H. W. DE GRAAF, Secretaris van het Nederl. Entomologisch Genootschap (Leiden, November 1862); 13°. W. N. DU RIEU, Secretaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde (Leiden, 1 November 1862); 14°. J. W. R. TILANUS, Secretaris van het Genootschap tot bevordering der Genees- en Heelkunde (Amsterdam, 21 November 1862); 15°. VAN PANHUYS en A. VAN DER LAAN, Voorzitter en Secretaris der Gedeputeerde Staten van Friesland (Leeuwarden, 12 November 1862, N°. 3, Bibliotheek); 16°. W. A. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Groningsche Hoogeschool (Groningen, 13 November 1862); 17°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 18 November 1862); 18°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap, gevestigd te Utrecht (Utrecht, 4 November 1862); 19°. J. T. BERGMAN, Tweeden Bibliothecaris van de Akademische Bibliotheek (Leiden, 1 November 1862); 20°. W. J. A. HUBERT, Bibliothecaris der Stedelijke Bibliotheek (Zutfen, 30 October 1862); 21°. Directeuren der Nederl. Handel-Maatschappij (Amsterdam, 1 November 1862); 22°. Voorzitter der Commissie voor de provinciale Bibliotheek van Zeeland (Middelburg, 30 October 1862); 23°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage, 31 October 1862, N°. 194); 24°. D. BUDDINGH, Bi-

bliothecaris der Koninklijke Akademie te Delft (Delft, 31 October 1862, N°. 117); 25°. Voorzitter en Secretaris der Hoofd-Commissie van het Rotterdamsche Leeskabinet (Rotterdam, 30 October 1862); 26°. J. ENSCHEDÉ, Secretaris van TEYLERS Tweede Genootschap (Haarlem, 30 October 1862); 27°. P. J. VERMEULEN, Bibliothecaris der Hoogeschool te Utrecht (Utrecht, 28 October 1862); 28°. H. POLMAN KRUZEMAN, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 28 October 1862); 29°. S. KEYZER, Secretaris van het Koninklijk Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië (Delft, 28 October 1862); 30°. Dr. QUARIN WILLEMIER, Eerstaanwezenden officier van Gezondheid bij 's Rijks Kweekschool voor Militaire Geneeskundigen (Utrecht, 28 October 1862, Letter O, N°. 945); 31°. S. H. OROBIO DE CASTRO, Thesaurier der Vereeniging voor Volksvlijt (Amsterdam, 28 October 1862); 32°. Directie van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Batavia, 24 Mei 1862); 33°. PAOLO VOLPICELLI, Secretaris der Accademia Pontificia de Nuovi Lincei (Campidoglio, 6 Maart 1862); 34°. GIACINTO NAMIAS, Secretaris der I. R. Istituto de Scienze, Lettere ed Arti (Venetie, 15 October 1862); 35°. CHRISTENER, Bibliothecar der Schweizerische Gesellschaft für die Gesammten Naturwissenschaften (Bern); 36°. WÖHLER, Bestend. Secretär der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften (Göttingen, 25 October 1862); 37°. E. H. WEBER, Secretär der Math.-phys. Classe der Königliche Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 15 Augustus 1862); 38°. H. L. FLEISCHER,

Buitenlandsch lid (Leipzig, 17 Julij 1862). — Aangenomen voor berigt.

Komt ter tafel eene Missive van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken, d.d. 's Hage, 1 November, Lett. C, 3de Afd., Waterstaat, ten geleide van de door de Afdeeling in de Vergadering van 27 September jl. terug verzochte Memoriën, betrekkelijk het invoeren van een gelijk stelsel van peilschalen langs de Hoofdrivieren met bijbehoorende Tabellen van waterpassingen. — Wordt besloten deze andermaal ten gebruike in handen te stellen van den Heer STAMKART.

Worden gelezen brieven van de Heeren P. VAN DER STERR te Amsterdam en C. VAN DER STERR te Helder, gedateerd 13 en 3 November, met Tabellen van waargenomen waterhoogten. — Deze zullen worden verzonden naar de Commissie voor de daling van den Bodem in Nederland.

Wordt gelezen eene Missive van de Heeren J. P. DELPRAT en F. W. CONRAD ('s Hage, 20 November 1862), ten geleide van het 4de vervolg op hun verslag *over de verzakking te Nijmegen*, loopende tot 27 October jl., waarvan de slotsom is: dat er gedurende dit jaar geen zeer aanmerkelijke veranderingen hebben plaats gehad, terwijl de gedane waarnemingen blijven bevestigen hetgeen vroeger is opgemerkt geworden, dat de beweging zich vertoont bij een lagen waterstand van ongeveer 2 el aan het Nijmegensche peil,

daar beneden blijft aanhouden en bij hoogere waterstanden ophoudt. Deze laatste waarnemingen leverden der Commissie geen gronden op, om haar vroeger te kennen gegeven gevoelens te wijzigen, en andere voorzieningen dan de daarbij opgegevene aan te raden.

De Vergadering beslist van dit 4[de] vervolg, even als van de vorige verslagen, afschrift aan den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken op te zenden, en het in de *Verslagen en Mededeelingen* op te nemen.

Wordt kennis genomen van een schrijven van den Heer P. BLEEKER (Leiden, 7 November 1862), waarbij deze ter plaatsing in de *Verslagen en Mededeelingen* aanbiedt een stuk, getiteld: *Description de trois espèces nouvelles de Silures de l'Inde Archipélagique.* — Het zal aan de Commissie van redactie worden in handen gesteld.

Wordt gelezen een brief van den Heer C. LEEMANS, Directeur van 's Rijks Museum van Oudheden te Leiden (Leiden, 20 November), vergezeld van een doosje met twee steentjes, afkomstig uit den waterval Imatra, niet ver van Wiborg in Finland, omtrent wier vermoedelijken aard, afkomst en wijze van ontstaan de Heer LEEMANS door de Afdeeling wenscht ingelicht te worden.

De Heeren VAN DER BOON MESCH en STARING worden door den Voorzitter uitgenoodigd, hunne meening daarover in de eerstvolgende Vergadering schrif-

telijk kenbaar te maken, waartoe zij zich bereid verklaren.

De Heer VAN BREDA sprak vervolgens over den *IJzerklomp,* die voor vele jaren op 300 mijlen van de Kaap de Goede Hoop in Zuid-Afrika gevonden werd, en die door Dr. VAN MARUM in de Verhandelingen van de Holl. Maatschappij der Wetenschappen werd beschreven; hij berigtte, dat hetgeen hij op de oppervlakte van een van dezen klomp onlangs door hem afgezaagd stuk had waargenomen, den twijfel, die altijd bij hem bestond, of dit ijzer wel inderdaad uit de lucht gevallen was, had weggenomen, en dat daartoe vooral de aanwezigheid van olivinkorrels op die oppervlakte had bijgedragen.

Ter vergelijking bragt hij, met het afgezaagde stuk van de Kaapsche massa, brokken van de bekende Siberische ijzermassa van Pallas, en van die van Toluco in Mexico ter tafel, en toonde hij, hoe er vooral tusschen deze laatste en de Kaapsche eene volkomene overeenkomst plaats heeft. Bij deze gelegenheid trachtte hij ook te beweren, dat men bijkans nooit van eenigen meteoorsteen met zekerheid kan vaststellen, dat hij een individuum, en geen stuk is van een uiteengespatten grooteren meteoorklomp.

De Heeren VON BAUMHAUER, VAN DER BOON MESCH, HARTING en BUYS BALLOT wisselen over een en ander met den Spreker van gedachten, waarbij de Heer BUYS BALLOT vooral doet uitkomen, dat men den cosmischen oorsprong der meteoorsteenen tegenwoordig als boven alle bedenking verheven mag achten.

De Heer KAISER heeft voor de *Verslagen en Mededeelingen* ingezonden de beschrijving en photographische afbeelding van een door hem uitgedacht werktuig, ter bepaling der persoonlijke fouten van waarnemers. Het beginsel, waarop dit berust, komt, luidens de begeleidende Missive, op het navolgende neder:

„Het werktuig bootst, door een bewegelijk lichtpunt, de verschijnselen na, wier juiste oogenblik in de sterrekunde bepaald moet worden. Op het oogenblik van elk verschijnsel wordt, door het werktuig zelf, een galvanische stroom afgebroken, daardoor wordt een slingeruurwerk aan den gang gebragt, met welks behulp men het oogenblik, waarop het verschijnsel inderdaad heeft plaats gegrepen, met eene zekerheid binnen een paar honderdste deelen eener seconde bepalen kan, zoo men gebruik maakt van de wijze waarop door de Heer KAISER het beginsel der noniën op den tijd is toegepast. Die verschijnselen worden door eenige waarnemers gelijktijdig op eenigen afstand, hetzij met het ongewapende oog, hetzij met behulp van eenen kijker, op de gewone wijze waargenomen. Het verschil tusschen hetgeen elke waarnemer aldus verkregen heeft en hetgeen men wist, dat hij had moeten verkrijgen, is zijne persoonlijke fout."

Het stuk zal aan de Commissie van Redactie worden verzonden.

De Heer VAN DER BOON MESCH doet eene mededeeling *over het haematinon* (eene eigenaardige glassoort) uit de Palatijnsche kapel, in het paleis der onderkoningen te Palermo, afkomstig van den Heer Generaal DE CASEMBROOT, alsmede *over het Avanturijnglas* en eene nieuwe wijze van vervaardiging daarvan.

De Heer CONRAD licht met een enkel woord, met behulp van een kaartje, het belang toe van het onlangs ontvangen telegraphisch berigt, dat de doorgraving der landengte van Suez tot het meer Timsah toe gelukkig gevorderd is.

De Heer VAN HASSELT vertoont, na herinnering aan zijne in 1859 geschreven verhandeling in het *Tijdschrift voor Entomologie*, eene door den Heer Officier van Gezondheid der Marine STEENBERGEN levend uit Curaçao overgebragte *Oranje-spin* (Latrodectus malmignathus, var. tropica), en geeft berigt dat door dien Heer en den Heer Officier van Gezondheid MOORREES inentingsproeven op dieren met het vergif dezer spinsoort genomen zijn, die nader zullen worden gepubliceerd, waaruit althans eenigermate het gevaar van haren beet wordt toegelicht.

De Heer STAMKART wenscht tot den Heer Directeur van het Kon. Meteorologisch Instituut de vraag te rigten, welke maatregelen men in ons vaderland neemt, om de zeevarenden op een naderenden storm opmerkzaam te maken. Deze antwoordt daarop: dat sedert 1 Junij 1860 ten onzent de barometer-waarnemingen van de eene plaats naar de andere, en bepaaldelijk ook naar onze havens, worden overgeseind, om van een bestaand grootst verschil van barometerstand in Nederland te doen blijken.

Daarop wordt het Proces-Verbaal der zitting geresumeerd en deze door den Voorzitter gesloten.

REFRACTIE-ANOMALIËN,

OORZAKEN VAN STRABISMUS.

DOOR

F. C. DONDERS.

Strabismus is eene afwijking in den stand der oogen, ten gevolge waarvan de beide gele vlekken beelden ontvangen van verschillende voorwerpen. De gezigtslijnen kruisen daarbij elkander niet in het punt, dat men wenscht waar te nemen; slechts één der beide, die van het niet afwijkende oog, is op dat punt gerigt. Onder deze afwijking lijdt niet alleen de uitdrukking van 't gelaat bij 't gemis aan symmetrie in zijne meest sprekende deelen, maar doorgaans ook is, althans op één der oogen, 't gezigtsvermogen gestoord, en altijd mist de scheelziende 't voorregt van 't binoculaire zien.

Strabismus is geen zelfstandige ziektetoestand; zoo als in de gegevene bepaling ligt opgesloten, is het slechts een verschijnsel. Wij voegen er bij, dat het een verschijnsel is, afhankelijk van zeer verschillende toestanden, en als zoodanig verbonden met andere zeer uiteenloopende verschijnselen. Wie zich tot taak stelt, een leerboek te schrijven en daarin systematisch te handelen over alle ooggebreken, zal meer dan eens strabisme, als meer of minder constant gevolg

van bepaalde toestanden, op zijnen weg ontmoeten. Bij herhaling zal het voorkomen als bestanddeel eener zamengestelde anomalie. waarin het verbonden is met de oorzaak, die er aan ten gronde lag en met al wat verder uit die oorzaak voortvloeide. Maar als zelfstandige ziektevorm zal daarvoor geen plaats zijn. Alléén de semeiotica heeft over strabisme in 't algemeen te handelen.

Was deze voorstelling sedert lang reeds aangenomen, men bleef haar niet getrouw. Men raadplege slechts de handboeken. Een bepaald hoofdstuk is aan strabismus gewijd. Hier wordt over alles gehandeld, wat tot deze afwijking betrekking heeft; elders wordt het slechts ter loops genoemd. Zelfs bij 't onderzoek naar de oorzaken wordt aan alle vormen, hoezeer in grond hemelsbreed verschillend, te gelijk gedacht. In de monographiën is het soms niet beter. Is het dan vreemd, dat de pathogenie van strabisme nog zoo zeer in het duister ligt? 't Behoort tot 's menschen natuur, bij elk opkomend verschijnsel eene uitwendige oorzaak te vooronderstellen en 't eerste 't beste als zoodanig aan te nemen. Van die ligtvaardigheid en ligtgeloovigheid heeft ook de pathologie zich niet geheel losgemaakt. Met betrekking tot het scheelzien, werd vaak, op autoriteit van moeders en bakers, in allerlei toevallige omstandigheden de oorzaak gezocht, — en zoo de aanleiding voorbijgezien, die oorspronkelijk bestond in den vorm van 't oog.

Vóór weinige jaren leerden wij eene refractie-anomalie kennen, waarbij het netvlies zich bevindt vóór het brandpunt van het rustende oog. Ik bedoel de hypermetropie. Na de geringe graden dezer anomalie, ook in hunnen latenten vorm, te hebben leeren onderscheiden, overtuigde ik mij al spoedig, dat zij ten gronde ligt aan twee zeer gewigtige stoornissen: asthenopie en strabismus convergens, welker wijze van ontstaan tot dusverre geheel raadselachtig was gebleven.

Over hypermetropie, als oorzaak van asthenopie, heb ik reeds elders *) uitvoerig gesproken. Ik heb aldaar erkend, dat eene insufficiëntie der inwendige regte spieren, waarop VON GRAEFE †) gewezen had, een ziektebeeld kan voortbrengen, in vele opzigten overeenkomende met de asthenopie door hypermetropie; maar ik heb er bij gevoegd, dat die gevallen betrekkelijk zeer zeldzaam zijn, en, zoo als bij ons onderzoek naar 't ontstaan van strabismus divergens nader blijken zal, dikwijls in verband staan met myopie M. Ik heb ook doen opmerken, dat, hoe grooter de accommodatiebreedte $\frac{1}{A}$ is, des te sterker de hypermetropie H zijn kan, zonder asthenopie te veroorzaken, en dat daarom de asthenopie zich des te later openbaart, hoe geringer H is; waarbij ik thans 't empirisch resultaat voegen kan, dat, toevalliger wijze, het levensjaar, waarop de asthenopie begint, ongeveer de noemer is van de breuk, waardoor de graad van H wordt uitgedrukt. Eindelijk werd ook vermeld, dat verzwakking der accommodatie, 'tzij door algemeene, 'tzij door plaatselijke oorzaken, het optreden der asthenopie bevordert, en in 't bijzonder deelde ik §) later waarnemingen mede over paraese der accommodatie, na angina diphterina, als oorzaak van verschijnselen, oppervlakkig niet te onderscheiden van de asthenopie, ten gevolge van H.

Over H, als oorzaak van strabismus convergens, heb ik slechts in 't voorbijgaan gehandeld **), maar toch sedert lang bij verschillende gelegenheden de verkregene uitkomsten

*) *Ametropie en hare gevolgen.* Utrecht, 1860. Bl. 30 e. v. *Archiv f. Ophthalmologie.* B. VI. Abth. 1. S. 76 u. f.

†) *Archiv f. Ophthalmologie.* B. III. Abth. 1. S. 308. Onlangs heeft hij hierover op klassieke wijze gehandeld. Zie B. VIII. Abth. 2. S. 314.

§) *Ned. tijdschrift voor Geneeskunde.* 1860. D. IV. bl. 657; en *Archiv. f. d. Holländischen Beiträge zur Natur- und Heilkunde,* VON DONDERS und BERLIN. B. II S. 453.

**) *Archiv f. Ophthalmologie.* B. VI. Abtt. 1 .S. 92,

doen kennen. Het onderwerp had ik niet uit het oog verloren. Ik wenschte het echter eenigzins ruimer op te vatten en in 't algemeen te onderzoeken, met welke anomaliën van 't oog de verschillende vormen van strabismus in verband staan. 't Kwam mij voor, dat een zoodanig onderzoek tot opheldering der pathogenie van strabisme strekken kon. De volgende bladen nu bevatten in 't algemeen de verkregene uitkomsten; van de bijzondere gevallen meende ik hierbij te moeten abstraheren. Het onderzoek eischte de statistische methode. Bij een groot aantal van scheelzienden werd aldus voor beide oogen alles bepaald, wat oorzaak of gevolg dezer anomalie scheen te kunnen zijn, of het ontstaan op eenigerlei wijze te kunnen toelichten: geslacht, leeftijd en gewone bezigheid werden opgeteekend; van ieder oog in 't bijzonder werden bepaald de refractietoestand, de accommodatie-breedte, de gezigtsscherpte, de uitgebreidheid der bewegingen, deze laatsten in verband met den al of niet veranderlijken hoek van scheelzien; daarbij werden gevoegd de tijd en wijze van ontstaan, de hereditaire momenten, eindelijk complicatiën van verschillenden aard en eigenaardige stoornissen in het zien (gezigtsveld-beperking, dubbelzien enz.). Bij dit onderzoek stonden verscheidene mijner leerlingen, en in 't bijzonder Dr. HAFFMANS, mij belangstellend en volijverig ter zijde. De daartoe betrekkelijke registers loopen over 280 gevallen. Wel is waar, zijn bij zeer velen niet al de genoemde bepalingen gedaan, en van sommigen laat ook de naauwkeurigheid te wenschen over: wie bij ondervinding weet, hoeveel tijd en moeite noodig zijn, om vooral van kinderen of van weinig ontwikkelde menschen de beide oogen ten opzigte hunner functie voldoende te onderzoeken, zal dit zeer begrijpelijk vinden. Maar dit belet niet, dat menige vraag betrekkelijk strabisme in de verzamelde feiten hare beantwoording vinden kan. Voor 't oogenblik wensch ik mij hoofdzakelijk

tot de pathogenie te bepalen, en meer bijzonder den invloed na te gaan van den refractietoestand van het oog.

Naar de rigting der afwijking zijn vooral twee vormen van scheelzien te onderscheiden: strabismus convergens en strabismus divergens. Het hoofdresultaat nu van ons onderzoek laat zich in deze twee stellingen uitspreken:

1°. *Strabismus convergens vindt meestal zijnen grond in hypermetropie.*

2°. *Strabismus divergens is doorgaans 't gevolg van myopie.*

I. SCHIJNBAAR STRABISME.

Wanneer de oogen, vrij van strabismus, een op oneindigen afstand gelegen voorwerp fixeren, dan zijn de *gezigtslijnen* — de lijnen, die van de gele vlek door 't knooppunt gaan, — *evenwijdig*. Wordt dit parallelisme gemist, dan is *waar* strabismus aanwezig. Is het dáár, dan kan desniettemin *schijnbaar* strabismus bestaan. Ons oordeel omtrent het bestaan van strabismus grondt zich, namelijk, op de rigting der *hoornvlies-assen,* bij 't fixeren op verschillenden afstand. Is nu de betrekking tusschen hoornvlies-as en gezigtslijn eene ongewone, dan moet, bij juist gerigte gezigtslijnen, schijnbaar strabismus bestaan. Dit schijnbare speelt in de ontwikkeling van waar strabisme eene gewigtige rol, en het moest ons daarom hier in de eerste plaats bezig houden.

Terwijl in normale oogen, bij 't zien van verwijderde voorwerpen, de gezigtslijnen evenwijdig zijn, heeft het voor ons den schijn, alsof ook de hoornvlies-assen evenwijdig waren gerigt. Daarin evenwel bedriegen wij ons. De gezigtslijn snijdt, op elk oog, de cornea aan de neuszijde van hare as, en de hoornvlies-assen divergeren, bij gevolg, wanneer de gezigtslijnen eene evenwijdige rigting hebben.

Ook liggen zij niet beide in het horizontale vlak; maar aangezien in de verticale projectie de afwijking geringer is en bovendien zonder beteekenis voor het onderzoek, dat ons hier bezig houdt, zoo laten wij de afwijking in deze rigting verder ter zijde.

Nemen wij het dioptrisch stelsel van het oog als gecentreerd aan, wat doorgaans nagenoeg het geval is, dan snijden gezigtslijn en hoornvlies-as elkander in 't vereenigde knooppunt. Den hoek, waaronder zij zich snijden, noemen wij α; hij ligt aan de binnenzijde der gezigts-as. SENFF ontdekte de kleine afwijking tusschen hoornvlies-as en gezigtslijn. HEMHOLTZ vond in drie oogen den hoek $\alpha = 4°$ 19′, 6° 43′ en 7° 35′. De door KNAPP verkregene uitkomsten wijken hiervan naauwelijks af. Zij zijn evenzeer door mijn onderzoek bevestigd geworden, en wel naar twee methoden. Vooreerst *) naar de methode, die door KNAPP, naar ik meen op het voorbeeld van HELMHOLTZ, is gevolgd, bestaande in 't bepalen van den krommingsradius, zoowel in de gezigtslijn, als op een bepaald aantal graden aan de binnen- en aan de buitenzijde van deze. Eene tweede methode werd door mij, in gemeenschap met Dr. DOIJER, aangewend. Daarbij werd aangenomen, waartoe wij naar de door HELMHOLTZ, KNAPP en door mij zelven verkregen uitkomsten genoegzaam geregtigd waren, dat de hoornvlies-as juist het midden der cornea snijdt. De hoek α werd nu gevonden door bepaling van den *hoek*, tusschen gezigtslijn en as van den ophthalmometer, *gevorderd*, om eene in deze as geplaatste vlam juist in het midden der cornea gereflecteerd te zien: het reflexiebeeld ligt in het midden, wanneer elk zijner dubbelbeelden gelijktijdig den rand van het tegengestelde dubbelbeeld der cornea bereikt. Op meer dan 50 nagenoeg emmetropische oogen werd op die wijze ge-

*) *Verslagen en Mededeelingen van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Afd. Natuurk.*, Dl. XI. bl. 159.

vonden, dat, zonder uitzondering, het hoornvlies aan de neuszijde zijner as door de gezigtslijn wordt gesneden. Eene naauwkeurige bepaling op 15 emmetropische oogen gaf voor den hoek α als maximum 7°, als minimum 3½°, gemiddeld 5°,082.

Hieruit volgt, dat bij het zien op afstand de hoornvliesassen van emmetropische oogen ongeveer 2 × 5 = 10° divergeren.

Deze stand maakt op ons niet den indruk van divergentie, maar veeleer van parallelismus. Eerst wanneer de gevorderde divergentie grooter is, is schijnbaar strabismus divergens aanwezig, en bij 't naderen tot parallelismus meenen wij strabismus convergens te herkennen. Het eerste is aan hypermetropie, het laatste aan myopie eigen.

Reeds bij mijne onderzoekingen naar de *eerste methode* had het mij getroffen, dat in enkele gevallen van sterke myopie het krommingsmaximum der cornea met de gezigtslijn genoegzaam zamenviel. De hoek α was hier buitengewoon klein. Bij het onderzoek naar de tweede methode, op 17 myopische oogen toegepast, vonden wij als maximum 5¼°, als minimum — 1½°, gemiddeld iets minder dan 2°. Op niet minder dan 5 van de 17 oogen werd zelfs eene negatieve waarde gevonden: de hoek lag aan de temporaalzijde der hoornvlies-as. In 't algemeen werd de hoek α des te kleiner, hoe grooter de graad der myopie was. — Het omgekeerde nu werd bij hypermetropie gevonden: op 16 onderzochte oogen bedroeg het minimum van α 6°, het maximum 9°, gemiddeld 7°,3. Hoe constant het verschil in dit opzigt bij M en H is, blijkt daaruit, dat het maximum van α bij M door het minimum bij H wordt overtroffen. De bepaling van den krommingsradius der cornea, èn in de gezigtslijn èn 10° naar buiten, geeft bij M altijd eene kleinere waarde *in* de gezigtslijn, bij hypermetropen altijd *buiten* de gezigtslijn.

Dat bij myopie niet zelden schijnbaar strabismus convergens voorkomt, was reeds V. GRAEFE *) niet ontgaan. Het verschil kan dan ook, zoo als uit het medegedeelde blijkt, aanzienlijk zijn: eene divergentie van 10°, aan het emmetropische oog eigen, kan voor eene convergentie van 3° plaats maken. Ook voor hypermetropen is de afwijking aanzienlijk genoeg, om terstond te worden opgemerkt: eene divergentie van 16°, ja van 18°, zal niet ligt meer voor parallelismus worden aangezien. 't Verschil in rigting der hoornvlies-assen is inderdaad zeer gewigtig voor de physionomie van myopen en hypermetropen.

't Komt mij voor, dat de zoogenoemde *strabismus incongruus* van JOHANNES MÜLLER †), die soms wel wat ligtvaardig werd ter zijde geschoven, niets anders is dan het *schijnbaar strabisme*, dat hier beschreven werd. Wel is waar, heeft hij de betrekking dezer afwijking tot de refractie-anomaliën niet gekend, noch haar uitdrukkelijk aan de ligging der gele vlek verbonden. Maar wat anders kan hij op het oog hebben, wanneer hij zegt: „Uebrigens ist „diese Art des Schielens *nicht selten*, in der Regel aber „*nur gering*, so dass sie *bei einem sonst sicheren Blick und* „*gleicher Integrität der Augen*, in Hinsicht der inneren „Veränderungen wenig auffällt." ? De spieren der oogen noemt hij daarbij geheel gezond. Ook zijne definitie past op ons schijnbaar scheelzien. „Die Art des Schielens", zegt hij, „welche ich meine, ist angeboren" (wat althans voor het schijnbaar divergerende der hypermetropen juist is) „und unheilbar, sie beruht auf einem Unterschied in der „Lage der identischen Stellen der Netzhäute beider Au- „gen; so dass diese zwar vollkommen subjectiv eins sind, „aber in beiden Augen anderen Meridianen das Identische

*) *Archiv. f. Ophthalmologie* B. I. Abth. 1. S. 110.

†) *Zur vergleichenden Physiologie des Gesichtssinnes*. S. 280. Leipzig, 1826.

„angehört, dass z. B. der Mittelpunct der Netzhaut in „dem einen Auge einer identischen Stelle des anderen „Auges entspricht, welche vom Mittelpunkte des Auges „selbst entfernt ist”. Minder juist is het, althans in betrekking tot myopen, wanneer hij daarop laat volgen: „Und derselbe Unterschied des Raumes tritt so zwischen „allen anderen identischen Theilen ein”. Hij licht zijne meening toe met eene figuur, waaruit men zou kunnen opmaken, dat, naar zijne meening, slechts op één der oogen de gezigtslijn (door hem „Sehachse” genoemd) en de hoornvlies-as (zijne „Augenachse”) niet zouden zamenvallen. — Een bijzonder sterk ontwikkeld geval van dien aard is door v. GRAEFE beschreven, onder den naam van: „*Scheinbare Netzhaut-Incongruenz, durch anomalen Eintritt des Opticus*” *), waar de gele vlek, tegelijk met de gezigtszenuw, op het eene oog sterk naar binnen verschoven was. Hij stelt dit geval tegenover een ander van „*wahre* Incongruenz der Netzhäute” †), waarin de gele vlek op het eene oog aan de neuszijde van den nervus opticus zou zijn voorgekomen. Ik mag niet ontveinzen, dat dit laatste geval mij problematisch gebleven is §). Bij de onvolkomen gezigtsscherpte van het bij fixatie gebruikte deel van ’t netvlies, laat het zeer wel eene andere verklaring toe, waaraan ook VON GRAEFE zelf gedacht heeft. Kan ik daarom niet bewezen achten, dat er andere vormen van incongruentie voorkomen als de hier onder den naam van schijnbaar strabismus beschrevene, ik pas gaarne op deze de woorden toe van VON GRAEFE: „Ich möchte dieselben sicher

*) *Archiv f. Ophthalm.*, Band. I, Abth. 1. S. 435.

†) Ibid, S. 105.

§) Ook de gevallen, door ALFRED GRAEFE, in zijn klaar en bondig geschrift (*Klinische Analyse der Motilitätsstörungen des Auges.* Berlin 1858, S. 228, u. f.) opgenomen, hebben mij niet overtuigd. Ik zie, dat ARLT den waren strabismus incongruus insgelijks nog betwijfelt (*Die Krankheiten des Auges.* B. III. S. 320).

nicht auf Incongruenz der Netzhäute sondern auf *asymmetrische Entwicklung* der beide Hälften des Bulbus beziehen". De hypothese van DE LA HIRE *), door JURIN en BUFFON reeds bestreden, in onzen tijd op nieuw door PICKFORD †) te berde gebragt, dat de gewone gevallen van strabismus concomitans van incongruentie der netvliezen zouden afhankelijk zijn, behoeft na VON GRAEFE's onderzoekingen geene weêrlegging meer §).

---

*) PRIESTLEY's *Geschichte der Optik* von KLUGEL, Leipzig 1775. S. 408.

†) *Archiv f. physiol. Heilkunde.* 1842, S. 590.

§) De belangrijke waarnemingen van VON GRAEFE ten opzigte der veranderingen in de rigting van projectie, in gevallen van strabismus, hebben den aanstoot gegeven tot talrijke schriften over 't binoculaire zien, waarin MUELLERS leer nopens de identische punten wordt bestreden. Het hierboven voorkomende staat hiermede in zoo naauw verband, dat ik mij niet onthouden kan, in korte trekken mijne daaromtrent gevestigde overtuiging te dezer plaatse uit te spreken. Zij is deze:

Bij de rigting der projectie heeft men te onderscheiden: de projectie *van 't gezigtsveld* en de projectie *van een punt in 't gezigtsveld* (verg. *Holl. Beiträge z. d. anat. und physiolog. Wissenschaften.* B. I, 1848, S. 105 u. f.)

De projectie *van 't gezigtsveld* hangt af van den stand van ons oog en van de rigting der gezigtslijn, die wij ons voorstellen aanwezig te zijn. In welk gedeelte van 't aldus geprojiciëerde gezigtsveld wij nu verder *een zeker punt* projiciëren, wordt bepaald door de plaats, die zijn beeld op 't netvlies inneemt.

Bij M zijn voor gelijke hoeken, waaronder de voorwerpen worden gezien, bij den grooteren afstand van k'' tot het netvlies, de beelden grooter. Maar, van de andere zijde, is ook het netvlies zelf grooter, ten gevolge van uitrekking. Bij volkomen compensatie dezer beide factoren zouden de geprojiciëerde netvliesbeelden gelijke grootte kunnen behouden; maar wegens de onevenredig groote uitrekking aan den achterste pool, bij hooge graden van M, wordt het direct geziene voorwerp kleiner geprojiciëerd, dan vóór de uitrekking, kleiner dan bij emmetropie. Desniettemin worden bij 't fixeren van een voorwerp zijne grootte juist geschat en zijne grenzen met den vinger onmiddellijk juist aangewezen. Bij het rigten der gezigtslijn achtereenvolgens ter linker- en ter regterzijde op de grenzen van het voorwerp, wordt het gewijzigd verband tusschen de hoeveelheid der geëischte spierzamentrekking en de geprojiciëerde grootte van 't voorwerp ook niet door eene schijnbare beweging van 't voorwerp aangewezen. Dergelijke schijnbare beweging komt werkelijk voor, wanneer wij, een' bril met concave

II. STRABISMUS CONVERGENS.

De ervaring leert vooreerst, dat strabismus convergens in verreweg de meeste gevallen met H gepaard gaat. Op 172 door ons onderzochte gevallen werd 133 maal H van

---

glazen gebruikende, door *beweging van 't hoofd* afwisselend den blik op verschillende voorwerpen rigten; wordt schijnbare beweging niet opgemerkt bij *beweging der oogen*, zoo is dit dááraan toe te schrijven, dat door de onjuiste rigting, waarin wij schuins door convexe of concave glazen een voorwerp zien, het gestoord verband tusschen geprojicieërde grootte en vereischte beweging genoegzaam wordt gecompenseerd.

Uit het bovenstaande volgt, dat na langzaam ontstane verplaatsing, door uitrekking, een punt van 't netvlies naar buiten geprojicieërd wordt in eene rigting, verschillende van de oorspronkelijke. Kan nu die rigting van projectie voor één zelfde percipiërend element van 't netvlies veranderen, om, bij verplaatsing, 't verband tot andere middelen van waarneming te behouden, dan is het aannemelijk, dat die rigting ook niet oorspronkelijk, maar in verband met andere middelen van waarneming geworden is.

Eveneens kan de projectie van 't geheele gezigtsveld, gelijkelijk met al zijne punten, onder abnormale toestanden gewijzigd worden. In een zeker evenwigt der spieren ligt het direct geziene voorwerp regt vóór het oog. Verandert de stand, terwijl we meenen, dat hetzelfde evenwigt gebleven is, bijv. bij paralyse of na doorsnijding der in- of uitwendige regte spier, dan projiciëren wij het direct geziene evenzeer nog regt vóór ons, hoewel het ter zijde ligt: *'t gezigtsveld wordt dan valsch geprojiciëerd*. In betrekking tot het andere oog zijn dubbelbeelden daarvan 't gevolg, — gelijkzijdige, wanneer het oog naar de binnenzijde, gekruiste, wanneer het naar de buitenzijde is afgeweken. Wordt echter het afgeweken oog nu afwisselend gebruikt, 't geen vooral geschiedt bij afwijking naar buiten, dan leert het zich vaak allengs oriënteren, onderscheidt zijne indrukken behoorlijk van die van 't andere oog, projiciëert juist en geeft naauwkeurig als zeer verschillend de ligging aan der twee voorwerpen, die, respectievelijk in 't eene en in 't andere oog, in de fovea centralis der gele vlek hun beeld hebben. De beide gele vlekken worden dus niet meer naar gelijke punten der ruimte geprojiciëerd. Eveneens worden, bij zoodanige afwijking, met of zonder aanwending van zwakke (slechts voor een klein deel 't strabisme corrigerende) prismatische glazen, gelijkzijdige dubbelbeelden aangegeven van een voorwerp, welks netvliesbeelden zoo wel op 't regter, als op 't linker oog aan de buitenzijde der fovea centralis vallen. Dat hetzelfde *na tenotomie, met onvolkomen*

het niet afgeweken oog geconstateerd. In 9 gevallen bestond myopie, 5 malen in zoo hoogen graad, dat de vorm van den uitgezetten, weinig bewegelijken oogbol geen' anderen stand toeliet; in 13 gevallen werd verschil van refractie der beide oogen opgeteekend; 5 maal lag ontsteking ten gronde; minstens 5 maal was paralyse voorafgegaan, 3 malen bestond complicatie met cataracta congenita, 2 maal met nystagmos. — Men ziet, hoe sterk H op den voorgrond treedt: in ruim 77 pCt. der gevallen komt het voor. En toch ben ik overtuigd, dat, zoo men alle gevallen van strabismus convergens, zonder onderscheid, die op eene zekere bevolking voorkomen, kon onderzoeken, er relatief nog meer H zou worden aangetroffen. Vooreerst melden gewone gevallen van strabismus convergens zich minder algemeen bij den oogarts aan, en juist deze zijn het, bij welke H de éénige oorzaak is: bestaat er ontsteking, paralyse, of zijn er eigenaardige complicatiën aanwezig, dan verzuimen de lijders niet, hulp in te roepen; en in verhouding tot het geheel komt men dus van deze exceptionele gevallen een grooter aantal te zien. Vervolgens zijn er gevallen medegerekend, die men niet gewoon is onder strabismus convergens te begrijpen, zoo als vrij

---

effect, kan voorkomen, bewijst een zeer leerrijk geval, door Dr. ALFRED GRAEFE (*Klinische Analyse* etc. S. 236) beschreven. — Het omgekeerde kan plaats hebben na langdurige of aangeboren afwijking van het eene oog naar binnen.

Hierin ligt het bewijs, dat, bij abnormalen stand der gezigts-assen, elk oog op zich zelf zijn gezigtsveld kan leeren projiciëren in de juiste rigting, waaruit volgt, dat eene projectie der beide gezigtsvelden volkomen op elkander dus ook kan zijn aangeleerd, als gevolg van 't zoeken van overeenkomstige netvliesbeelden voor de beide naauwkeurig percipiërende gele vlekken. Door projectie van hunne indrukken op elkander, kregen ook andere netvliespunten de beteekenis van corresponderende, die zij, als niet afhankelijk van een' oorspronkelijken anatomischen grond, ook weder verliezen kunnen.

recente gevallen van paralysis m. abducentis, zoo als te sterk convergerende, bijna onbewegelijke myopische oogen, enz. En, eindelijk, zijn zeker veeleer enkele gewone dan buitengewone gevallen, wier pathogenie niet geheel was opgehelderd, verwaarloosd gevonden. — Ik aarzel dus niet te verklaren, dat het eene uitzondering is, strabismus convergens te vinden, zonder hypermetropie.

In 't algemeen zijn het niet de hoogste graden van H, waarmede strabismus zich verbindt. Dikwijls zelfs is, althans bij jeugdige individuen, de hypermetropie geheel latent: zij werd onwillekeurig geneutraliseerd door inspanning van 't accommodatievermogen en kwam eerst aan den dag bij kunstmatige paralyse der accommodatie. Reeds vroeger had ik als voorloopig resultaat medegedeeld *), dat strabismus convergens in den regel van hypermetropie afhankelijk is en voorts mondeling mijne bevinding aan vele kunstgenooten medegedeeld. Dit gaf aanleiding, dat ook Dr. PAGENSTECHER en Dr. SAEMISCH †) hierop hunne aandacht vestigden: zij deelen ons mede, dat op 62 gevallen van strabismus convergens concomitans door hen slechts 29 maal hypermetropie werd gevonden. Ik neem dit gaarne aan. Zij hebben, namelijk, alléén de manifeste, niet de latente hypermetropie bepaald en zijn zelve overtuigd, dat, dien ten gevolge, „geringere Grade von Hy„permetropie sicherlich übersehen, stärkere unterschätzt wor„den sind.” Ik zie daarom in hunne mededeeling de bevestiging mijner bevinding, want ook ik heb in niet veel meer dan de helft der gevallen onmiddellijk manifeste H kunnen constateren. Meestal bedroeg deze dan $\frac{1}{30}$ tot $\frac{1}{10}$, zelden $\frac{1}{7}$ of meer.

---

*) *Ametropie en hare gevolgen*, Utrecht 1862, bl. 45. *Archiv f. Ophthalmologie.* B. VI, S. 92.

†) *Klinische Beobachtungen aus der Augenheilanstalt zu Wiesbaden.* Erstes Heft. Wiesbaden 1861.

De totale hypermetropie werd, zoodra er manifeste bestond, doorgaans niet bepaald, maar bereikte natuurlijk, vooral bij jeugdige voorwerpen, een' aanzienlijk hoogeren graad. Bij $\frac{1}{30}$ H manifesta mogt in den regel meer dan $\frac{1}{15}$ totale worden aangenomen, want waar, bij 't geheel ontbreken van manifeste, de totale onder den invloed der accommodatie-paralyse werd bepaald, bleef deze zelden onder $\frac{1}{15}$.

Terwijl bij strabismus convergens in den regel H bestaat, is geen ander verband hier denkbaar dan dat H de oorzaak is der afwijking. H toch is de primaire anomalie, te zoeken in den bouw van het oog en oorspronkelijk aan het oog eigen; strabismus is de secundaire toestand, die eerst eenige jaren na de geboorte ontstaat. In 't eerste tijdperk, bij den aanvang van 't zoogenoemd periodiek scheelzien, kan men constateren, dat H reeds aanwezig is: buiten kijf gaat zij dus het scheelzien vooraf. En voegen wij daarbij, dat het beginnend strabisme weder wijkt, wanneer de hypermetropie door een convex glas wordt geneutraliseerd, dan besluiten wij gereedelijk, dat H strabismus kan voortbrengen. 't Is dus alleen de vraag, hoe zij dit vermag, en 't antwoord op die vraag is gereed.

De hypermetroop moet, om duidelijk te zien, betrekkelijk sterk accommoderen. Dit geldt voor elken afstand. Reeds bij 't zien van verwijderde voorwerpen moet hij trachten, zijne hypermetropie door inspanning der accommodatie te overwinnen, en naarmate het voorwerp nadert, moet zich daarbij nog zóóveel accommodatie voegen, als het normale, emmetropische oog in 't geheel zou behoeven. 't Zien in de nabijheid vooral eischt dus buitengewone inspanning. Nu bestaat er een zeker verband tusschen accommodatie en convergentie der gezigtslijnen: hoe sterker men convergeert, des te krachtiger kan men zijn accommodatievermogen in werking brengen. Eene zekere neiging tot verhoogde convergentie, zoodra men zijn accommodatie-

vermogen wil inspannen, kan dus niet uitblijven. Die neiging bestaat bij elken hypermetroop. De emmetroop ook zal zich hiervan overtuigen, wanneer hij negatieve glazen voor zijne oogen houdt, en deze hierdoor tijdelijk in een' toestand brengt van hypermetropie. Duidelijk bemerkt hij, dat, bij de poging van scherp te zien, telkens dubbelbeelden als gevolg van verhoogde convergentie dreigen op te treden, en dat hij weldra slechts de keus heeft tusschen onduidelijk zien en scheelzien. Onbewust bestaat deze strijd welligt voor alle hypermetropen.

Hypermetropie is eene zeer verbreide anomalie. Ik heb de overtuiging, dat zij nog veel menigvuldiger voorkomt dan myopie. Is nu strabismus convergens in den regel 't gevolg van hypermetropie, blijkbaar komt hypermetropie zeer dikwijls voor zonder strabismus; men kan zelfs zeggen, dat slechts in een betrekkelijk klein aantal der gevallen van hypermetropie strabismus zich ontwikkelt. Dit intusschen kan ons geenszins bevreemden. In 't algemeen wordt, namelijk, de behoefte, om een voorwerp met beide oogen te gelijk *enkel* te zien, diep gevoeld. De rigting der gezigtslijnen wordt hierdoor met kracht bepaald. Reeds vóór vele jaren, bij mijne proeven over de werking van prismatische glazen *), heb ik mij hiervan overtuigd. Brengt men een zwak prismatisch glas, met den brekenden kant naar binnen gekeerd, vóór één der oogen, dan vertoont zich het gefixeerde voorwerp onmiddellijk dubbel, maar onwillekeurig brengt men terstond eene verhoogde convergentie voort, die de dubbelbeelden doet zamenvloeijen; en neemt men eenige oogenblikken later het glas weder weg, dan komen voor een oogenblik op nieuw dubbelbeelden te voorschijn, die echter even spoedig door vermindering der convergentie verdwijnen. 't Is nu alsof de dubbelbeelden

---

*) *Nederlandsche Lancet.* 2e Ser. D. III, bl. 233. 1845

van zelf weêr inéénvloeijen: de hierbij gemaakte beweging geschiedt zoo spontaan, dat men er zich niet eens van bewust wordt. Die weêrzin van dubbelbeelden, of liever het instinctmatig vasthouden aan 't binoculaire zien, vrijwaart de meeste hypermetropen voor strabisme. Zij offeren het gemakkelijk en scherp zien op, liever dan zich te getroosten, dat op de beide gele vlekken verschillende voorwerpen hun beeld zouden vormen. Hierin dus vinden wij den grond, waarom niet schier alle hypermetropen scheel zien. Men bedekke het eene oog met de hand, terwijl het, even als 't andere, geopend is, en bij de *meeste* hypermetropen zal de gezigtslijn al spoedig naar binnen afwijken. Hetzelfde geschiedt, wanneer de emmetroop een negatief glas voor 't niet bedekte oog houdt.

De vraag, die nu van zelf zich voordoet, is deze: Welke omstandigheden moeten er medewerken, om bij hypermetropen strabismus te doen ontstaan?

Die omstandigheden zijn van tweederlei aard: *a.* die de waarde van 't binoculaire zien verminderen, *b.* die de convergentie gemakkelijker maken.

Tot de eerste soort behooren:

1°. *Aangeboren verschil in gezigtsscherpte of in brekingstoestand der beide oogen.* Bij hypermetropie is de gezigtsscherpte dikwijls onvolkomen, hetzij op één, hetzij op beide oogen. Deels is dit toe te schrijven aan astigmatisme, deels aan eene nog onbekende onvolkomenheid van het netvlies. Treft de verminderde gezigtsscherpte slechts het eene oog, dan zal, bij te groote convergentie, het beeld op dit oog niet zooveel storen. Hetzelfde is 't geval, wanneer de graad van H op het afwijkend oog grooter, en het beeld op dit oog dus minder scherp is. In beide gevallen zal, bij gevolg, ligter strabisme ontstaan. Maar in dubbele mate stijgt de voorbeschiktheid, wanneer beide omstandigheden, hoogere graad van H en verminderde gezigtsscherpte, zoo als dik-

wijls 't geval is, op 'tzelfde oog vereenigd voorkomen. — Is het oog langen tijd afgeweken geweest, dan bestaat er eene secundaire vermindering der gezigtsscherpte, als gevolg van strabisme, waarop we later terugkomen. Dan evenwel kan men, met behulp van den oogspiegel, vaak een' hoogeren graad van H van dit oog nog constateren.

2°. *Vlekken van het hoornvlies.* 't Is dikwijls opgemerkt, dat, bij scheelzien, het afgeweken oog of wel beide oogen verduistering of vlekken van 't hoornvlies vertoonen. Vóór korten tijd nog hebben PAGENSTECHER en SAEMISCH op 't veelvuldig voorkomen van hoornvliesvlekken bij strabismus opmerkzaam gemaakt. 't Schijnt mij echter niet toe, dat hoornvliesvlekken, op zich zelve, in staat zouden zijn, scheelzien op te wekken. Al is het beeld van het tweede oog minder volkomen, de ervaring leert, dat ook dan aan 't binoculaire zien de voorkeur wordt gegeven, en het is ook niet wel verklaarbaar, dat een der oogen zou geneigd zijn af te wijken, alléén om liever een geheel ander, dan, wel is waar, een ongelijk, maar toch overeenkomstig beeld op de gele vlek te doen vallen. RUETE *) heeft op goede gronden den strijd tusschen BEER en JOH. MUELLER in dien zin beslist. Maar geheel iets anders is het, of, bij 't bestaan van hypermetropie, hoornvliesvlekken en andere verduisteringen de neiging tot strabisme niet zullen vermeerderen, of het minder scherpe beeld in de gezigts-as het dubbelbeeld niet minder storend zal maken en den weêrzin daartegen, die hier voor strabisme moet vrijwaren, doen verminderen. Ik ben zeer geneigd, dit aan te nemen. Ik vind althans bij hypermetropie met strabismus hoornvliesvlekken ook meer algemeen dan bij hypermetropie zonder strabismus. Wel is waar, kan er nog een ander verband bestaan tus-

---

*) *Lehrb. der Ophthalmologie f. Aertze und Studirende.* B. II, S. 520. Braunschweig 1854.

schen hoornvliesvlekken en strabismus, waarop ook reeds door RUETE *) gewezen is: eene ontsteking, namelijk, die hoornvliesvlekken voortbrengt, kan zich onder de conjunctiva tot aan enkele spieren of haar omhulsel uitstrekken en eerst eene krampachtige, daarna eene voedingsverkorting voortbrengen. Boven reeds maakte ik van dergelijke gevallen melding. Zij zijn echter betrekkelijk zeldzaam; maar ze kunnen toch ook voor een deel het overwigt van hoornvliesvlekken bij hypermetropie met strabisme verklaren.

In de tweede plaats wordt, zoo als wij opmerkten, 't ontstaan van strabisme bevorderd door toestanden, die de convergentie gemakkelijker maken. Hier komen in aanmerking:

1°. *Bijzondere bouw of innervatie der spieren; gemakkelijke bewegelijkheid der oogbollen naar binnen.* Niet zelden komt eene aangeborene insufficiëntie voor der musculi recti interni. 't Ligt voor de hand, aan te nemen, dat ook het omgekeerde kan plaats vinden; en werkelijk convergeren sommige oogen zonder bijzondere inspanning tot op 3″, ja op 2″ en minder van 't oog. Men mag aannemen, dat vorm en ligging van den oogbol hierop evenzeer invloed oefenen als de bouw of de innervatie der spieren.

Terwijl nu in insufficiëntie der beweging naar binnen een waarborg tegen strabismus convergens bestaat, zal eene vrije beweging in dien zin de neiging tot dezen vorm van strabisme verhoogen. Willekeurig kan het door velen gemakkelijk in hoogen graad, door anderen niet of niet dan hoogst moeijelijk worden voortgebragt; en wanneer men verhaalt, dat zoodanig willekeurig scheelzien, meermalen opgewekt uit zucht tot navolging of uit bespotting, bij sommigen tot blijvend scheelzien aanleiding gaf, zoo neem ik dit

*) l. c. p. 537.

gaarne aan, maar onder beding, dat er tevens hypermetropie bestond. — Overigens heb ik mij niet voldoende kunnen overtuigen, dat een bijzondere aanleg tot strabisme hereditair zou zijn. Men versta mij wel. In zeer hooge mate hereditair is hypermetropie. 't Behoort tot de zeldzaamheden, bij hypermetropischen bouw der oogen, bij één der ouders, niet ook bij een deel der kinderen hypermetropie te vinden. Maar of die hypermetropie bij de ouders met strabisme gepaard ging, al dan niet, heeft, zoo eenigen, toch stellig slechts geringen invloed op de ontwikkeling van strabisme bij de uit hen geboren hypermetropische kinderen. Lijdt in de familie de een of ander aan strabismus convergens, men kan bijna zeker zijn, dat bij enkele andere leden hypermetropie zal voorkomen; maar dat in dezelfde familie de meeste hypermetropen door strabisme worden aangedaan, is mij hoogst zelden voorgekomen.

2°. *Verband tusschen gezigtslijn en hoornvlies-as.* Boven zagen wij, dat in 't algemeen bij hypermetropen, om aan de gezigtslijnen eene evenwijdige rigting te geven, eene meer dan gewone divergentie wordt geëischt der hoornvliesassen. Van daar bij zoovele hypermetropen schijnbaar strabismus divergens. Van de andere zijde weten wij, dat de meeste oogen moeijelijk tot divergentie kunnen worden gebragt: een zwak prisma, met den brekenden kant naar buiten voor het oog gehouden, brengt reeds dubbelbeelden voort, die de meesten niet in staat zijn, door divergentie der gezigtslijnen te overwinnen. Zelfs ten behoeve van 't enkelzien gelukt het velen niet eens, eenige graden meer te divergeren. 't Ligt dus voor de hand, aan te nemen, dat, wanneer tot enkelzien meer dan gewone divergentie der hoornvlies- of gezigts-assen wordt vereischt, zeer ligt onvoldoende zal worden gedivergeerd. Dit brengt dan als van zelf mede, dat ook voor 't zien op kleinen afstand ligtelijk te veel wordt geconvergeerd. Wat onder 1° werd

behandeld, bevordert de convergentie op absolute wijze. Relatief heeft 't verband tusschen gezigtslijn en hoornvlies-as bij hypermetropen hetzelfde gevolg. Schiet nu bij 't zien op afstand de geëischte divergentie der hoornvlies-assen ligtelijk te kort, dan zal evenzeer, onder den invloed der hypermetropie, de convergentie bij 't zien in de nabijheid relatief te groot worden. De voorwaarde voor de ontwikkeling van strabisme is hiermeê gegeven. Werkelijk is mij dikwijls gebleken, dat bij scheelzienden na tenotomie een belangrijke graad van divergentie der hoornvlies-assen werd vereischt, om de gezigtslijnen een' evenwijdigen stand te doen aannemen; dikwijls zijn schijnbaar de oogen volkomen goed gerigt, en toch, wanneer, bij 't fixeren van een verwijderd punt, afwisselend 't eene en 't andere oog met de hand bedekt worden, merkt men op, dat het pas geopende oog telkens nog eene ruime beweging naar buiten heeft te maken, om 't verwijderde punt te fixeren. Somtijds is dit in zoo hoogen graad 't geval, dat tot het binoculaire zien op afstand een misstand door divergentie zou worden vereischt. Dit bragt mij op 't vermoeden, dat, terwijl in 't algemeen de groote hoek α 't ontstaan van strabismus convergens bij H bevordert, eene buitengewone grootte van dien hoek meer bijzonder tot dezen vorm van strabismus voorbeschikt. Om dit vermoeden te toetsen, werd de hoek α gemeten in een tiental gevallen van strabismus convergens. De metingen werden grootendeels door den Heer HAMER, thans interne in 't gasthuis voor ooglijders, naar de vroeger beschrevene methode met de hem eigene naauwkeurigheid volbragt. Nevenstaande tabel I bevat de resultaten:

TABEL I.

	GESLACHT.	LEEFTIJD.	AFWIJKING.	OOG.	REFRACTIE		α	S	AANMERKINGEN.
					HM.	H.			
1	m.	23	Str. C. Od.	Od.	$\frac{1}{10}$?	$\frac{1}{8}$	5°.8	0.2	
				Os.	$\frac{1}{28}$	?	6°.5	0.67	
2	m.	15	Str. C. Os.	Od.	$\frac{1}{12}$	?	6°	1	
				Os.	$\frac{1}{12}$	?	7°	0.28	
3	v.	25	Str. C. Od.	Od.	?	?	6°.75	0.1	
				Os.	$\frac{1}{40}$	?	6°.5	0.85	
4	m.	16	Str. C. Od.	Od.	?	?	?	0.01	Fixeert niet.
				Os.	in H $\frac{1}{28}$? in V $\frac{1}{8}$	in H $\frac{1}{12}$ in V $\frac{1}{24}$	7°	0.45	
5	v.	23	Str. C. Od.	Od.	in H ? in V ?	in H $\frac{1}{24}$? in V $\frac{1}{40}$?	8°	0.2	As?
				Os.	$\frac{1}{20}$?	in H $\frac{1}{11}$ in V $\frac{1}{16}$	7°	0.5	As $= \frac{1}{35}$
6	m.	12	Str. C. alt.	Od.	? ?	in H $\frac{1}{16}$ in V $\frac{1}{8}$	7°.5	0.4	As $= \frac{1}{16}$
				Os.	? ?	in H $\frac{1}{10}$ in V $\frac{1}{20}$	8°	0.25	As $= \frac{1}{20}$
7	m.	19	Str. C. alt.	Od.	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	8°.5	0.66	
				Os.	$\frac{1}{16}$	?	7°	1	
8	m.	22	Str. C. Os.	Od.	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{8}$	9°	1	Strabismus, wijkende bij mydriasis Od.
				Os.	$\frac{1}{10}$	?	7°.5	0.41	
9	v.	18	Str. C. Od.	Od.	$\frac{1}{20}$?	?	?	0.025	Fixeert niet.
				Os.	$\frac{1}{24}$	?	9°	0.4	
10	v.	16	Str. C. alt.	Od.	$\frac{1}{12}$	?	10°.1	1	
				Os.	$\frac{1}{16}$	?	9°	1	

Hm beteekent Hypermetropia manifesta.
H " " totalis, na mydriasis.
α " den hoek tusschen hoornvlies-as en gezigtslijn.
S " de gezigtsscherpte.
Str. C. Od. " strabismus convergens oculi dextri.
Str. C. Os. " " " " sinistri.
Str. C. alt. " " " alternans.
As " Astigmatismus.
in H " in den meridiaan van krommingsminimum (doorgaans den horizontalen).
in V " in den meridiaan van krommingsmaximum (doorgaans den verticalen).
? " niet of niet naauwkeurig bepaalde of niet te bepalen waarde.

In 8 was blijvend strabisme geconstateerd, dat, zonderling genoeg! bij kunstmatige mydriasis van 't scherpziend regter oog tijdelijk verdween: 't linker oog werd nu juist gerigt, zonder dat het regter op zijne beurt afweek.

Deze tabel leert op nieuw wat vroeger reeds gebleken was, dat de hoek α voor beide oogen van denzelfden persoon in den regel nagenoeg gelijk is. Daarom ook werd voor N°. 4 Od. en N°. 9 Od., die wegens verminderde S niet fixeerden, bij de berekening der gemiddelde, $\alpha = \alpha$ van 't linker oog aangenomen. Als gemiddelde verkregen wij nu $\alpha = 7°.63$. Dit overtreft slechts weinig $\alpha = 7°.3$, vroeger als gemiddelde bij niet scheelziende hypermetropen gevonden; maar hierbij waren, om den invloed op de ligging van het draaipunt sterk te doen uitkomen, opzettelijk bijzonder hooge graden van H uitgekozen, waarmede ook α stijgt. Ten einde een' beteren grondslag van vergelijking te hebben, werd daarom ook nog de hoek α bepaald in eenige gevallen van H, in graad ongeveer gelijk aan H der scheelzienden. De resultaten zijn vereenigd in nevenstaande tabel II.

TABEL II.

PERSONEN.	GESLACHT.	LEEFTIJD.	OOG.	REFRACTIE.			α	S	AANMERKING.
				HM.	H	H?			
1	m.	19	Od.	$\frac{1}{20}$	?	$\frac{1}{16}$	4°.5	0.85	As?
			Os.	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{16}$	3°.6	0.85	As?
2	v.	50	Od.	$\frac{1}{12}$	?	$\frac{1}{13}$	5°	?	
			Os.	$\frac{1}{12}$	?	$\frac{1}{12}$	5°	?	
3	m.	55	Od.	$\frac{1}{15}$	?	$\frac{1}{12}$	5°	?	
			Os.	$\frac{1}{15}$	?	$\frac{1}{12}$	5°	?	
4	m.	60	Od.	$\frac{1}{28}$	?	$\frac{1}{60}$	5°.75	1	
			Os.	$\frac{1}{36}$	?	$\frac{1}{50}$	5°.5	0.95	
5	v.	21	Od.	$\frac{1}{36}$	?	$\frac{1}{12}$	6°.25	1	
			Os.	$\frac{1}{36}$	?	$\frac{1}{12}$	5°.9	1	
6	m.	9	Od.	$\frac{1}{12}$	?	$\frac{1}{6}$	6°.5	?	
			Os.	$\frac{1}{12}$	?	$\frac{1}{6}$	6°	?	
7	m.	14	Od.	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	7°	0.4	As.
			Os.	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	6°	0.32	As.
8	m.	62	Od.	$\frac{1}{6}$	?	$\frac{1}{7}$	7°	0.25	
			Os.	$\frac{1}{6}$	?	$\frac{1}{7}$	7°	0.25	
9	v.	13	Od.	$\frac{1}{24}$	?	$\frac{1}{7}$	8°.5	1	
			Os.	$\frac{1}{30}$	?	$\frac{1}{6}$	8°.75	1	
10	m.	36	Od.	$\frac{1}{24}$	?	$\frac{1}{11}$	8°.8	1	
			Os.	$\frac{1}{25}$	?	$\frac{1}{11}$	9°.2	1	
11	m.	21	Od.	$\frac{1}{10}$	?	$\frac{1}{6}$	9°	0.9	
			Os.	$\frac{1}{10}$	?	$\frac{1}{6}$	9°	0.9	

Kolom H? geeft de totale Hypermetropie, bij schatting gereduceerd op jeugdigen leeftijd.

Vooreerst nu vindt men bij deze niet scheelziende hypermetropen gemiddeld $\alpha = 6^{\circ}.56$, dat is $1^{\circ}.07$ kleiner dan bij de scheelziende. Ten anderen, blijkt nader, dat de graad van H van invloed is op α. De vergelijking met de gemiddelde $\alpha = 7^{\circ}.3$, bij hoogere graden van H gevonden, wijst het reeds aan. Maar duidelijker nog komt het op tabel II aan den dag, waarop de personen naar de grootte van α gerangschikt zijn, en onder H? de vermoedelijke graad der totale H, op 14jarigen leeftijd, werd geschat. 't Valt terstond in 't oog, dat die ongeveer gelijken tred houdt met α. Tot schatting van H? dienden mij, onder inachtneming van den leeftijd, de gevondene Hm en ook somtijds H; zij wijkt zeker weinig van de waarheid af.

De uitkomst is dus, dat, bij gelijke graden van H, hooge waarden van α bijzonder tot strabismus convergens voorbeschikken. Aan deze uitkomst hecht ik te meer beteekenis, omdat zij *in 't algemeen* bewijst, dat de grootere hoek α, aan H eigen, voor het verband tusschen H en strabismus convergens niet onverschillig is.

Bij de hoogste graden van H wordt zelden strabismus waargenomen. Dit kan ons niet bevreemden. Hier toch is het accommodatievermogen zelfs onder abnormaal verhoogde convergentie nog niet toereikend, scherpe beelden voort te brengen, en men wordt alzoo veeleer geleid tot de oefening, om uit onvolkomen netvliesbeelden juiste voorstellingen te vormen, dan door een maximum van inspanning de netvliesbeelden zooveel mogelijk te verbeteren Boven reeds zagen wij, dat bij gemiddelde graden van H strabisme 't meest gevonden wordt. Deze behooren tot de relatieve hypermetropie: het oog kan zich voor evenwijdige en zelfs voor divergerende stralen inrigten, voor eenigen tijd ook de accommodatie volhouden, doch alléén onder convergentie der gezigtslijnen op een punt, digter bij 't oog gelegen dan het punt, waarvan de stralen uitgaan.

Het mimium van H, waarbij strabisme ontstaat, hangt ongetwijfeld mede van den hoek *α* en van de accommodatie-breedte af: hoe kleiner deze en hoe grooter *α* is, des te geringere graad van H zal voldoende zijn. Maar op zich zelve brengt verminderde energie of paraese der accommodatie evenmin strabisme voort als de aan het toenemen der jaren gebondene vermindering der accommodatie-breedte.

Wat *uitwendige oorzaken* aangaat, dikwijls vindt men gewag gemaakt van het fixeren van nabijgelegene, vooral zijdelings geplaatste voorwerpen, zoo als een pluimpje van de muts, de vlam eener kaars, een stuk speelgoed of anderzins. Uit de inleiding is wel gebleken, dat ik hieraan weinig invloed toeken. Althans, ik houd mij overtuigd, dat het *emmetropisch* oog hierdoor niet scheelziend worden zal. Maar niet zoo onvoorwaardelijk zou ik durven beweren, dat voor 't hypermetropisch oog hierin geene aanleiding tot strabisme zou kunnen gelegen zijn. Bepaaldelijk 't fixeren van zijdelings gelegen objecten zou invloed kunnen hebben. Daarbij toch komt het voor, dat het gefixeerde punt slechts door één oog kan gezien worden, terwijl het gezigtsveld van 't andere door den neus beperkt is. En wanneer slechts het ééne oog het voorwerp ziet, dan mist het tweede oog den gids, die zijne bewegingen bestuurt, en niets belet, dat, ten behoeve van het duidelijk zien, door hypermetropen te sterk wordt geconvergeerd. Mij dunkt, het laat zich niet wel loochenen, dat op die wijze de inwendige oogspieren eenig overwigt zouden kunnen krijgen, die de verdere ontwikkeling van strabismus in de hand werkt.

Boven heb ik opgemerkt, dat scheelzien in aard en vorm verschilt, naar gelang zijner oorzaken, naar gelang van den aard der aandoening, waarvan het 't gevolg is, en waarmede het in één en 'tzelfde ziektebeeld optreedt. Dit geldt in allen deele van scheelzien, uit hypermetropie geboren. Maar,

aangezien het de meest gewone, de typische vorm is van strabismus convergens, zoo is het zeer natuurlijk, dat wat als strabisme in 't algemeen beschreven wordt juist op dezen vorm toepasselijk is. Men veroorlove mij, daarvan eene korte schets te geven. Eenige bekende zaken zal ik daarin moeten opnemen, maar toch 't best aldus gelegenheid vinden, over den aard, de verschijnselen en de pathogenie het nog ontbrekende toe te voegen.

Convergerend strabisme, ten gevolge van H, *ziet men* meestal omstreeks het 5[de] jaar ontstaan, waarschijnlijk, omdat het streven, om scherp te zien, zich alsdan begint te ontwikkelen; ook is de accommodatie-breedte nu groot genoeg, om door eenigzins verhoogde convergentie de H gemakkelijk te overwinnen. Aan *verhalen* van ontstaan bij of kort na de geboorte, ten gevolge van stuipen of andere ziekten, is in den regel geen geloof te slaan. Bij uitzondering ontstaat het na het 7[de], uiterlijk nog met het 18[de] jaar, zonder dat bijzondere bijkomende oorzaken te vinden zijn. Aanvankelijk is de afwijking voorbijgaande, gebonden aan 't fixeren, dat is aan eene poging, om scherp te zien, soms alleen aan 't fixeren van nabijgelegen voorwerpen; zij wijkt weêr, wanneer 't fixeren ophoudt of de oogen gesloten worden. Dit is het zoogenoemd periodiek scheelzien, door sommigen als een afzonderlijk tijdperk beschreven. Zelfs in dit tijdperk, ook wanneer 't scheelzien zich eerst op 16- of 18jarigen leeftijd ontwikkelt, hoort men geen klagt over dubbelzien. Dit verklaart zich, mijns inziens, uit de omstandigheid, dat de afwijking alléén ontstaat bij de inspanning, om een bepaald voorwerp scherp te zien. Op dàt voorwerp is de aandacht gevestigd. Dáárop blijft de éene gezigtslijn gerigt. Het dubbelbeeld ligt op 't afwijkend oog buiten de gele vlek, en moet reeds daarom zich onduidelijk vertoonen, zoodat het, tegenover het direct gefixeerde, niet ligt als dubbelbeeld gezien wordt. En

op de gele vlek verschijnt het beeld van een geheel ander voorwerp, waarmeê men zich in 't geheel niet bezig houdt en waarvan dus ook gemakkelijk wordt geabstraheerd. Soms blijft op den duur deze vorm van zoogenoemd periodiek scheelzien, bij 't zien in de nabijheid, voortbestaan: STOBBER *) en ARTL †) hebben ieder een merkwaardig geval van dien aard beschreven, waarvan de grond hun onbekend moest blijven. In de meeste gevallen echter wordt het strabisme spoedig constant. De regel nu is, dat altijd één en 'tzelfde oog afwijkt (strabismus simplex); dit gold reeds, toen 't scheelzien nog voorbijgaand was. Wanneer het bij H alternerend voorkomt, zijn dikwijls andere oorzaken in 't spel. Het scheelzien is doorgaans concomiterend; de bewegingen zijn vrij; de excursie normaal, evenwel met overtollige beweegelijkheid naar binnen, beperkte naar buiten, *op beide oogen,* ook wanneer het ééne constant afwijkt, het andere constant goed gerigt is. Beide inwendige oogspieren zijn dus als verkort te beschouwen. De verkorting, aanvankelijk dynamisch, is bij 't constante strabisme organisch geworden: zij is 't gevolg van excessive werking, met verslapping der antagonisten; ziekelijke structuur-verandering is niet aanwezig. Dat beide inwendige spieren verkort zijn, hangt af van de gewoonte, het gefixeerde voorwerp naar de zijde van 't afgeweken oog te houden, zoodat ook op 't niet afgewekene de m. rectus internus in relatief sterke zamentrekking wordt gebragt. Bij dezen stand wordt de H van 't niet afwijkend oog 't best overwonnen. Ook wanneer 't strabisme constant is geworden, verbindt zich met 't fixeren eene relatief sterkere inspanning der inwendige regte spieren, waardoor de hoek van scheelzien toeneemt, — bij reeds bestaanden grooten afwijkingshoek alleen in min-

*) *Ann. d'Ocul.* 18 55. T. XXXIII. p. 177.

†) l. c. T. III. p. 312.

dere mate, dewijl verhoogde inspanning dan minder beweging ten gevolge heeft: na tenotomie komt in die gevallen bij 't fixeren het toenemen der convergentie dikwijls weêr zeer sterk aan den dag. Dit toenemen der convergentie bij 't fixeren, wanneer door tenotomie een juiste stand verkregen is, is uit een dubbel oogpunt gewigtig. Vooreerst geldt het hier volwassenen, die verklaren, die convergentie duidelijk te gevoelen en tevens waar te nemen, dat zij die, als ware het onwillekeurig, voortbrengen, ten einde scherper te zien. Meer direct bewijs, dat H tot strabisme kan leiden, is zeker niet te geven. Wij hebben hier, in zekeren zin, een' terugkeer tot het eerste tijdperk, met dit onderscheid, dat de afwijking in haren grond en in hare beteekenis nu door den persoon zelven kan worden waargenomen, terwijl, even als in 't oorspronkelijk eerste stadium het *ontstaan*, hier het *recidief* door convexe glazen, die de H neutraliseren, te voorkomen is. De practische aanwijzing, na tenotomie in dergelijke gevallen bij den arbeid convexe glazen te geven, levert het tweede oogpunt, waaruit wij het verschijnsel gewigtig noemden.

Meer en meer lijdt bij strabismus simplex de gezigtsscherpte op 't afgeweken oog. Aanvankelijk rigt, bij 't brengen der hand voor 't fixerende oog, het afgewekene zich behoorlijk op 't voorwerp; zelfs kan, wanneer de hand wordt weggenomen, het oorspronkelijk afgewekene blijven fixeren, om dan evenwel spoedig, doorgaans bij gevorderde beweging of reeds bij 't eerste knippen der oogleden, voor 't andere plaats te maken. Dan is de gezigtsscherpte op 't afgeweken oog wel reeds afgenomen, maar zij blijft toch nog vrij geruimen tijd voldoende, kan zich door oefening herstellen en verbetert na tenotomie meestal onmiddellijk. Na eenigen tijd evenwel rigt, bij afsluiting van 't fixerende oog, het afwijkende zijne gezigtslijn meestal niet langer op het voorwerp: zij schiet aan de binnenzijde voorbij,

zoodat het netvliesbeeld van 't voorwerp ook op de binnenzijde van 't netvlies komt te liggen. Wanneer dit plaats heeft, kan men besluiten, dat, èn in de gezigtslijn èn in 't gemeenschappelijk gezigtsveld voor de beide oogen, de gezigtsscherpte van 't afgeweken oog veel verminderd is, terwijl daarentegen die van 't indirecte zien op 't binnenste gedeelte van het netvlies, voor zoo verre het zijn eigen gezigtsveld heeft en voorwerpen waarneemt, die niet op 't netvlies van 't andere oog worden afgebeeld, onverminderd is blijven bestaan. 't Is weder VON GRAEFE, die dit verlies der physiologische gevoeligheid door psychische uitsluiting 't eerst naauwkeurig onderzocht. Inderdaad, een opmerkelijk verschijnsel! Dat wij door oplettendheid onze zintuigen kunnen scherpen, is een erkend feit. Hoe spoedig, omgekeerd, eene zenuw kan afstompen, van welker indrukken wij psychisch wenschen te abstraheren, daarvan levert het hier genoemde een voor de geheele physiologie gewigtig voorbeeld. Ofschoon daarbij geene organische veranderingen van 't netvlies zijn waar te nemen, is noch door oefening, noch door tenotomie eene verbetering van eenige beteekenis te verkrijgen.

Is reeds vroeger in hypermetropie de oorzaak gezocht van strabisme?

Deze vraag kan ontkennend worden beantwoord. Trouwens, 't ligt bijna in den aard der zaak. Eerst vóór weinige jaren toch werd de hypermetropie begrepen; en de geheel of grootendeels latente vormen waren over 't hoofd gezien, tot ik mij van hun bestaan overtuigde en nu ook al aanstonds hun verband tot strabisme begon in te zien. Maar tot dit inzigt droeg in zekere mate bij wat door mijne voorgangers was gevonden en te boek gesteld. Om van en-

kele geïsoleerde waarnemingen niet te gewagen *), die na 't ontdekken der hypermetropie duidelijk genoeg het aanwezen daarvan bij strabisme in 't licht stellen, moet ik in de eerste plaats wijzen op BÖHMS †) onderzoekingen over 't scheelzien, waarin met duidelijke woorden te lezen is, dat scheelzienden een zeker drukschrift met behulp van *convexe* glazen op *grooteren* afstand kunnen onderscheiden dan met het ongewapende oog. In deze opmerking van BÖHM ligt eene wezenlijke verdienste. Zij zou tot de ontdekking van hypermetropie en bepaaldelijk van hypermetropie bij strabisme hebben kunnen leiden, zoo hij, bij grondige kennis der dioptrica, het waargenomen feit begrepen en juist verklaard had. In plaats echter van te denken aan een' toestand, waarbij het netvlies lag vóór het brandpunt van het oog, neemt BÖHM zijne toevlugt tot eene raadselachtige verbinding van „*physische presbyopie*" met „*vitale myopie.*" En in elk geval was hij er ver van af, hierin de *oorzaak* van het scheelzien te zoeken. Bij 't onderzoek naar het ontstaan en de oorzaken, vervalt hij in dezelfde fout als al zijne voorgangers. Hij spoort ze op, niet voor een' bepaalden vorm van strabisme, voor een waarachtig ziektebeeld, maar voor een verschijnsel: strabisme in 't algemeen. Van geheel uiteenloopende toestanden werden dus de gezamenlijke oorzaken in bonte vereeniging gezocht en nagespoord. Dat langs dien weg de pathogenie van het scheelzien hare raadselen niet onthullen zou, kon men wel voorspellen. Maar er is meer. Waar BÖHM „die Entstehung „des Schielens vom Auge aus (S. 5)" behandelt, en verder „die Aetiologie des Schielens, welches vom Auge aus ent-

*) Vergelijk DE HAAS, *Geschiedkundig onderzoek omtrent de hypermetropie en hare gevolgen.* 1862. Diss. inaug. bls. 61.

†) BÖHM, *Das Schielen*, Berlin, 1845. — Ik kan hier grootendeels DE HAAS l. c. volgen, die, zoo als hij mededeelde, dit gedeelte zijner dissertatie aan mijne lessen ontleende.

„stand" (S. 16) ter sprake brengt, is en blijft voor hem de toestand van het *afwijkende* oog hoofdzaak. Hij spreekt hier van „Kurzsichtigkeit des einen Auges bei normalem „Verhalten des anderen," van „Hebetudo des *einen* Auges" van „Swachsichtigkeit *eines* Auges," en laat altijd het door de anomalie aangedane oog afwijken. In die afwijking ziet hij het streven, om dit oog uit te sluiten, geenszins eene poging, om de scherpte der netvliesbeelden op het niet afwijkende oog te verbeteren. Wat wij boven aannamen als eene der omstandigheden, waaronder het oog zich gemakkelijker aan het binoculair zien onttrekken laat. is voor hem de alles afdoende oorzaak. BÖHM was er dus even ver van verwijderd als ieder ander, den grond van het convergerend scheelzien te bevroeden.

Later was zeker VON GRAEFE *) op het punt, in de hypermetropie de oorzaak te herkennen. Hij handelde echter niet bepaaldelijk over de pathogenie van het scheelzien. Zelfs vraagt hij verschooning, wanneer in 't voorbijgaan eenige opmerkingen daaromtrent aan zijne pen ontvallen. Maar wij waarderen die opmerkingen als zoo vele nuttige wenken, al moesten, doordien 't hem niet inviel, de hypermetropie als element daarbij op te nemen, zijne pogingen grootendeels vruchteloos blijven.

VON GRAEFE stelt als bekend op den voorgrond, dat het blijvende scheelzien zeer dikwijls, ja in den regel door een „intercurrentes oder periodisches Schielen" wordt voorafgegaan. Vervolgens merkt hij op, dat niet alle gevallen van intercurrerend scheelzien in het stabiele concomiterende overgaan. Zoo lang dit niet geschied is, moesten deze gevallen, uit het oogpunt der operatieve hulp, tot bijzondere opmerkingen aanleiding geven. Daarom brengt VON GRAEFE ze ter sprake. Maar klaarblijkelijk heeft hij ook gevoeld,

*) *Archiv f. Ophthalmologie*. B. I, Abth. I, S. 17.

dat de verschijnselen, aan die gevallen eigen, voor het navorschen der pathogenie eene bijzondere beteekenis hadden. Uit het pathogenetisch oogpunt toch vooral beschouwt hij de drie categoriën, door hem onderscheiden:

1°. Lijders, die bij gedachteloozen blik geen in het oog loopend bepaald voorwerp, hetzij nabij, hetzij veraf gelegen, scherp fixeren. VON GRAEFE denkt er aan, dat van het scheelziende oog eene stoornis voor het binoculaire zien zou kunnen uitgaan, en dat daarom dit beeld willekeurig ter zijde wordt gebragt. Dat hierdoor dan blijvend scheelzien zou kunnen geboren worden, ligt voor de hand. Maar daarmede acht hij niet alles verklaard. „Wenn unter bestimmten Verhältnissen des Sehaktes, nämlich beim scharfen Auffassen der Netzhautbilder," zoo lezen wij l. c. p. 281, „eine Ablenkung stattfindet, im Uebrigen aber nicht, „so muss immer noch ein Jedesmal wirksames Mitglied „zwischen dem Sehakt und zwischen den Augenmuskeln „aufgesucht werden." Voorts: „wenn es nicht die Störung „der doppelseitigen Netzhautbilder ist, so bieten sich zu„nächst die Verhältnisse der Accommodation dar". In betrekking tot het eerst gezegde merkt VON GRAEFE echter op, dat op elken afstand, ook achter de bedekkende hand, bij 't fixeren het eene oog afwijkt, en, terwijl hij, in betrekking tot het laatst gezegde, niet begreep, dat hypermetropie zou kunnen ten gronde liggen, weet hij geene andere dan deze eenigzins duistere verklaring te geven: „Eine jede auf die Verarbeitung der Gesichtswahrnehmung „zielende Thätigkeit des Organs wirft den Reiz zur norm„widrigen Contraction auf den kranken Muskel zurück."

2°. Gevallen, bij welke de gezigtsassen tot een' bepaalden afstand (8 duim, 1 voet, 4 voet) juist gerigt zijn, maar op grooteren afstand eene afwijking ontstaat. Deze hebben meestal tot bijziendheid betrekking.

3°. Gevallen, waarvan hij zegt: „die pathologische Con-

„vergens tritt nur bei Accommodation für die Nähe ein.' 't Verschijnsel treedt evenzeer op bij 't bedekken van het scheelziende oog, en moet, bij gevolg, zegt VON GRAEFE, op den accommodatietoestand, „wahrscheinlich auf Zunahme „der Muskelresistenzen bei wachsendem Brechzustand", berusten. „Die Zunahme der Muskelspannungen", zoo gaat hij voort, „weckt den in dem afficirten Muskel schlum-„mernden Impuls zur normwidrigen Contraction." Hij wijst verder op de zonderlinge gevallen, waarin, zoowel bij 't zien in de nabijheid als op grooten afstand, strabismus convergens ontstaat, maar op een' gemiddelden afstand binoculair zien wordt waargenomen. Gedeeltelijk verklaart hij die uit myopie, maar dikwijls ook, zegt hij, bevinden zich „Hyperpresbyopischen" en „Presbyopischen" in deze groep; somtijds scheen myopia in distans te bestaan, enz. enz. Hij formuleert zijne beschouwingen ten slotte op de volgende wijze: „Für alle Distanzen des Gesichtsobjects „existirt, den natürlichen Spannungstendenzen gemäss, ein „geringer Grad von pathologischer Convergenz. Wird ein „höher Brechzustand angenommen, sei es durch Annähe-„rung des Gesichtsobjects, oder durch Vorhalten eines „Concavglases, so entsteht die krankhaft gesteigerte Con-„traction; für mittleren oder niedrigen Accommodationszu-„stand und verhältnissmässig grosse Netzhautbilder wird „im Dienste des Einfachsehens den obwaltenden Muskel-„tendenzen entgegen gearbeitet; für grössere Entfernung, „bei abnehmender Grösse der Netzhautbilder, kann dies „nicht mehr geschehen, es entstehen Doppelbilder, welche „wiederum durch eine krankhafte Muskelcontraction von „einander entfernt werden."

Eindelijk, ALFRED GRAEFE *) legt zich bij een geval van

* ALFRED GRAEFE, *Klinische Analyse der Motolitätsstörungen des Auges*. S. 214, Berlin, 1858.

intermitterend scheelzien, minder juist krampachtig genoemd. de vraag voor, of het „die Verhältnisse der Accommodation" zijn, welke „die Abweichung des rechten Auges „veranlassen". En wanneer hij antwoordt: „Gewiss nicht, „denn es ist zu Eingang dieses Capitels ausdrücklich ge„schildert worden, dass die Ablenkung immer eintritt sobald „ein Gegenstand fixirt wurde, und dass dieselbe von dem „grade herrschenden Zustande der Accommodation mithin „völlig unabhängig ist", zoo blijkt overtuigend, dat hij niet gedacht heeft aan hypermetropie, die ook reeds eene inspanning der accommodatie op afstand vorderde.

Men ziet uit dit alles, dat het in de litteratuur niet geheel aan wenken ontbrak, om, nà de herkenning der ligtere graden van H, het strabisme daarmeê in verband te brengen.

III. STRABISMUS DIVERGENS.

Divergerend strabismus is in den regel gebonden aan myopie. Bij den aanvang mijner statistische onderzoekingen was 't verband tusschen hypermetropie en strabismus convergens mij niet meer twijfelachtig; maar ik was er verre van af te vermoeden, dat tot strabismus divergens myopie in schier even naauwe betrekking staat. Eerst het stelselmatig onderzoek bragt dit aan het licht.

De aard van 't verband, in beide gevallen, is echter niet gelijk. Brengt hypermetropie strabismus convergens voort, zoo geschiedt dit inderdaad krachtens de door de refractie-anomalie geëischte inspanning der accommodatie. Ontstaat strabismus divergens, in verband met myopie, dan is de refractie-anomalie, als zoodanig, wel niet geheel buiten spel, maar hoofdzakelijk toch treedt de anatomische grondslag als oorzaak op: ik bedoel *de uitzetting en den veranderden vorm van den oogbol*; waar myopie, als uitzondering, van verminderden krommingsradius der cornea af-

hangt, is daarvan dan ook geen strabisme te wachten. Arlt *) heeft door anatomisch onderzoek aangetoond, dat M in den regel berust op uitzetting der vliezen van 't achterste segment van den oogbol en verlenging der gezigtsas. Algemeen is dit gewigtig feit thans als waar erkend. In alle afmetingen is bij myopie de bulbus vergroot, doorgaans evenwel het meest in de rigting der gezigtsas. 't Gevolg daarvan is, dat de bulbus tot den vorm eener ellipsoïde nadert, welker lange as de gezigts-as is. Belemmeren de grootere afmetingen in 't algemeen reeds de bewegelijkheid, zoo is het toch vooral de ellipsoïdische vorm, die bij draaijing om de korte assen in eene holte van gelijken vorm, bij de geëischte vormverandering, tot grooten weêrstand aanleiding geeft. Daarenboven verwijderde zich het draaipunt niet slechts van de voor-, maar ook van de achtervlakte van 't oog. Zijne ligging is overigens niet ongunstig. Onderzoekingen, gemeenschappelijk met Dr. DOYER verrigt, bewezen, namelijk, dat het achter 't midden der gezigtsas gelegen is, en wel in die mate, dat het vóór het draaipunt gelegene tot het achter dit punt gelegene deel der gezigtsas staat = 15 : 11. Maar genoegzaam dezelfde verhouding werd ook gevonden bij de langere gezigtsas van myopen: het draaipunt ligt hier dus verder van de achtervlakte; de excursies zijn voor gelijke graden van rotatie dus grooter en de draaijing wordt alzoo noodzakelijk beperkt. Deze beperking zou nog grooter zijn, wanneer niet door onevenredige uitrekking van het buitenste en achterste gedeelte van 't segment de intrede der gezigtszenuw meer naar binnen verplaatst en dus betrekkelijk minder van het draaipunt verwijderd werd. Voorts kan tot beperking bijdragen, de grootere afstand tusschen draaipunt en de insertie-pun-

*) *Die Krankheiten des Auges.* B. III. Prag, 1856. S. 237.

ten der spieren, aan welken afstand de bij eene gegevene spierverkorting verkregene draaijingsboog omgekeerd evenredig is.

Intusschen, afgezien van dit alles, geeft de langere oogbol als zoodanig reeds voldoende rekenschap van de bestaande beperking. Deze betreft zoowel de binnen- als de buitenwaartsche beweging. Bij myopen is ze zoo algemeen, dat, van de 17 oogen 9 te kort schoten, om, bij de bepaling van het draaipunt, onze methode, eischende eene excursie naar binnen en naar buiten van niet meer dan 28°, ongewijzigd toe te passen De beperkte beweging naar buiten heeft vooreerst geen ander gevolg dan dat de zijdelingsche excursies voor 't binoculaire zien op afstand geringer zijn, en dat draaijing van het hoofd spoediger daarin moet voorzien, wat buitendien bij 't dragen van een' bril reeds noodzakelijk is. Maar de insufficiëntie der binnenwaartsche draaijing heeft andere en meer gewigtige gevolgen, die wij achtereenvolgens te beschouwen hebben, om, als laatste gevolg, het absolute divergerend scheelzien te zien optreden.

Insufficiëntie der binnenwaartsche beweging nemen wij aan, wanneer de gezigtslijnen niet op een' afstand van 2."5 tot overkruising kunnen worden gebragt, waarbij zij elkander snijden onder een hoek van ongeveer 51 graden. Bij hooge graden van myopie bestaat deze insufficiëntie schier zonder uitzondering. Hiervoor is eene dubbele oorzaak aan te wijzen. Vooreerst is de bewegelijkheid, zoo als wij zagen, wegens uitzetting en gewijzigden vorm inderdaad verminderd en de insufficiëntie in zoo verre *absoluut* te noemen. Maar, ten anderen, moeten, om de gezigtslijnen op den afstand van 2."5 tot overkruising te brengen, bij de kleinheid van den hoek α, de hoornvliesassen onder nog *sterkere* convergentie worden gebragt dan in emmetropische oogen. Men begrijpt dus, dat, waar ook niet

absoluut, de binnenwaartsche beweging althans relatief moet te kort schieten.

De insufficiëntie, waarvan hier sprake is, leidt nu in sommige gevallen tot vermoeidheid bij 't zien, wanneer de arbeid lang achtereen eene zekere convergentie blijft eischen (*asthenopia muscularis*).

Er zijn mij gevallen voorgekomen, waarin aanvankelijk met beide oogen gezien werd, maar bij vermoeidheid het eene oog afweek en de arbeid nu minder bezwaren had; andere, waarin juist dat afwijken op lastige wijze zich bemerkbaar maakte en tot klagten aanleiding gaf. Dit laatste trof ik aan, waar de graad van M betrekkelijk gering was en daarom behalve de weêrstand van 't oog ook eene zekere zwakheid der spieren (niet slechts insufficiëntie der beweging, maar ware *insufficiëntie der m. recti interni*) moest worden voorondersteld: een toestand, dien ik bij matige graden van M, met de zoo even genoemde verschijnselen, hereditair heb waargenomen. Met dit afwijken bij voortgezette inspanning is reeds *relatief strabismus divergens* gegeven. Op grooteren afstand zijn de gezigtslijnen goed gerigt; bij arbeid in de nabijheid wordt slechts één oog gebruikt.

't Relatief divergerend scheelzien wordt hier voorgesteld als 't gevolg, in zekeren zin als eene verdere ontwikkeling, van de insufficiëntie der binnenwaartsche beweging. Tot op zekere hoogte is dit juist. Trachten wij dit relatieve scheelzien echter te bepalen, dan blijkt, dat het onafscheidelijk is van hooge graden van M, en dat, ware de beweging daarbij ook niet beperkt, het desniettemin zou aanwezig zijn. Relatief divergerend scheelzien, namelijk, is dáár, zoodra de voor scherp zien vereischte nabijheid 't binoculaire zien uitsluit. Ook bij onbeperkte convergentie treedt het dus op, zoodra het verste punt van duidelijk zien tot binnen het convergentie-punt der oogen genaderd is. In dien zin geno-

men, is bijv. bij M $> \frac{1}{18}$ noodzakelijk relatief divergerend scheelzien aanwezig: immers (gevallen van strabismus convergens uitgezonderd) is, wanneer daarbij zonder glazen *binoculair* scherp gezien wordt, het eene oog wel altijd naar buiten afgeweken.

In 't bovenstaande ligt opgesloten, dat relatief divergerend scheelzien kan ontstaan: van de eene zijde bij belangrijke insufficiëntie der m. recti interni, zonder eenige myopie; van de andere zijde, bij hooge graden van myopie, zonder eenige insufficiëntie. Feitelijk nu komt het in zijne gewigtigste vormen voor, wanneer M en insufficiëntie zich in matigen graad combineren. Myopie moet hierbij ons uitgangspunt zijn. Wordt de myopie gemist, dan geeft de insufficiëntie doorgaans slechts asthenopia muscularis en ontwikkelt zich zelden tot strabismus divergens. Is er M aanwezig, dan loopen een aantal oorzaken zamen, om strabismus divergens, alvast relatief, voort te brengen, en juist daardoor asthenopia muscularis te voorkomen *).

De formule is eenvoudig en werd boven reeds in betrekking tot de insufficiëntie gegeven: de myopie eischt meer convergentie der gezigtslijnen, omdat digter bij 't oog gezien wordt, en juist bij M is de convergentie om twee redenen moeijelijker, vooreerst om de belemmerde beweging, en ten tweeden om de veranderde rigting der gezigtslijnen (den kleineren hoek α). Dat relatief divergerend strabisme bij voorkeur bij M ontstaat, is hiermeê verklaard. Daarbij komt nog, dat de behoefte aan 't binoculair zien en de weêrzin tegen dubbelbeelden hier geen belangrijk tegenwigt

---

*) Zoo lezen wij ook bij VON GRAEFE (*Archiv f. Ophth.* B. VIII, S 343): „Es ist schon oben erwähnt worden, dass Myopie zwar ein er„hebliches, aber nicht absolut überwiegendes Contingent (bij musculaire „asthenopie) liefert. Letzteres würde wohl der Fall sein, *wenn nicht die „hochgradig Myopischen durch die Periode der Asthenopie, weit rasche „in Strabismus divergens übergingen*, als die Hyper- und Emmetropen"

leveren. 't Is meestal een klein voorwerp wat de myoop scherp zien wil: hij nadert dit tot het oog, dat hij wenscht te gebruiken, en 't andere is inmiddels op verwijderde voorwerpen gerigt, die, wegens de myopie, zeer diffuse en dus weinig storende beelden geven. Wordt nu eens met afwijking gezien, dan kan er weinig drang bestaan, om zich de inspanning tot convergentie te laten welgevallen, — te minder, wijl ook daarmeê de afstand R (die van 't verste punt van duidelijk zien) kleiner wordt en 't voorwerp dus nog digter bij 't oog moet gehouden worden. Juist wanneer de convergentie moeijelijkheid begint te ondervinden, wordt de geassociëerde inspanning der accommodatie bijzonder groot.

Bij progressive myopie is men vaak getuige, hoe 't binoculaire zien zich tegenover het relatief divergerend strabisme tracht te handhaven. Voor de vermoeijenis, stijgende door de inspanning, moet het echter doorgaans spoedig zwichten. 't Lezen bijv. begint binoculair; maar na eenigen tijd wijkt het ééne oog af, onwillekeurig en onbewust, zoodat men de klagt verneemt, dat de eene bladzijde over de andere heenschuift. Men kan nu talrijke overgangen constateren. Nadert men een voorwerp meer en meer tot de oogen, dan neemt de convergentie toe tot nabij haar maximum. Blijft het voorwerp hier, dan wijkt het eene oog des te spoediger af, hoe meer het tot het maximum van convergentie was genaderd. Onmiddellijk wijkt het af, wanneer men 't voorwerp tot binnen het maximum van convergentie brengt. Eveneens geschiedt dit terstond, wanneer bij sterke convergentie 't eene oog met de hand bedekt wordt. Wordt de bedekkende hand nu weggenomen, zoo blijft desniettemin de afwijking voortbestaan. Ook wanneer het voorwerp tot het oog genaderd werd, terwijl vóór 't andere, overigens geopende, oog de hand gehouden wordt, wordt de conver-

gentie zelden voldoende: 't streven om 't op grooteren afstand begonnen binoculaire zien vast te houden, was de voorwaarde, waaronder de convergentie tot stand kwam. Bij volkomen gevestigd relatief divergerend scheelzien blijft ze ook dan uit. Als overgang merkt men nog op, dat ze bij vermoeidheid uitblijft, na genoten rust zich vertoont.

Op de grenzen tusschen afwisselend en gevestigd relatief divergerend scheelzien ligt nog een praktisch belangrijke toestand, waarop ik vroeger reeds opmerkzaam maakte *). De toestand is deze. Er is nog neiging tot convergentie, men ziet dit bij 't naderen van een voorwerp; maar reeds vóór de afstand van duidelijk zien bereikt is, of althans spoedig daarna, wijkt het eene oog af. Geeft men hierbij een' concaven bril, die het binoculair verste punt op 8", 10" of 12" brengt, dan wordt weder met beide oogen gezien Dikwijls evenwel hoort men nu klagten over ontstaande vermoeidheid, en het onderzoek leert, dat niet de inspanning der accommodatie, maar de geëischte convergentie, hoe gering ook, daarvan de oorzaak is. Bij gevolg is asthenopia muscularis in 't spel, waarbij nu, om 't binoculaire zien mogelijk te maken, combinatie van 't concave met een prismatisch glas vereischt wordt. Bij deze gevallen wordt het vooral duidelijk, dat de oorzaak van 't relatief divergerend strabisme alléén te zoeken is in de belemmerde beweging naar binnen, terwijl het streven naar zamenwerking der beide netvliezen tot het binoculaire zien ongestoord kan voortbestaan. Eerst bij 't absolute divergerend strabisme wordt dit, zoo als blijken zal, niet zelden opgeheven.

Boven hebben wij gezien, hoe bij progressive M 't binoculaire zien in de nabijheid doorgaans te vergeefs zich tracht te handhaven. Daarop bestaan evenwel uitzonderin-

*) *Archiv f. Ophth.* B. VII. Abth. 1. S. 83.

gen. „Eine kräftige Zusammenwirkung der Recti interni" behoort, naar VON GRAEFE *), tot eene „relativ normale „Kurzsichtigkeit." Hij gaat zelfs zoo ver, te beweren, dat het als een *pathologische toestand* te beschouwen zij, „wenn die Steigerung in dem Spannungsvermögen der in- „neren Augenmuskeln nicht in harmonischer Entwickelung „mit der Zunahme des Brechzustandes (der myopie) bleibt." Zelfs bij hooge graden van M, hetzij wegens gunstige vormverandering van den oogbol, hetzij wegens een oorspronkelijk of verkregen overwigt der inwendige regte spieren, kunnen soms de gezigtslijnen bij 't zien in de nabijheid juist gerigt zijn, en zonder inspanning in die rigting gehouden worden. Dit geschiedt dan doorgaans ten koste der bewegelijkheid naar buiten. Beperking van deze blijft hierbij nimmer uit, en zij kan nu dien graad bereiken, dat de gezigtslijnen bij 't zien op afstand niet tot parallelismus kunnen worden gebragt: er is nu relatief convergerend strabismus aanwezig. De gevallen, blz. 132 genoemd, hebben den hier geschetsten oorsprong. Meermalen schiet bij toenemende M in deze gevallen toch ook de convergentie te kort, en nu is de zonderlinge combinatie dáár van relatief divergerend strabisme, bij 't zien in de nabijheid, met relatief convergerend, bij 't zien op afstand, terwijl op gemiddelden afstand eene zekere speelruimte voor 't binoculaire zien is overgebleven. 't Herinnert ons de combinatie van myopie met hypermetropie. — Intusschen, gelijk ik opmerkte, behoort dit alles tot de uitzondering. De regel is, dat de gemakkelijkheid der convergentie geen' gelijken tred houdt met de ontwikkeling der myopie, en dat al spoedig de neiging tot relatief divergerend strabisme bemerkbaar wordt. Ik overtuigde mij door onderzoek, dat, uit-

* *Archiv*, B. III. Abth. 1. S. 309.

gaande van de gezigtslijnen, bij M doorgaans al spoedig de bewegelijkheid naar binnen eenigzins is beperkt *), terwijl die naar buiten geen belemmering ondervindt, hoegenaamd, ja, dat, onder den invloed van een prisma, de gezigtslijnen doorgaans onder meerdere divergentie kunnen worden gebragt dan bij niet-myopen. Voor gemakkelijker convergentie van myopen scheen wel te pleiten, dat, zoo als mijne bepalingen der relatieve accommodatiebreedte leerden, zekere graden van convergentie mogelijk zijn, zonder geëvenredigde inspanning der accommodatie. Hierin ligt echter volstrekt geen bewijs. Wij leeren daaruit alléén, dat, door oefening, de associatie der accommodatieve inspanning zich tot op zekere hoogte van inspanning tot convergentie kan los maken, om eerst bij sterkere op te treden.

Het *absoluut divergerend strabisme* kenmerkt zich door divergentie der gezigtslijnen bij 't zien op afstand. Bij 't zien in de nabijheid blijft soms de divergentie onveranderd; soms neemt ze af, of maakt zelfs plaats voor eene, hoezeer ontoereikende, convergentie. 't Binoculaire zien is in elk geval daarbij uitgesloten. Enkele malen intusschen nam ik waar, dat bij 't zien op grooten afstand divergentie bestond, maar dat deze bij 't zien op den afstand van eenige voeten en duimen voor *toereikende* convergentie plaats maakte, die dan evenwel niet vol te houden was. 't Feit is opmerkelijk. 't Moge zijne verklaring dáárin vinden, dat 't binoculaire zien voor de beoordeeling van nabijgelegene voorwerpen veel meer beteekenis heeft dan voor die van de verwijderde. — Aanvankelijk bestaat het divergerend strabisme doorgaans in

*) Over dit onderwerp worden nog nadere onderzoekingen gedaan: de bewegelijkheid der oogen, het maximum van convergentie, de verhouding tot prismatische glazen enz. worden, in verband tot hoornvliesas en tot gezigtslijn, met bepaling tevens van de ligging van het draaipunt, onderzocht in oogen van verschillende refractie.

geringen graad, en neemt slechts langzamerhand toe. Soms blijft het 't geheele leven door slechts in geringe mate bestaan. 't Is mij wel voorgekomen, dat juist de hoogste graden van divergerend strabismus niet zelden een' anderen oorsprong hebben dan eenvoudige myopie. Veelal is men gewoon, alleen aan 't absolute den naam van scheelzien toe te kennen. In dien zin is het minder frequent dan strabismus convergens. Zijn nu desniettemin een zeker aantal gevallen, ongeveer-gelijk aan dat bij strabismus convergens, uit primaire stoornis der spieren (paralyse, ontsteking, kramp, gecompliceerde aangeboren anomaliën enz.) te verklaren (een blind oog wijkt ook dikwijls naar buiten af), zoo kan myopie, als aetiologisch moment, hier niet in die mate op den voorgrond treden als hypermetropie in betrekking tot strabismus convergens; nogtans ook in ongeveer twee derde der gevallen van *absoluut* divergerend strabisme werd myopie gevonden. Neemt men daarentegen ook 't *relatief* divergerend strabisme bij de berekening op, dan is de divergerende vorm even frequent, zoo niet frequenter, dan de convergerende, en nu ook treden de buitengewone, oorspronkelijk van de spieren of van blindheid op 't eene oog uitgaande oorzaken op den achtergrond: in minstens 90 pCt. der gevallen van *relatief* divergerend strabisme vindt men M. — Meermalen werd opgemerkt, dat, terwijl strabismus convergens doorgaans in den kinderlijken leeftijd ontstaat, men veelal eerst later strabismus divergens zich ziet ontwikkelen. De opmerking is juist. Het feit hangt zamen met de oorzaak van 't ontstaan: de *progressieve myopie*.

Wordt nu in den regel 't absoluut divergerend strabisme uit het relatieve geboren, 't is er verre van af — in de genoemde verhoudingen reeds ligt het opgesloten — dat het relatieve altijd door het absolute zou worden gevolgd. Veeleer

schijnt dit de uitzondering. Wij ontmoeten hier eene gelijke betrekking tot de oorzaak als bij 't convergerend strabisme. Zoo als van dezen vorm de meeste hypermetropen verschoond blijven, vindt men zeker vele myopen met relatief divergerend strabisme, zonder dat de absolute vorm zich daaruit ontwikkelt. Ook hier rijst dus de vraag: welke bijkomende omstandigheid doet hier het ware, absoluut divergerend strabisme optreden?

Misschien zullen wij die vraag kunnen omkeeren, wanneer wij eerst overwegen, waarom, in 't algemeen, de relatieve afwijking tot de absolute voorbeschikt. De uitkomst dier overweging laat zich aldus formuleren:

Relatief divergerend strabisme geeft ongelijke beelden op de beide gele vlekken, alvast bij 't zien in de nabijheid. De behoefte aan gelijkheid van indrukken, 't streven naar enkelvoudig binoculair zien moet, in 't algemeen, hierdoor verzwakt worden. Een begin van afwijking, ontstaan bij gevorderde convergentie, bereikt onmiddellijk een' vrij hoogen graad, door eenvoudig aan den drang der spieren toe te geven, — deels ook welligt, hoezeer onbewust, om de dubbelbeelden meer te doen uiteenwijken, of wel, om de bij moeijelijke convergentie geassocieërde inspanning der accommodatie buiten te sluiten en 't verste punt van duidelijk zien dus van 't oog te verwijderen. In 't algemeen, wanneer, bijv. bij blindheid van 't eene oog, de inwendige regte spieren niet langer ten behoeve van 't binoculaire zien in de nabijheid tot inspanning worden genoopt, schieten ze door verminderde energie weldra te kort en strabismus divergens is daarvan 't gewone gevolg. 't Relatief divergerend scheelzien nu leidt tot gelijke werkeloosheid, evenzeer gevolgd door verminderde energie. Aldus vallen twee gewigtige factoren zamen: geringe weêrzin tegen dubbelbeelden en verminderde kracht der inwendige spieren. 't Kan dus niet bevreemden,

dat, ook bij 't zien op afstand, de werking van deze weldra te kort schiet. En te eer nog moet dit bij myopen voorkomen, omdat de hoek α bijzonder klein is, en dus 't zien op afstand eene geringere divergentie der hoornvliesassen eischt dan bij emmetropen. Is nu de werking der inwendige spieren eenmaal verzwakt, dan zal de poging, om de neiging tot divergentie te overwinnen, het verste punt van duidelijk zien al ligtelijk tot het oog doen naderen, de netvliesbeelden van verwijderde voorwerpen dus nog diffuser maken, en instinctmatig zal die poging daarom uitblijven of worden opgeheven.

Hiermede is ongetwijfeld 't ontstaan van absoluut divergerend strabisme voldoende toegelicht. Bedrieg ik mij niet, dan moeten wij nu ook, zoo als ik voorzag, de bovengestelde vraag omkeeren. Wij vragen niet meer: welke bijkomende omstandigheid doet, bij 't bestaan van 't relatieve, het absolute divergerend scheelzien optreden? Veeleer vragen wij: Waarin ligt de oorzaak, dat niet elk relatief divergerend strabisme door 't absolute gevolgd wordt?

Vooreerst merk ik op, dat ook absoluut divergerend strabisme, zoo als meer en meer mij blijkt, bij hooge graden van myopie zeer algemeen is, veel algemeener dan men zich voorstelt. Geringe graden gaan onopgemerkt voorbij, omdat, al divergeren de gezigtslijnen, de hoornvliesassen geene bijzondere divergentie vertoonen, dikwijls zeker minder nog dan bij niet scheelziende hypermetropen: eerst bij 't bedekken van 't goed gerigte oog, komt het aan den dag, dat de gezigtslijn van 't andere te veel naar buiten was gerigt. Ik herhaal echter de vraag: Waarin ligt de oorzaak, dat niet *elk* relatief divergerend strabisme door 't absolute gevolgd wordt?

De oorzaak hiervan ligt voor een deel in 't vasthouden aan 't binoculaire zien. Al is, ten gevolge van 't relatief

divergerend scheelzien, de drang tot gelijke indrukken op de beide gele vlekken en verdere corresponderende punten verzwakt geworden, hij is niet opgeheven. Die drang alléén weêrhoudt soms de afwijking. Bij velen draait werkelijk achter de bedekkende hand het eene oog naar buiten, om bij. 't ontblooten weder eene juiste rigting aan te nemen. En waar die afwijking uitblijft is het voorhouden van een zwak prismatisch glas, met den brekenden kant naar den neus, voldoende, om ons van 't streven naar binoculair zien te overtuigen: onmiddellijk ziet men eene de werking van 't prisma corrigerende convergentie zich instellen. Slechts bij de hoogste graden van myopie, terwijl ook geen sterk geteekend voorwerp een vergelijkbaar beeld vormt, blijft bij deze proef de convergentie uit. 't Blijkt dus ook, dat scherp zien geene volstrekte voorwaarde is, om, zoo mogelijk, aan 't enkel zien te doen vasthouden.

Voor een ander deel zoeken wij de oorzaak van 't uitblijven van absoluut strabisme in beperkte bewegelijkheid der oogen. Niet slechts naar binnen, maar soms ook naar buiten is de draaijing van den grooten ellipsoïdischen oogbol der myopen belemmerd. Die belemmering kan zoo ver gaan, dat, zoo als wij boven opmerkten, relatief convergerend scheelzien, bij 't zien op afstand, zich met relatief divergerend, bij 't zien in de nabijheid, kan verbinden. Maar bereikt ze ook dien graad niet, ze belet toch alligt eene bovenmatige afwijking naar buiten, vooral wanneer zij de behoefte van 't binoculaire zien als bondgenoot heeft.

Zoo staan dan weêr, even als bij 't convergerend strabisme, verschillende drijvende en weêrhoudende krachten tegenover elkander, en 't is inderdaad moeijelijk te zeggen, onder welke voorwaarden de eersten 't overwigt verkrijgen. De ervaring leerde ze ons althans niet onmiddellijk kennen.

Ongetwijfeld komen echter in aanmerking: *a.* omstandig-

heden, die de beweging naar buiten bevorderen; *b.* zoodanige, die aan 't binoculaire zien zijne waarde ontnemen. Tot de eerste brengen wij eén oorspronkelijk overwigt der uitwendige regte spieren, meer dan gewone verplaatsing der gezigtslijnen, ten gevolge der myopie (buitengewoon kleine of zelfs negatieve waarde van den hoek α), verder, voor buitenwaartsche beweging gunstigen vorm en oppervlakkige ligging van den oogbol. Tot de laatste kunnen worden gerekend: verminderde gezigtsscherpte op 't ééne oog en vooral — een verschil van refractie der beide oogen. Dit laatste treedt als invloedrijke factor op. Is het verschil van refractie groot, het eene oog sterk myopisch, het andere naauwelijks of zelfs emmetropisch, dan is het missschien regel, dat bij 't zien op afstand het myopische oog naar buiten is afgeweken. Deze gevallen leveren een' eigenaardigen vorm van strabismus divergens, die allezins verdient grondig onderzocht en afzonderlijk beschreven te worden. Soms, vooral in den beginne, is het scheelzien daarbij inconstant en vertoont zich alléén óf bij vermoeijenis óf onder sekere gemoedstoestanden; in andere gevallen kan het, wanneer ook sterk ontwikkeld, door den wil worden overwonnen, bepaaldelijk in de nabijheid, voor een korte poos, evenwel niet zonder spoedig volgende vermoeidheid en tevens zonder wezenlijk voordeel voor 't zien. Niet zelden ook wordt het eene oog bij 't zien op afstand, het andere in de nabijheid gebruikt. Doorgaans projiciëert en oordeelt elk oog juist, terwijl het zelfstandig ziet en niettegenstaande verklaard wordt, dat hetzelfde voorwerp, met het ééne oog gezien, grooter, met het andere kleiner zich vertoont. Meer merkwaardigs valt hierover nog te zeggen en vooral te onderzoeken. Wat de pathogenie aangaat, die ons eigenlijk alléén hier behoort bezig te houden, — 't is gemakkelijk in te zien, dat, vooreerst, 't binoculaire zien in

deze gevallen niet veel waarde heeft; dat, tweedens, bepaaldelijk bij 't zien op afstand, de dubbelbeelden van gewone voorwerpen naauwelijks bemerkt worden en men dus gemakkelijk van den indruk van 't sterk myopische oog abstraheert; dat, derdens, de beperkte bewegelijkheid hier slechts het ééne oog betreft en eene relatieve afwijking naar buiten dus minder bezwaar moet vinden, en, eindelijk, dat, zoodra eenige inspanning der musculi recti interni gevorderd wordt, om divergentie der gezigtslijnen te voorkomen, die daarom zal moeten uitblijven, dewijl het op afstand vrij scherp ziende zwak myopisch of emmetropisch oog, ten gevolge der zich associërende inspanning der accommodatie, onmiddellijk minder goed waarneemt.

't Is bekend, dat het eerst BUFFON *). in een verschil tusschen de beide oogen de voornaamste oorzaak zocht van scheelzien. Dat verschil noemt hij vrij onbepaald „une inégalité de force dans les yeux". Blijkbaar heeft hij, bij de gegevene verklaring, een verschil in refractie op het oog; maar bij zijn onderzoek van scheelzienden verwart hij dit telkens met een verschil in gezigtsscherpte. Hij tracht vooral aan te toonen, dat ongelijke indrukken derzelfde voorwerpen op corresponderende deelen van het netvlies storender zijn dan die van geheel andere voorwerpen, en onder zekere omstandigheden moge hij hierin regt hebben. Instinctmatig zou daarom 't ééne oog afwijken. Vooral, ik zou bijna zeggen, uitsluitend, heeft BUFFON daarbij aan strabismus convergens gedacht; maar aan 't slot zijner verhandeling spreekt hij toch ook van enkele gevallen, waarbij

*) *Sur la cause du strabisme ou des yeux louches*, in *Mémoires de l'Académie* 1743, — te vinden ook in BUFFON, *Histoire* etc. Supplém. IV p. 416. Paris, 1777.

het eene oog bij 't zien op afstand, het andere bij 't zien in de nabijheid wordt gebruikt, terwijl het niet gebruikte oog inmiddels hetzij naar binnen, hetzij *naar buiten* afwijkt. Overigens meent BUFFON, dat, voor zoo ver 't accommodatie-gebied voor beide oogen zamenvalt, ook wanneer de grenzen van dat gebied verschillen, beide oogen van 'tzelfde voorwerp scherpe beelden kunnen ontvangen, dat alzoo de inspanning der accommodatie op elk oog, onafhankelijk van 't ander, zich naar den afstand van 't voorwerp zou kunnen regelen. Op deze dwaling berust een groot deel van zijn betoog.

JOH. MUELLER *), het feit aannemende, is met BUFFONS verklaring niet te vreden. Hij geeft ons eene andere, merkwaardig vooral, omdat een gestoord verband tusschen convergentie en accommodatie daarbij wordt te baat genomen. Wij missen bij MUELLER de onderscheiding tusschen presbyopie en hypermetropie; ook vraagt hij niet, of er strabismus convergens, dan wel divergens te verklaren zij, en een helder inzigt in den grond van het ontstaan kon dus niet verkregen worden. Maar wij vinden er de proef vermeld, waarbij, door 't houden van een concaaf glas voor één der oogen, strabismus convergens wordt opgewekt, zoodra dit oog tot scherp zien wordt gebruikt, — eene proef, die de exceptionele gevallen van strabismus convergens verklaart, waarin het juist gerigte oog hypermetropisch, het afwijkende minder hypermetropisch of zelfs emmetropisch, maar oorspronkelijk amblyopisch is. Had JOH. MUELLER vóór beide oogen een negatief glas gehouden, 't zou hem niet ontgaan zijn, dat ook daarbij ligtelijk eene afwijking naar binnen wordt geboren, en welligt zou zijn heldere blik op eens het wezen der hypermetropie en haar verband tot strabismus hebben doorzien.

---

* *Vergl. Physiologie.* etc. S. 228.

Aan verschil tusschen de beide oogen, hetzij in gezigtsscherpte, hetzij in refractie, is overigens in betrekking tot het ontstaan van strabismus door sommigen *) te veel, door anderen †) te weinig waarde gehecht. Ik meen te hebben aangetoond, dat als onmiddellijke oorzaak van strabismus genoemd verschil niet optreedt; maar dat het wel de oorzaak worden kan, waarom, bij zekere determinerende voorwaarden, in 't niet afwijkend oog te zoeken, strabismus tot stand komt.

Ook 't verband tusschen myopie der beide oogen en strabismus divergens is vroeger niet geheel over 't hoofd gezien. JOH. MUELLER §) beschrijft zelfs een *strabismus myopum.* „Es ist bekannt", zoo vangt hij de verklaring aan der ontwikkelingswijze, „dass die Kurzsichtigen die nächsten „Gegenstände nur mit einem Auge betrachten, während „das andere, auch kurzsichtige Auge mit seiner Sehachse „ganz abgelenkt und in die Ferne gerichtet, undeutlich „oder gar nicht sieht". Dit is de toestand, dien wij *relatief divergerend strabisme* noemden. Hij wordt reeds door BUFFON beschreven, als voorkomende op zijn eigen oogen. Bij zich zelven roept hij 't verschil der beelden op de beide oogen mede ter verklaring in; maar in 't algemeen vindt hij in de buitengewone convergentie, bij myopen vereischt, de oorzaak, „que la vue est fatiguée et moins distincte „qu'en regardant d'un seul oeil". MUELLER stelt dezelfde oorzaak bovenaan, maar wijst nog daarenboven op de door de convergentie toenemende refractie. Intusschen, om te verklaren, dat de gezigtsas later ook blijvend meer of minder van de normale rigting afwijkt, denkt hij alléén aan de

*) Verg. BÖHM, *Das Schielen.* l. c.; ARTL, *Die Krankheiten des Auges* B. III. S. 306 u. f. Prag, 1856.

†) Verg. RUETE, *Lehrb. der Ophthalmologie.* B. II. S. 524.

§) l. c. p. 237.

uit de afwijking volgende verwaarloozing van 't eene oog, en wij lezen dan ook niet, dat die afwijking bepaaldelijk *naar buiten* zou plaats hebben. — Ook RUETE *) spreekt over 't verband tusschen myopie en strabisme. Wij zagen, dat, terwijl in 't algemeen aan hooge graden van progressieve myopie relatief divergerend strabisme met neiging tot absoluut verbonden is, als uitzondering de convergentie bij 't zien in de nabijheid zich handhaaft, ten koste evenwel van parallelisme bij 't zien op afstand. Die uitzondering nu, waarbij strabismus convergens — relatief, indien men wil — zich met progressieve myopie verbindt, werd door RUETE herkend, niet de regel. Zelfs van 't bestaan van *relatief* divergerend strabisme kon hij zich niet overtuigen, ongetwijfeld, dewijl hij het zocht bij te geringe graden van myopie, waar 't doorgaans ontbreekt.

In 't algemeen is men weinig bevredigd, wanneer men de rijke litteratuur over strabisme, met het oog op de oorzaken, raadpleegt. Vooral strabismus divergens werd zeer stiefmoederlijk behandeld. Eene onderscheiding der oorzaken naar de verschillende vormen is niet te vinden, en waar in 't algemeen van de oorzaken van strabisme sprake is, was men blijkbaar met de gedachte aan strabismus convergens vervuld. Ik heb dan ook alleen nog te wijzen op de schriften van VON GRAEFE, betrekkelijk het insufficiënt zijn der inwendige regte spieren, in welks talrijke modificatiën de trapswijze overgang tot strabismus divergens te zoeken is, en ook zeker wel door VON GRAEFE gezocht werd. „Man kann überhaupt", zoo lezen wij in zijne laatste verhandeling †), „die Insufficienz als ein nach den Objectabständen variirendes dynamisches *auswärts Schielen* definiren,

---

* l. c. B. I. S. 226

† *Archiv f. Ophth.* B. VIII. Abth. 2.

„welches durch den drang nach Einfachsehen *zur Zeit* über-„wunden wird." Bedenken wij, dat, ook naar VON GRAEFE, bij myopie die drang moet zwichten, dan is het, alsof wij, onder zekere voorwaarden, de ontwikkeling van absoluut divergerend strabisme reeds voor ons zien.

Zoo is het! De tegenstelling is inderdaad treffend:

Hypermetropie veroorzaakt accommodatieve asthenopie, op actieve wijze door strabismus convergens te overwinnen.

Myopie leidt tot musculaire asthenopie, op passieve wijze wijkende voor strabismus divergens.

INHOUD

VAN

DEEL XV. — STUK 1.

bladz.

Over eene merkwaardige soort van tweevleugelig Insect, *Antidoxion Fulvicorne*. Door S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN .... 1.

Beschrijving van eenige nieuwe soorten van Diptera. Door S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN. *(Met eene Plaat.)* .... 8.

Treizième Memoire sur la faune ichthyologique de l'île d'Amboine. Par M.- P. BLEEKER .... 19.

Glyphidodon Westermani, une nouvelle espèce de Java. Par M.- P. BLEEKER .... 30.

Sur les genres de la Famille des Cobitioïdes. Par M.- P. BLEEKER . 32.

Gewone vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 25 October 1862 .... 45.

Nota over de middelbare hoogte der zee met betrekking tot het Amsterdamsche peil, gewoonlijk aangewezen door de letters A. P. Door F. J. STAMKART .... 59.

Description de trois espèces nouvelles de Siluroïdes de l'Inde Archipélagique. Par M.- P. BLEEKER .... 70.

Over het bepalen der krachten door de belasting der Traliebruggen in de deelen van de liggers ontwikkeld. Door I. P. DELPRAT *(Met eene Plaat.)* .... 77.

Vierde vervolg op het Verslag over de Verzakking te Nijmegen. 1862. Door I. P. DELPRAT en F. W. CONRAD .... 103.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 29 November 1862 .... 111.

Refractie-anomaliën, oorzaken van Strabismus. Door F. C. DONDERS. 121.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken .... blz. XVII—LXXII.

Voortzetting der Uittreksels uit de in Russische taal geschrevene Wetenschappelijke Verhandelingen, uitgegeven door de Keizerlijke Universiteit te Kazan, door A. SASSE, *Medicinae Doctor te Zaandam*. blz. 51.

Anatomisch-physiologisch onderzoek der Milt .... » 53.



GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Vijftiende Deel. — Tweede Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1863.

DE VOLLEDIGE

BEPALING VAN PERSOONLIJKE FOUTEN

BIJ

STERREKUNDIGE WAARNEMINGEN.

DOOR

F. KAISER.

Aan het slot mijner verhandeling over *eene nieuwe toepassing van het beginsel der noniën op den tijd, voor het waarnemen van plotselijke verschijnselen,* die opgenomen is in het *Tijdschrift voor de Wis- en Natuurkundige Wetenschappen,* uitgegeven door de Eerste Klasse van het Koninklijk Nederlandsch Instituut, Deel V, blz. 9 en vervolgens, heb ik in weinige woorden vermeld, dat het hulpmiddel door mij, voor het naauwkeurig waarnemen van plotselijke verschijnselen, uitgedacht, ook dienen kan voor de bepaling van het volstrekt bedrag der persoonlijke fout eens waarnemers. Gedurende een' zeer geruimen tijd heeft dit denkbeeld gesluimerd met menig ander, dat in mijne gedachten was opgerezen, en eerst jaren later heb ik het verwezenlijkt door de vervaardiging van eenen toestel, waarmede zich inderdaad de persoonlijke fout eens waarnemers, in haar volstrekt bedrag, bepalen liet. Die toestel is, sedert eenige jaren, nu en dan voor dat doel aangewend en hij heeft alzoo herhaaldelijk gediend voor de oplossing van een

vraagstuk, dat steeds onoplosbaar was toegeschenen. In de meening dat die toestel de sterrekunde van belangrijke bezwaren zoude kunnen ontheffen, heb ik zijne beschrijving gekozen voor de wetenschappelijke bijdrage, die de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, naar hare instellingen, nu van mij moest begeeren.

Het is eene zeer treurige ervaring, dat, bij alle soorten van sterrekundige waarnemingen, de persoonlijke hoedanigheden des waarnemers fouten doen insluipen, wier bestaan door de uitkomsten wordt verraden, maar waarvan hij wijders geen bewustzijn heeft. Ik heb, niet zonder goede gevolgen, de belangrijkste dier fouten bestreden, maar ik zal mij in deze bijdrage allèenlijk bezig houden met de meer algemeen bekende persoonlijke fout, die ook de meest geoefende waarnemer begaat, als hij het juiste oogenblik bepalen moet, waarop het een of ander plotselijk verschijnsel heeft plaats gegrepen. Om ook buiten den engen kring der sterrekundigen te kunnen worden verstaan, zal ik mij eene korte beschrijving van die persoonlijke fout moeten veroorloven.

Tot de meest gewigtige sterrekundige waarnemingen behoort de juiste bepaling van het oogenblik, waarop eene ster spinragjes voorbij gaat, die in het gezigtsveld van eenen kijker zijn gespannen. BRADLEY, die, nu ruim eene eeuw geleden, in de door hem bereikte naauwkeurigheid, de grondslagen der tegenwoordige sterrekunde legde, heeft voor die soort van waarnemingen eene handelwijze ingevoerd, die nog heden ten dage overal wordt gevolgd, waar men geenen zoogenaamden galvanischen registreertoestel te zijner beschikking heeft. Men gebruikt daarbij gewoonlijk een sterrekundig slingeruurwerk, dat geheele secunden tikt en in de nabijheid van het werktuig, waartoe de kijker behoort, is opgehangen. Weinige secunden vóór het verschijnsel vat men het eerstvolgend oogenblik, waarop, door den

secundenwijzer van het uurwerk, een vol vijftal secunden wordt aangewezen. De secunden van het uurwerk doortellende, begeeft men zich naar den kijker, en let verder met groote aandacht op de plaatsen, die de ster, met betrekking tot den draad, bij elken tik van het uurwerk inneemt. De ster zal of volkomen bij eenen tik van het uurwerk of tusschen twee zijner tikken in, den draad voorbijgaan. In het eerste geval zal het verschijnsel juist bij eene volle secunde van het uurwerk hebben plaats gegrepen en het ligtst naauwkeurig te bepalen zijn. In het andere geval kwam het verschijnsel niet met eene volle secunde van het uurwerk overeen en moet men bij schatting bepalen, een hoe groot gedeelte eener secunde het verschijnsel later dan de laatst voorafgaande volle secunde van het uurwerk heeft plaats gehad. Men *ziet* welken stand de ster met betrekking tot den draad innam op het oogenblik toen men de secunde *hoorde*, die den doorgang der ster het naast voorafging. Evenzoo ziet men den stand der ster met betrekking tot den draad op het oogenblik der secunde, die het eerst op den doorgang volgt. Men ziet alzoo welke ruimte de ster in het gezigtsveld des kijkers, tusschen de twee genoemde oogenblikken, heeft doorloopen en tevens hoe die ruimte door den draad wordt verdeeld. Naar aanleiding daarvan bepaalt men, bij schatting, het aantal tiende deelen eener secunde, dat de ster behoefde om, na de laatst voorafgaande volle secunde, den draad te bereiken. Die secunde wordt, met de geschatte tiende deelen, onmiddellijk opgeteekend, als de juiste uitdrukking van het oogenblik, waarop het verschijnsel heeft plaats gehad.

Bij andere verschijnselen, wier juiste tijd moet worden waargenomen, zoo als het verdwijnen en verschijnen van sterren, die door de maan worden bedekt, en zigt- of hoorbare kunstmatige seinen, kan men zich het tijdvak van eene secunde en de wijze waarop het door het verschijnsel

wordt verdeeld, niet door eene zigtbare ruimte vertegenwoordigen. Ten gevolge daarvan is de waarneming van die verschijnselen altijd veel minder naauwkeurig dan die der doorgangen van sterren, voorbij draden in het gezigtsveld eens kijkers gespannen. De beste wijze om die verschijnselen waar te nemen, is mij steeds de volgende toegeschenen. Men draagt zorg dat men het oogenblik van het verschijnsel vooraf althans op eene minuut na kenne en beginne, zooveel tijds vooruit, de secunden te tellen, die door het uurwerk worden aangewezen. Al tellende geeft men acht op het verschijnsel en de wijze, waarop het de tijdruimte verdeelt, van de twee onmiddellijk op elkander volgende secunden, tusschen welke het invalt. Men eindigt dan het tellen en teekent de secunde op, die het verschijnsel het naast voorafging, met de tiende deelen eener secunde, die nog tusschen haar en het oogenblik van het verschijnsel schenen te verloopen. Het is uiterst moeijelijk te beoordeelen hoe de tijdruimte tusschen twee alleenlijk *hoorbare* teekens, door een alleenlijk *zigtbaar* teeken wordt verdeeld, en het blijkt dat de naauwkeurigheid, die daarbij zelfs door den meest geoefenden waarnemer wordt bereikt, nog veel te wenschen overlaat.

Bij de waarneming van doorgangen van sterren vermeent men ten stelligste, bij het hooren van een' bepaalden tik des uurwerks, de ster op een' bepaalden afstand van den draad te zien, en toch is het gebleken dat elke waarnemer zich in die meening vergist. Geen waarnemer schijnt op hetzelfde oogenblik te kunnen zien en hooren, en elke waarnemer schijnt, hoezeer hij zich zelven daarvan niet bewust is, eenigen tijd te behoeven om van hooren tot zien, of van zien tot hooren te kunnen overgaan. Voor den doorgang eener ster voorbij den draad eens kijkers worden althans, door verschillende waarnemers, merkbaar verschillende uitkomsten verkregen en het verschil, dat zich meer on-

dubbelzinnig openbaart naarmate de waarnemers meer geoefend zijn, is dikwijls veel grooter dan de toevallige en steeds veranderlijke fouten der waarnemingen. BESSEL heeft dit, voor de sterrekunde zoo hoogst gewigtig, feit, nu ruim veertig jaren geleden, aan het licht gebragt, en hij werd tot die ontdekking geleid door de bekende gebeurtenis met den sterrekundige KINNEBROOK, die, op het einde der verledene eeuw, uit zijne betrekking aan de sterrewacht te Greenwich werd ontslagen, omdat de doorgangen van sterren door hem acht tiende deelen eener secunde later dan door den bestuurder MASKELYNE werden waargenomen. Een opzettelijk onderzoek leerde BESSEL, dat een soortgelijk verschil, in meerdere of mindere mate, bij alle waarnemers bestaat. Door hem zelven werden de doorgangen zelfs eene volle secunde vroeger dan door andere geoefende sterrekundigen waargenomen en, wat het meest merkwaardig is, BESSEL verschilde eene halve secunde met zich zelven, naar gelang het uurwerk, dat hij gebruikte, tikken van eene geheele of van eene halve secunde maakte. BESSEL toonde aan, dat een soortgelijk standvastig persoonlijk verschil, ook bij het waarnemen van plotselijke verschijnselen, in het algemeen, bestaat en dat het voor dezelfde waarnemers, bij verschijnselen van verschillenden aard, aanmerkelijk verschillend wezen kan. Hij verkondigde reeds dadelijk, dat vele sterrekundige bepalingen geenszins de naauwkeurigheid konden bezitten, die men haar steeds had toegekend, en voorspelde dat de door hem ontdekte persoonlijke fout der waarnemers den sterrekundige tot lastige en bezwarende maatregelen zoude dwingen *).

Niet steeds is het verschil tusschen de persoonlijke fouten van twee waarnemers zoo groot als het zich tusschen

---

*) *Astronomische Beobachtungen auf der Kön. Universitäts-Sternwarte in Königsberg, von* F. W. BESSEL. Abth. VIII, IX u. XVIII.

BESSEL en andere geoefende sterrekundigen openbaarde, maar dikwijls klimt het echter op tot een niet veel minder bedrag. Voorbeelden van zeer aanzienlijke verschillen, die hier en daar vermeld zijn geworden, werden bijeengebragt door PETERS *), die er ook nadrukkelijk op wees, hoezeer dat verschil, bij dezelfde waarnemers, door den tijd kan veranderen. In elk geval is het verschil en dus ook de persoonlijke fout van elken bijzonderen waarnemer, veel te groot om, bij den tegenwoordigen toestand der sterrekunde, verwaarloosd te mogen worden. Hoogstgewigtige sterrekundige bepalingen worden afgeleid uit het verschil tusschen de tijden, waarop twee of meer hemellichten denzelfden draad voorbijgaan. Worden die doorgangen door denzelfden sterrekundige waargenomen, zoo zal diens persoonlijke fout uit het genoemd verschil verdwijnen, maar wordt hetzelfde werktuig, bij afwisseling, door verschillende sterrekundigen gebruikt, zoo laten hunne waarnemingen zich niet met elkander vereenigen, tenzij de verschillen tusschen de persoonlijke fouten der waarnemers met zorg worden bepaald en alle waarnemingen worden herleid tot hetgeen door eenen en denzelfden waarnemer zoude zijn verkregen. Aan de sterrewacht te Greenwich en elders wordt daarom ook, sedert eene reeks van jaren, aanhoudend en stelselmatig het verschil tusschen de persoonlijke fouten der waarnemers bepaald en als een van de gewigtigste der zoogenaamde *reductie-elementen* in de jaarboeken opgenomen. Bij andere sterrekundige bepalingen, zoo als die van den stand der uurwerken en den in- of uitgang eener ster, die door de maan wordt bedekt, bestaat eene onzekerheid, even zoo groot als het volle bedrag van de persoonlijke fout des

---

*) *Astronomische Nachrichten*, Band 49, pag. 18, en: *Ueber die Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen, Altona und Schwerin*, von Professor Dr. C. A. F. PETERS. Altona 1861, pag. 253

waarnemers. Indien, zoo als bij Lengtebepalingen, waarnemingen, door verschillende sterrekundigen aan verschillende plaatsen volbragt, met elkander verbonden moeten worden, kan men de noodige naauwkeurigheid niet bereiken, tenzij de waarnemers bij elkander komen, om het verschil hunner persoonlijke fouten te bepalen, of de reeds volbragte bepaling geheel vernieuwen, nadat zij hunne standplaatsen hebben verwisseld. Na het ontdekken der persoonlijke fouten heeft men, waar het mogelijk was, tot den laatstgenoemden maatregel zijne toevlugt genomen, maar de mogelijkheid daartoe bestaat geenszins altijd.

Men zoude kunnen vermoeden, dat de persoonlijke fout eens waarnemers wordt ontweken, indien deze, bij de bepaling van het juiste tijdstip waarop zich een verschijnsel openbaart, de gelijktijdige werking van gehoor en gezigt vermijdt, zoo als dit het geval is bij het gebruik van eenen zoogenaamden *compteur*; of wanneer een waarnemer een hoorbaar teeken geeft als hij een verschijnsel ziet, terwijl door een' anderen waarnemer het juiste tijdstip van dat hoorbare teeken, naar het uurwerk, wordt bepaald; of ook wanneer men gebruik kan maken van den zoogenaamden galvanischen registreertoestel, die nu aan onderscheidene sterrewachten is ingevoerd. STEINHEIL zeide ergens *), dat, naar eene onderzoeking van BESSEL, die soort van waarnemingen vrij was van persoonlijke fouten, maar ik heb die bijzonderheid in geen der geschriften van BESSEL vermeld gevonden. Vier jaren later gaf ARAGO zich, in zijn *Mémoire sur les erreurs personnelles* †), de eer van het eerst te hebben vermoed en door waarnemingen te hebben bewezen, dat geene persoonlijke fout bestaat, indien men, door een der laatst-

---

*) *Astr. Nachrichten.* Band 29, bl. 100.

†) *Compte Rendu* 14 Fevrier 1853, en *Mémoires scientifiques de* F. ARAGO, *publiées par M.* A. J. BARRAL. Paris 1859, vol. II. pag. 233.

genoemde handelwijzen, de gelijktijdige werking van gehoor en gezigt onnoodig maakt. ARAGO kon, ook in dat geval, het volstrekt bedrag der persoonlijke fout niet bepalen, maar hij meende uit zijne onderzoekingen te kunnen afleiden, dat zij, indien zij dan bestond, voor alle waarnemers even groot en alzoo onschadelijk moest wezen. Het is nu echter overvloediglijk bewezen, dat ARAGO door zijne onderzoekingen is misleid, en iedere der laatste jaargangen van de *Greenwich Observations* bewijst, dat, ook bij het gebruik van den galvanischen registreertoestel, de verschillen tusschen de persoonlijke fouten, hoezeer in het algemeen kleiner dan bij de gelijktijdige werking van gehoor en gezigt, niettemin tot een belangrijk bedrag kunnen opklimmen. Ook worden door PETERS, in zijne boven aangehaalde geschriften, onderzoekingen vermeld aan de sterrewacht te Altona volbragt, waaruit ten duidelijkste blijkt, dat, ook bij het gebruik van den galvanischen registreertoestel, de persoonlijke fouten des waarnemers volstrekt niet verwaarloosd mogen worden.

Het verschil tusschen de persoonlijke fouten der waarnemers, bij plotselijke verschijnselen in het algemeen, wordt gevonden door eenvoudiglijk de uitkomsten door de verschillende waarnemers, aan dezelfde plaats voor dezelfde verschijnselen verkregen, bij elkander te vergelijken. Voor de bepaling van het verschil der persoonlijke fouten bij doorgangen, heeft men den kijker des Meridiaancirkels te Greenwich, door tusschenkomst van een dubbel terugkaatsend prisma, twee oogbuizen gegeven, zoodat daardoor twee sterrekundigen gelijktijdig den doorgang eener ster voorbij denzelfden draad kunnen waarnemen *). Waar men die dubbele oogbuis niet heeft, maakt men gebruik van de

*) *Greenwich Observations*, 1852.

omstandigheid, dat in den kijker een aantal draden gespannen is. De eene waarnemer neemt de doorgangen waar voorbij de draden, die den middeldraad voorafgaan, en de andere de doorgangen voorbij de draden, die op den middeldraad volgen. Deze waarnemingen, tot het tijdstip herleid, waarop iedere der beide sterrekundigen de ster aan den middeldraad zoude hebben waargenomen, doen natuurlijkerwijze het verschil der persoonlijke fouten van beide sterrekundigen kennen. Ook kan, voor hetzelfde doel, het verschil der Regte Opklimmingen van twee sterren door twee sterrekundigen bepaald worden. Wordt den eenen avond de eerste ster door den eenen en den anderen avond door den anderen sterrekundige waargenomen, zoo zal men, voor het verschil tusschen de Regte Opklimmingen van beide sterren, twee uitkomsten verkrijgen, wier verschil het dubbel verschil tusschen de persoonlijke fouten der waarnemers wezen zal.

Het heeft geene bezwaren, twee waarnemers met elkander te vergelijken, die aan dezelfde sterrewacht werkzaam zijn, maar men moet ook waarnemingen aan elkander verbinden van sterrekundigen, die op zoo groote afstanden van elkander zijn verwijderd, dat hunne onderlinge vergelijking moeijelijk en kostbaar of zelfs geheel onmogelijk wordt. Er zoude dus voor de wetenschap zeer veel worden gewonnen, indien men aan elke sterrewacht een hulpmiddel bezat, waardoor zich het volstrekt bedrag der persoonlijke fout van elken waarnemer liet bepalen. Dan zouden alle waarnemingen herleid kunnen worden tot hetgeen zij inderdaad moesten wezen; de regtstreeksche onderlinge vergelijking der waarnemers zoude dan onnoodig zijn en een nog geheimzinnig vraagstuk der praktische sterrekunde zoude dan tevens volledig worden opgelost. Bessel hield een volledig onderzoek van de persoonlijke fouten der waarnemers voor onmogelijk, daar zij van het begaan dier fou-

ten in het geheel geen bewustzijn hebben *). Het schijnt dat BESSEL met die verklaring zijn gevoelen te kennen gaf, dat het volstrekt bedrag van de persoonlijke fout eens waarnemers steeds verborgen zoude blijven, en het is niet gebleken, dat iemand eenige poging heeft aangewend, om dat bezwaar uit den weg te ruimen.

Het hulpmiddel door mij bedacht, om het volstrekt bedrag van de persoonlijke fout eens waarnemers te bepalen, is niet anders dan een eenvoudig toevoegsel aan het uurwerk, dat ik reeds sedert jaren voor de waarneming van plotselijke verschijnselen heb aangewend en in mijne vroeger vermelde verhandeling heb beschreven. Zulk een uurwerk dient nu ook om de zee-officieren, aan de Directiën der Marine, in staat te stellen om de tijdseinen, die van de sterrewacht te Leiden uitgaan, met eene zekerheid van een paar honderdste deelen eener secunde waar te nemen †). De doelmatigheid van dat uurwerk is ook gebleken bij de sterrekundige plaatsbepaling in den Indischen Archipel, die ik met zoo veel belangstelling en zoo groote zorgen had voorbereid, maar die mij met niets dan verdriet heeft vergolden §). Het is namelijk gebleken dat volstrekt ongeoefende Javanen, met behulp van dat uurwerk, de buskruid- en heliotropseinen met eene hoogere naauwkeurigheid waarnamen, dan die de meest geoefende sterrekundige, door de gewone schatting, bereiken kon. Ik zal het beginsel waarop dat hulpmiddel rust nog eens moeten verklaren, omdat ik aan zijne toepassing, in lateren tijd, eene kleine wijziging heb toegebragt.

---

*) *Kön. Beob.*, Abth. VIII. p. 8.

†) Men zie hierover mijne verhandeling over *de tijdseinen der Nederlandsche Marine*, te Amsterdam bij de Wed. G. HULST VAN KEULEN, 1860, bladz. 29.

§) *De sterrekundige plaatsbepaling in den Indischen Archipel en de maatregelen, op gezag van zijne Exc. den Minister van Koloniën, tot hare voorbereiding genomen*, door F. KAISER. Amsterdam, J. C. A. SULPKE. 1851

In de sterrekunde gebruikt men eene soort van uurwerken, wier slingers elke schommeling in eene halve secunde volbrengen. Bij elke dubbele schommeling van den slinger valt een hamer op een klokje neder, zoodat het uurwerk secunden slaat, en daarom een *secundenklepper* genoemd wordt. Men kan, door den slinger te verlengen of te verkorten, het uurwerk ook tijdruimten laten slaan, die eenigzins van eene secunde verschillen, b.v. zoodanig, dat het 51 of 49 tikken maakt in den tijd van 50 secunden. De tijdruimte, tusschen twee onmiddellijk op elkander volgende tikken van den secundenklepper, zal dan twee honderdste deelen eener secunde met eene secunde verschillen, en is de secundenklepper nevens een gewoon sterrekundig slingeruurwerk opgehangen, zoo zullen telkens na tijdsverloopen van 50 secunden, de tikken van beide uurwerken zamenvallen De tikken van den secundenklepper vallen dan tusschen die van het andere uurwerk in, zoo als de strepen van eenen nonius tusschen die der hoofdverdeeling, en zij kunnen, met eene groote scherpte, als eenen nonius op den tijd, worden aangewend, omdat men reeds duidelijk hoort, dat de tikken van twee uurwerken niet volkomen zamenvallen, als het verschil niet meer dan een paar honderdste deelen eener secunde bedraagt. Men houdt den slinger door een dwarsstaafje op, in den schuinschen stand waarbij de hamer op het klokje nederslaat. Op het oogenblik van een verschijnsel trekt men het dwarsstaafje weg en de slinger zal juist eene dubbele schommeling hebben volbragt, als men het eerst den hamer hoort nedervallen. Men telt de tikken, die de secundenklepper maakt, van het oogenblik af waarop men hem in werking bragt, tot dat men een zijner tikken met eenen tik van het hoofduurwerk naauwkeurig hoort zamenvallen. Men teekent de uren, minuten en secunden op, die het hoofduurwerk toen aanwees, trekt daarvan de tikken des secundenkleppers, die

men geteld heeft, in secunden en hare onderdeelen herleid, af, en men zal daarmede het oogenblik, waarop de slinger des secundenkleppers werd losgelaten, naar het hoofduurwerk, met zekerheid, binnen een paar honderdste deelen eener secunde, bepaald hebben.

Bij de toepassing van dit eenvoudig beginsel stuit men op eene zwarigheid, die ik overwonnen heb door eene handgreep, waaruit de maatregel, op bladz. 32 mijner verhandeling over de tijdseinen der Nederlandsche Marine vermeld, is voortgevloeid. Wil men den secundenklepper, met goede gevolgen, als eenen nonius op den tijd kunnen gebruiken, dan is het natuurlijkerwijze boven alles noodzakelijk, dat tusschen het oogenblik, waarop men den slinger loslaat, en dat van den eersten tik, juist eene dubbele schommeling van den slinger verloope of dat men dat tijdsverloop, zonder moeite, met een' hoogen graad van juistheid kunne bepalen. Zij in Fig. 1 AB de boog dien de punt van den slinger beschrijft, als het uurwerk gedurende een' geruimen tijd geloopen heeft en alzoo de zoogenaamde *amplitudo* van den slinger, wier uitgestrektheid afhangt van het échappement, van de kracht die het uurwerk heeft uit te oefenen en van de kracht waardoor het wordt gedreven. De slinger beweegt zich, langs den boog AB bij afwisseling van de linker- naar de regter- en van de regter- naar de linkerzijde. Laat, om die twee bewegingen van elkander te onderscheiden, de eerstgenoemde door den boog CD en de laatstgenoemde door den boog EF worden voorgesteld. Zij LI de vertikale lijn, gaande door het punt waar de slinger is opgehangen, zoodat de boog AB, door die lijn in twee gelijke deelen wordt verdeeld. Bij de beweging van den slinger van de linker- naar de regterzijde, komt hij ergens in een punt G, waarbij een tand van het schakelrad tegen het anker valt. Keert de slinger van de regter- naar de linkerzijde terug, zoo komt hij in een an

der punt H, waarbij andermaal een tand van het schakelrad tegen het anker vallen moet. Het slaan der tanden van het schakelrad tegen het anker geeft de tikken van een gewoon sterrekundig uurwerk, welks slinger elke schommeling in eene secunde volbrengt. Bij den secundenklepper valt, om het geluid te versterken, als de slinger in een der twee genoemde punten, namelijk in het punt H komt, een hamertje op een klokje neder. Het hamertje slaat geheele secunden, terwijl men den secundenklepper om de halve secunde eenen tik hoort geven, als het hamertje wordt uitgeligt. Liggen de punten G en H op gelijke afstanden van de vertikale lijn door het ophangpunt des slingers gaande, dan zullen de tijdruimten, tusschen elken tik en zijn' onmiddellijk voorafgaanden en volgenden, gelijk zijn, want in die tijdruimten zal de slinger dan even lange wegen afleggen, namelijk GDBEH en HFACG Liggen de punten G en H niet op gelijke afstanden van de vertikale lijn, dan zullen twee onmiddellijk op elkander volgende tijdruimten tusschen de tikken ongelijk zijn, hoezeer de slinger telkens bij den derden tik eene dubbele schommeling volbragt zal hebben. Bij een gewoon sterrekundig slingeruurwerk mag die ongelijkheid volstrekt niet worden toegelaten. Bij den secundenklepper is zij onverschillig, omdat dat uurwerk, eerst na elke dubbele schommeling van den slinger, zijn eigenlijk teeken geeft.

Men kan ligtelijk met naauwkeurigheid het punt H bepalen, dat door den slinger wordt ingenomen, als de hamer op het klokje nedervalt. Laat men den slinger van dit punt los, zoo zal hij, na eene dubbele schommeling te hebben volbragt, tot dat punt wederkeeren en de tijdruimte, tusschen het oogenblik waarop de slinger nederviel en den eersten tik, zal juist met eene dubbele schommeling van den slinger overeenkomen. Dit zoude het eenvoudigst gebruik zijn van den secundenklepper, als eenen nonius op

den tijd, maar om eene bepaalde reden mag de slinger volstrekt niet uit het punt H worden losgelaten. Het punt H ligt namelijk altijd veel digter bij de vertikale lijn, dan ieder der punten A en B, die de slinger bij zijne grootste uitwijkingen bereikt. De amplitudo AB is bepaald, en heeft het uurwerk gedurende eenigen tijd geloopen, dan zal de slinger van zelf die amplitudo aannemen. Laat men den slinger los van een punt hooger dan A gelegen, zoo worden de schommelingen allengs kleiner. Laat men den slinger los van een punt lager dan A gelegen, zoo worden de schommelingen allengs grooter. In het eene geval zoowel als in het andere zullen, na verloop van eenigen tijd, de schommelingen zich juist over den boog AB uitstrekken, maar alvorens zij die grootte hebben hernomen, zal het uurwerk zijnen gang op eene zeer kennelijke wijze versnellen, of vertragen. Daar men nu den gang van het uurwerk gebruiken moet juist in de eerste secunden na het oogenblik, waarop de slinger is in beweging gebragt, mag deze uit geen ander punt dan het punt A worden losgelaten. Indien de slinger zijne beweging dadelijk met zijne grootste uitwijking aanvangt, zullen de schommelingen hare uitgestrektheid niet veranderen en het uurwerk zal den gang behouden, dien het reeds in de allereerste secunden had aangenomen.

Het is volstrekt onverschillig hoe veel tijds verloopt tusschen het oogenblik waarop de slinger wordt losgelaten en dat van den eersten tik, indien men dat tijdvak, met weinig moeite, op een honderdste deel eener secunde na, met zekerheid kan bepalen. Die bepaling zoude voor elke willekeurige ligging van het punt H aan groote bezwaren verbonden zijn, maar zij wordt uitermate ligt, als men het punt H eenen bepaalden stand laat innemen. Men kan, door het uurwerk meer of minder schuins te hangen, de punten H en G met betrekking tot de vertikale lijn ver-

plaatsen en het kost volstrekt geene moeite het punt H juist in de vertikale lijn te brengen. Dan zal, zoo als dit uit fig. 2 onmiddellijk blijkt, de tijdruimte, tusschen het oogenblik waarop de slinger wordt losgelaten en dat van den eersten tik, juist met drie vierde deelen van den dubbelen schommelingstijd des slingers overeenkomen. Men kan den slinger en het uurwerk ligtelijk zoo naauwkeurig op de punten A en H stellen, dat men voor geene fout van een honderdste deel eener secunde te vreezen heeft. Dit geschiedt daarom aan de sterrewacht te Leiden, bij het gebruik van den secundenklepper als een' noniën op den tijd, en hiermede is de verklaring gegeven, die ik, op bladz. 32 mijner verhandeling over de tijdseinen der Nederlandsche Marine, heb toegezegd.

Heeft men den tijd, waarin de slinger des secundenkleppers elke schommeling volbrengt, naauwkeurig bepaald, zoo kan men, met behulp van dat uurwerk, het oogenblik van een verschijnsel even zoo naauwkeurig waarnemen, als zich, op dat oogenblik, aan eene koord trekken of op eenen hefboom drukken laat en dus voor het minst zoo naauwkeurig als dit met den registreertoestel geschieden kan. De slinger kan, in zijn' behoorlijken schuinschen stand, door eenen electro-magneet worden opgehouden. Heeft men dan eenen toestel, waardoor een verschijnsel van den hemel met juistheid wordt nagebootst en zoodanig ingerigt, dat de stroom, die den slinger ophield, juist op het oogenblik van het verschijnsel wordt afgebroken, zoo laat zich dat oogenblik, door den secundenklepper, met een' hoogen graad van juistheid bepalen. Wordt nu dat verschijnsel, op eenigen afstand, ook op de gewone wijze, waargenomen, zoo is de persoonlijde fout des waarnemers het verschil tusschen de uitkomst, die hij verkregen heeft, en de bekende uitkomst, die hij had moeten verkrijgen. Ik moet de beschrijving van den toestel, die door mij voor dat doel is aan-

gewend, laten voorafgaan door die van de inrigting, welke daarbij aan den secundenklepper is gegeven.

Fig. 3 stelt den secundenklepper voor met zijne hulptoestellen, zoo als hij aan den wand hangt in zijn houten kastje, als daarvan het deurtje is afgenomen. Alleen het uurwerk des secundenkleppers is vervaardigd door den Heer C. SCHMIDT te Amsterdam. Alle overige toestellen en hulptoestellen zijn, onder eene geringe medewerking van den smid en den timmerman, grootendeels vervaardigd door mijnen zoon Dr. P. J. KAISER en gedeeltelijk door mij zelven. Het uurwerk laat zich, bij A, draaijen om eene horizontale as. Het rust aan de eene zijde op die as en de andere zijde, bij B, met eene schroef op eenen, met koper gedekten, houten klos, die aan het achterschot van het kastje is bevestigd. — Door het draaijen aan die schroef, kan men het uurwerk den behoorlijken schuinschen stand geven. CD is het dwarsche staafje, dat den slinger in zijnen schuinschen stand moet ophouden en dat, met een scharnier, bevestigd is aan de stalen veêr DE, die aan den zijwand van het kastje is vastgeschroefd. De schroef F, die hare moer heeft in den zijwand van het kastje, drukt tegen het ondereinde van de stalen veêr en dient, om den slinger op te houden in zijn juisten stand. De schroeven H en F worden op de volgende wijze, met de noodige naauwkeurigheid, gesteld. Men stelt aanvankelijk het uurwerk zoodanig, dat het punt H van fig. 1 een weinig ter linkerzijde van de vertikale lijn komt te liggen en laat den slinger vrijelijk in rust hangen. Nu draait men langzaam aan de schroef bij B, totdat de hamer op het klokje nederslaat. Laat men het uurwerk in dien stand staan, dan zal, telkens bij den vertikalen stand des slingers, als deze zich van de regter- naar de linkerzijde beweegt, de hamer op het klokje nedervallen. Voor het stellen van de schroef F late men het uurwerk, gedurende tien of vijftien minuten, loopen,

zoodat de schommelingen des slingers hare bepaalde uitgebreidheid hebben aangenomen. Nu brenge men eene houten wig onder het staafje CD, en stelle daarmede het uiteinde C op zoodanig eene hoogte, dat de punt des slingers er, op een' zeer korten afstand, over henen strijkt. Met een vergrootglas ziet men nu toe of de punt des slingers, bij diens grootste uitwijking, al of niet met het uiteinde van het staafje overeenkomt. Is dit zoo niet, zoò draaije men aan de schroef F, totdat aan die voorwaarde worde voldaan, en daarmede zal het staafje CD behoorlijk gesteld zijn. De punt des slingers is aan de zijde van het staafje plat gevijld, zoodat zij daartegen veilig rust en geene merkbare wrijving ondervindt, als het staafje wordt naar beneden getrokken. Bij de uitgebreidheid van de schommelingen des slingers, kan men de schroeven B en F ligtelijk zoo naauwkeurig stellen, dat men voor geene fout te vreezen heeft, die een honderdste deel eener secunde te boven gaat. Bij secundenkleppers, die niet oorspronkelijk waren ingerigt om met naauwkeurigheid in een' bepaalden schuinschen stand gebragt te worden, en die gewoonlijk aan eenen haak worden opgehangen, heb ik, ter wederzijde van het ondereinde des uurwerks, houten klossen in het kastje aangebragt, die tegen het uurwerk aandrukken en door schroeven, die buiten de zijwanden van het kastje uitsteken, verzet kunnen worden. De waarde van de schommelingen des slingers kan met eene juistheid bepaald worden, zoo groot als men die verlangt. Men wacht daartoe een der oogenblikken af, waarop een tik van den secundenklepper met eenen tik van het slingeruurwerk zamenvalt, in welks nabijheid hij is opgehangen. Men telt het aantal secunden des hoofduurwerks en het aantal tikken des secundenkleppers dat tot het eerstvolgend zamenvallen verloopt en daarmede heeft men wat men behoeft. Men verkrijgt dit echter veel naauwkeuriger, zoo men niet het

eerstvolgend, maar het tiende of twaalfde zamenvallen gebruikt. Dan heeft men twee vrij groote getallen, die de verhouding tusschen eene secunde en het tijdsverloop tusschen twee op elkander volgende tikken des secundenkleppers uitdrukken. Men zal wel doen, naar aanleiding daarvan, een tafeltje te berekenen, waardoor de waarden van de veelvouden dier tijdsverloopen, in secunden en hare onderdeelen, worden uitgedrukt. Trekt men van al de aldus verkregene getallen een vierde gedeelte van het genoemd tijdsverloop af, zoo heeft men in rekening gebragt, dat, bij den eersten tik dien men hoort, slechts drie vierde deelen van den dubbelen schommelingstijd des slingers verloopen zijn. Als men eenige op elkander volgende tijdstippen waarneemt, waarbij de tikken van beide uurwerken zamenvallen, kan men daarop een oordeel vestigen over de regelmatigheid van den gang des secundenkleppers, die eene minuut, met eene zekerheid binnen een paar honderdste deelen eener secunde, moet kunnen doen kennen.

Bij de secundenkleppers, die alleenlijk bestemd zijn voor het waarnemen van plotselijke verschijnselen, wordt het dwarsstaafje C D eenvoudiglijk door eene koord, die door een katrol loopt, naar beneden getrokken. Om bij den secundenklepper, voor de bepaling van persoonlijke fouten bestemd, den slinger door het afbreken van een' galvanischen stroom te kunnen doen nederdalen, heeft mijn zoon, Dr. P. J. KAISER, een week ijzeren hollen cylinder G in het kastje aangebragt. Binnen dien hollen cylinder bevindt zich een volle week ijzeren cylinder, die met eene groote hoeveelheid bekleed dun koperdraad omwonden is, wier uiteinden aan dikke draden zijn vast gesoldeerd, die aan de zijwanden buiten het kastje uitsteken. Loopt de stroom door den draad, zoo worden beide cylinders magneten, met tegengestelde polen. Als anker dient eene week ijzeren schijf H., die aan een koperdraad I K is bevestigd, welke

door twee vaste oogen loopt en aan zijn ondereinde het dwarsstaafje CD draagt. Twee schroefmoeren, de eene onder de andere boven het dwarsstaafje, dienen om het koperdraad zijne behoorlijke lengte te geven. Is de stroom gesloten, zoo kleeft het anker aan den cylinder en houdt het dwarsstaafje op. Wordt de stroom afgebroken, zoo valt onmiddellijk het anker met het dwarsstaafje, door hun eigen gewigt, neder en op dat oogenblik wordt het uurwerk in gang gebragt.

In Fig. 4 is eene perspectieve afbeelding gegeven van den toestel, die dienen moet om verschijnselen van den hemel na te bootsen en, op het oogenblik van elk verschijnsel, door het afbreken van een' galvanischen stroom, den slinger des secundenkleppers los te laten. Die afbeelding is, zoo als ook die van den secundenklepper en zijne hulptoestellen, ontleend aan eene photographie, vervaardigd door mijnen zoon Dr. P. J. KAISER. Loodregt op eene horizontaal liggende plank A B, is een houten raampje C D bevestigd, dat aan de buitenzijde cylindervormig is afgewerkt, met de beschrijvende lijn loodregt op de plank A B. Tegen de buitenzijde van dat raampje is een bordpapieren scherm gespijkerd, dat alzoo een gedeelte van een cylindervlak wordt, en in welks midden een rond stuk is uitgesneden. Aan de binnenzijde is, tegen dat scherm, een geolied papier geplakt, door welks midden eene vertikale zwarte streep is getrokken. Op het geolied papier moet een fijn beweegbaar beeld van een rond licht worden opgevangen, dat zich, van de buitenzijde, op eenigen afstand gezien, als eene ster vertoont, terwijl de beweging van dat lichtpunt, voorbij de streep, de beweging van eene ster voorbij eenen draad vertegenwoordigt, die in eenen kijker is gespannen. Om dat beweegbare lichtpunt te verkrijgen is, aan het andere uiteinde der plank A B, daarop een uurwerk met eenen windvleugel vastgeschroefd. Bij gebrek aan beter, is een uurwerk gebruikt uit een zoogenaamd Chi-

neesch vuurwerk, waarmede mijn zoon zich in zijne kinderjaren vermaakte, dat niet veel beter is dan een uurwerk van een braadspit, maar goed genoeg was voor mijn doel. Op het vierkant uiteinde van de as des sneks, voor het opwinden bestemd, is een ijzeren sleutel geschroefd, waaraan de horizontaal liggende houten staaf E F G is bevestigd, die alzoo, als het uurwerk afloopt, met den snek wordt rondbewogen. Aan het eene uiteinde G draagt die staaf een lampje, waarvoor een koperen schermpje, met eene kleine ronde opening, is aangebragt. Aan het andere uiteinde E draagt de staaf een bordpapieren scherm, met eene kleine ronde opening, waarin een lensje is geplaatst. Het krom gebogen bordpapieren scherm, dat tegen de buitenzijde van het raampje C D is vastgespijkerd, heeft zijn middelpunt in het middelpunt F, waarom zich de staaf E G beweegt. Het lensje bij E en het scherm vóór het lampje zijn zoodanig geplaatst, dat een klein beeld van de ronde opening in dat scherm, door de vlam van het lampje verlicht, geteekend wordt op het geolied papier, dat tegen het scherm C D is bevestigd. Zoo lang als het beeld van de ronde opening in het scherm bij G op het geolied papier valt, vertoont het zich als een zuiver lichtstipje, dat, van buiten gezien, zeer naauwkeurig eene ster nabootst, die zich door het veld van eenen kijker beweegt. Men kan aan de buitenzijde van het raam C D, op eenigen afstand, hetzij met het ongewapend oog, hetzij door eenen kijker, de beweging van het lichtstipje voorbij de streep op het papier getrokken, op volkomen dezelfde wijze waarnemen, als dit geschiedt met de beweging van eene ster voorbij eenen draad, die in het veld eens kijkers is gespannen.

Om eenen galvanischen stroom zich te doen afbreken, juist op het oogenblik waarop het lichtstipje met de streep overeenkomt, is op de plank A B een kleine koperen tuimelaar H bevestigd. De eene arm van dien tuimelaar is

vertikaal, de andere horizontaal. De horizontale arm draagt een verplaatsbaar gewigtje, waardoor die arm, met eene bepaalde kracht, tegen een daaronder geplaatst koperen blokje wordt aangedrukt. Dat blokje is van boven met platina bekleed en daarop rust, insgelijks met een bekleedsel van platina, een naar beneden uitstekend gedeelte van den horizontalen arm des tuimelaars. Het koperen voetstukje van den tuimelaar is met den eenen, het blokje, onder zijn horizontalen arm, met den anderen geleiddraad verbonden. De galvanische stroom gaat, van den eenen draad naar den anderen, door den tuimelaar en het daaronder geplaatst blokje heen, maar hij wordt eensklaps afgebroken, als de tuimelaar, hoe weinig ook, wordt opgeligt en alzoo de horizontale arm van het daaronder geplaatst blokje wordt afgescheiden. Aan de benedenzijde van de houten staaf E G is een stalen plaatje I geschroefd, dat, bij elke omwenteling van die staaf, tegen den vertikalen arm des tuimelaars moet stooten en dien een weinig opligten. Komt het stalen plaatje met den vertikalen arm des tuimelaars in aanraking, juist op het oogenblik waarop het lichtstipje met de streep overeenkomt, zoo zal ook, juist op dat oogenblik, de stroom worden afgebroken en de slinger des secundenkleppers worden losgelaten

Om de genoemde overeenstemming met eene zekerheid van een of twee honderdste deelen eener secunde te kunnen verkrijgen, is de tuimelaar H zoodanig ingerigt, dat hij zich over de plank A B laat verschuiven, in eene rigting loodregt op de lijn, van daar naar het middelpunt getrokken, waarom zich de staaf E G beweegt. Hij is namelijk, met tusschenliggend hout, bevestigd aan eene koperen plaat, die tusschen lijsten loopt, en zich door twee, tegen elkander in werkende, schroeven laat verzetten en in den behoorlijken stand stevig laat bevestigen. De staaf E G

beweegt zich, door het uurwerk, uit het middelpunt harer beweging gezien, van de regter- naar de linkerhand. Zij laat zich, als men de windvleugels met de hand omdraait, ligtelijk zoodanig stellen, dat het lichtstipje volkomen met de streep, op het papieren scherm, zamenvalt. Heeft men daarvoor zorg gedragen en vooraf den tuimelaar een weinig naar de linkerhand ter zijde geschoven, zoodat hij door het stalen plaatje niet wordt opgeligt, zoo zal de stroom doorloopen. Men late nu den slinger des secundenkleppers, door het dwarsche staafje, in zijnen schuinschen stand worden opgehouden en draait, met den daartoe bestemden sleutel, aan de schroef, die den tuimelaar langzaam tot het stalen plaatje doet naderen. Komt, onder dit draaijen, de tuimelaar in aanraking met het stalen plaatje, zoodat daardoor de eerstgenoemde even wordt opgeligt, zoo hoort men dit aan een plotselijk nedervallen van de deelen des secundenkleppers, die den slinger ophielden. Door de tegenovergestelde schroef zet men den tuimelaar in dien stand vast. Telkens als het lichtstipje op de streep komt, zal dan de tuimelaar worden opgeligt en de slinger des secundenkleppers worden losgelaten. — Ligtelijk kan de tuimelaar zoo naauwkeurig worden gesteld, dat men voor geene fout van een paar honderdste deelen eener secunde te vreezen heeft. Het stalen plaatje is slechts zeer weinig lager dan het boveneinde van den vertikalen arm des tuimelaars. De tuimelaar wordt alzoo door het plaatje slechts zeer weinig opgeligt en glijdt langs het stalen plaatje, als dit zich daarover heen beweegt, zonder eene eenigzins bemerkbare wrijving uit te oefenen. Het opwinden van het uurwerk geschiedt, door de staaf EG, van de linker- naar de regterzijde, om te draaijen. Als de staaf daarbij den tuimelaar ontmoet, zoo wordt zij een weinig naar boven gebogen, om over den tuimelaar te kunnen henengaan. Dit kan,

zonder eenig bezwaar geschieden, daar de staaf zich onmiddellijk, door hare veêrkracht, weder herstelt.

Draagt men zorg, dat de week ijzeren cylinder niet veel meer magneetkracht verkrijgt, dan hij behoeft om het anker, met het daaraan hangend dwarsstaafje, te dragen, zoo zal de slinger nedervallen, juist op het oogenblik waarop de stroom wordt afgebroken. Wil men onderzoeken of, tusschen het afbreken van den stroom en het nedervallen van den slinger, een kennelijke tijd verloopt, zoo kan men gebruik maken van de omstandigheid, dat het niet volkomen zamenvallen van twee tikken zich, op het gehoor, reeds duidelijk verraadt, als het verschil niet meer bedraagt dan twee honderdste deelen eener secunde. Breekt men den stroom af, door, met een potlood, even tegen den vertikalen arm des tuimelaars te slaan, zoo kan men den tik, die daardoor wordt gehoord, vergelijken bij dien welke ontstaat door het nedervallen van het dwarsstaafje, dat den slinger ophield, en als die twee tikken naauwkeurig zamenvallen, zal ook geen bemerkbare tijd verloopen, tusschen het oogenblik waarop de stroom wordt afgebroken en dat waarop de slinger nedervalt. Wij hebben, als de toestel in orde was, nooit eenig verschil tusschen beide tikken kunnen bespeuren. Eene kleine batterij van vier loodzout elementen bewees ons, bij het gebruik van den toestel, de beste diensten.

Bij den door ons vervaardigden toestel is het papieren scherm, waarop de lichtstip wordt geteekend, zes palmen verwijderd van het middelpunt, waarom zich de staaf EG rond beweegt. De boog, dien het lichtstipje op het scherm doorloopt, behoort alzoo tot eenen omtrek van 3.77 ellen. De bladen van den windvleugel laten zich verplaatsen, zoodat zij een meerderen of minderen wederstand, bij hunne beweging door de lucht, ondervinden en daardoor kan de

gang van het uurwerk zeer aanmerkelijk veranderd worden. Laat men het zoo snel mogelijk loopen, zoo volbrengt de staaf EG eene wenteling in den tijd van 1 min. 36 sec. Het lichtstipje doorloopt alzoo, in ééne tijdssecunde, eene ruimte van 4 Ned. duimen. Op eenen afstand van 5.50 ellen ziet men die ruimte onder eenen hoek van 25 minuten, zoodat, op dien afstand, voor het bloote oog, door het lichtstipje de beweging wordt nagebootst van eene ster in den Aequator, als men eenen kijker gebruikt die 100 malen vergroot. Op eenen afstand van 11.00 ellen is het, met het ongewapend oog, alsof men eene ster in den Aequator waarnam, met eene vergrooting van 50 malen. Neemt men op dien afstand een kijkertje ter hulp, dat 4 malen vergroot, zoo vertegenwoordigt het lichtstipje de beweging van eene ster in den Aequator, bij de aanwending eener vergrooting van 200 malen, die bij de Meridiaancirkels en Meridiaankijkers de meest gebruikelijke is. Men kan de schijnbare snelheid van het lichtstipje naar willekeur wijzigen, door den gang van het uurwerk te veranderen, door zich op verschillende afstanden van den toestel te plaatsen en door kijkers van verschillende vergrootingen aan te wenden.

Het is ligt te beseffen op welke wijze de boven beschreven toestel voor de volstrekte bepaling van de persoonlijke fouten der waarnemers kan worden aangewend. Men plaatst den toestel, met den daarbij behoorenden secundenklepper, in de nabijheid van een sterrekundig slingeruurwerk en een waarnemer bepaalt het juiste oogenblik van het verschijnsel, door de tikken des secundenkleppers te tellen, tot dat een daarvan met eenen tik van het hoofduurwerk zamenvalt. Op eenigen afstand wordt het verschijnsel, door eenige andere waarnemers, die met kijkers gewapend kunnen zijn, op een ander uurwerk en naar de gewone wijze

waargenomen. Door tusschenkomst van eenen tijdmeter worden beide uurwerken met elkander vergeleken. en zoo wordt met juistheid bepaald, wat iedere waarnemer had moeten verkrijgen. Het verschil tusschen dit en hetgeen de waarnemer werkelijk verkregen heeft, is zijne persoonlijke fout, indien hij zich genoeg oefening heeft verworven, om eene standvastige persoonlijke fout te kunnen hebben aangenomen.

De bepaling van het juiste oogenblik van het verschijnsel kan ook op hetzelfde uurwerk geschieden, als waarop de waarnemingen worden volbragt. De slagen van den hamer op het klokje des secundenkleppers laten zich op een' grooten afstand hooren, ook dan wannner men, om die slagen scherper te maken, het geluid van het klokje dempt, door het met laken in aanraking te brengen. Wil men door het nedervallen van den slinger niet gehinderd worden, zoo brenge men, onder het dwarsstaafje EF fig. 3, een blokje, van boven met vilt bekleed, waarop het staafje, zonder geluid te veroorzaken, nedervalt. Wil men voor het regelen van den toestel, het nedervallen van het staafje met duidelijkheid hooren, zoo vervange men het blokje door een ander, dat niet met vilt is bekleed.

Het uurwerk moet eene vrij aanzienlijke kracht uitoefenen, om telkens den hamer op te ligten en dit heeft een' nadeeligen invloed op de regelmatigheid van zijnen gang. Draait men den hamer om zijn spil achterwaarts om, zoo komt hij tegen een der vaste deelen van het uurwerk te rusten en is hij van het schakelrad geheel afgescheiden. Men hoort dan geene andere tikken dan die te weeg gebragt worden door het slaan van de tanden des schakelrads op het anker. Die tikken laten zich, door de kracht van hun geluid, niet van elkander onderscheiden, maar alleenlijk daardoor dat hunne tusschentijden, bij gestadige afwisseling, langer of korter zijn. Men heeft alleenlijk de

tikken waar te nemen, die het uurwerk geeft bij den vertikalen stand des slingers, maar geoefende waarnemers kunnen die zeer goed van de overige onderscheiden en gebruiken daarom den hamer niet. Alleenlijk voor minder geoefende waarnemers, wordt den hamer zijne werking vergund. Als men het uurwerk van den hamer bevrijdt, zonder het gewigt, dat de drijfkracht geeft, te veranderen, zal de slinger grootere schommelingen volbrengen en dit moet natuurlijkerwijze, bij het regelen van den secundenklepper in aanmerking worden genomen.

Met denzelfden toestel kan men ligtelijk ook andere hemelverschijnselen dan doorgangen van sterren nabootsen. Brengt men, vóór de eene of vóór de andere helft van het geolied papieren scherm, een ondoorschijnend scherm, met eenen regten kant, die juist over de streep loopt, zoo zal het lichtstipje eensklaps te voorschijn treden of eensklaps verdwijnen, op de oogenblikken waarop het anders de streep zoude voorbijgaan. In het eene geval wordt eene sterrebedekking nagebootst, bij eenen ingang, in het andere geval bij eenen uitgang. Brengt men, vóór het geolied papieren scherm, een ondoorschijnend scherm met eene smalle gleuf, zoo zal het lichtstipje, die gleuf voorbij gaande, zich slechts een oogenblik vertoonen en daardoor buskruid- of heliotropseinen nabootsen. Men kan den toestel zoodanig regelen, dat de slinger des secundenkleppers nedervalt, op het oogenblik waarop het lichtstipje de gleuf voorbij gaat en alzoo ook het juiste tijdstip van het verschijnsel bepalen. Als men de genoemde verschijnselen niet waarneemt door eene gelijktijdige werking van gehoor en gezigt, maar, op de vroeger vermelde wijze, door tusschenkomst van een' tweeden secundenklepper, zoo verkrijgt men de persoonlijke fout voor waarnemingen, die met het galvanisch registreren overeenstemmen.

Behalve voor de bepaling van de persoonlijke fouten der waarnemers, kan de toestel, dien ik beschreven heb, ook met goede gevolgen worden aangewend voor oefeningen in de kunst van waarnemen, die al te zeer verwaarloosd wordt. Voor het laatstgenoemd doel biedt de toestel het groote voorregt aan, dat hij zich, ook bij het ongunstigste weder en door vele waarnemers gelijktijdig, laat gebruiken, terwijl hij steeds de gelegenheid geeft om, in een enkel uur, een zeer groot getal waarnemingen te volbrengen. De ronddraaijende staaf kan twaalf omwentelingen volbrengen alvorens het uurwerk is afgeloopen, maar men behoeft niet te wachten tot dat de staaf, door het uurwerk zelf, tot den tuimelaar is teruggevoerd. Men kan telkens, zoodra als eene waarneming is afgeloopen, de staaf terugwaarts bewegen en zich alzoo weinige secunden later weder de gelegenheid tot eene waarneming verschaffen. Op die wijze behoeft tusschen twee op elkander volgende waarnemingen niet meer dan ééne minuut te verloopen. Daar de toestel telkens de fout doet kennen, die door elken waarnemer is begaan, is zijn gebruik, voor oefeningen in de kunst van waarnemen veel meer geschikt dan de waarneming van hemellichten, waartoe buitendien zoo spaarzaam de gelegenheid wordt aangeboden.

Daar de toestel grootendeels door ons zelven is vervaardigd, kan ik niet met juistheid bepalen, welke uitgaven zijne aanschaffing zoude vorderen. Ik geloof echter, dat die uitgaven de som van driehonderd gulden niet zouden bereiken en die som is zekerlijk zeer onbeduidend, in vergelijking van de tienduizendtallen guldens, die, niet zelden, voor een enkel sterrekundig werktuig worden uitgegeven. Werd de toestel ingevoerd en aan elke sterrewacht, voor de volledige bepaling van de persoonlijke fouten der waarnemers, stelselmatig aangewend, zoo zouden de waar-

nemingen door sterrekundigen, ook aan de meest van elkander verwijderde oorden der aarde volbragt, onmiddellijk met elkander kunnen worden verbonden en dan zoude een groot bezwaar, waarop men in de sterrekunde aanhoudend stuit, zekerlijk worden opgeheven.

Het komt mij niet ondoelmatig voor eenige der waarnemingen mede te deelen, die met den boven beschrevenen toestel zijn volbragt, maàr ik zal mij grootendeels bij de vermelding der verkregene einduitkomsten moeten bepalen. Ofschoon de waarnemingen niet zoo veelvuldig en stelselmatig zijn in het werk gesteld, als ik dit noodig zoude achten voor eene beoefening van het wezen der persoonlijke fouten, zoude hare volledige mededeeling toch eenige vellen druks vorderen, die ik hier, voor dat doel, niet mag verlangen. In de eerste plaats zal ik kortelijk eenige waarnemingen vermelden, die nog aan het oude Observatorium, met den toestel, zijn volbragt geworden.

De voornaamste ruimte van het oude Observatorium bestond in eenen zolder, die eene lengte van 27 Ned. ellen en eene breedte van ruim 3 ellen had en zich omtrent in de rigting van het noorden en zuiden uitstrekte. Die zolder was in vier vakken afgedeeld. Het middelste dier vakken was een portaal, en aan de noordzijde daarvan was eene collegie-kamer en eene werkkamer. Aan de zuidzijde was een vertrek, waarin de werktuigen werden bewaard, die niet voor de waarnemingen konden dienen en waar, in lateren tijd, ook de zee-instrumenten der Nederlandsche Marine hunne plaats moesten vinden. Aan het zuideinde van dat vertrek was de pendùle der Marine, HOHWÜ N° 15, opgehangen. Voor de waarnemingen met den toestel ter bepaling van persoonlijke fouten hing ik eene oude pendule van KNEBEL, die aan het Observatorium behoort, in de collegie-kamer op, waar de waarnemingen met behulp

van kleine kijkers, werden volbragt, terwijl men zich meer dan 15 ellen kon verwijderen van den toestel, die geplaatst was in de nabijheid van de pendule HOHWÜ N° 15. De schijnbare beweging van het lichtstipje werd gewijzigd door het uurwerk van den toestel en ook door het aanwenden van kijkers met verschillende vergrootingen. Een of twee waarnemers belasten zich met de bepaling van de juiste tijdstippen der verschijnselen, naar de pendule van HOHWÜ, waarbij de secundenklepper van MAHLER werd gebruikt, die voor de tijdseinen der Marine diende. Door tusschenkomst van eenen tijdmeter, die 130 tikken in de minuut maakt, werden de uurwerken van HOHWÜ en KNEBEL bij elkander vergeleken, en langs dien weg leerde men de juiste oogenblikken der verschijnselen, naar de pendule van KNEBEL, kennen. De verschijnselen werden, in de collegiekamer, soms door vijf personen gelijktijdig, op de pendule van KNEBEL, die geheele secunden tikt, waargenomen.

De allereerste waarnemingen met den toestel werden op den 2den Mei 1859 volbragt door mijnen zoon P. J. KAISER en mij. De beweging van het lichtpunt vertegenwoordigde toen die van eene ster in den Aequator, bij eene vergrooting van 160 malen. Wij namen 8 doorgangen van het lichtpunt waar en verkregen, bij iederen daarvan, de volgende einduitkomsten voor onze persoonlijke fouten. Ik heb die fouten, hier en in het vervolg, als *positief* beschouwd, indien het verschijnsel *te vroeg* werd waargenomen.

2 Mei 1859.

DOORGANG.	PERSOONLIJKE FOUT VAN	
	P. J. KAISER.	F. KAISER.
1	— 0ˢ.03	— 0ˢ.27
2	+ 0 .19	— 0 .32
3	— 0 .04	— 0 .36
4	+ 0 .10	— 0 .23
5	+ 0 .13	— 0 .37
6	+ 0 .06	— 0 .19
7	— 0 .05	— 0 .22
8	+ 0 .04	— 0 .16
Midden	+ 0ˢ.05	— 0ˢ.26

Den volgenden dag werd aan de waarnemingen ook door de Heeren M. HOEK en N. M. KAM deel genomen. Wij verkregen toen de volgende uitkomsten.

3 Mei 1859.

DOORGANG.	PERSOONLIJKE FOUT VAN			
	M. HOEK.	N. M. KAM.	P. J. KAISER.	F. KAISER.
1	+ 0ˢ.14	— 0ˢ.11	— 0ˢ.11	— 0ˢ.21
2		+ 0 .31	+ 0 .11	— 0 .39
3	+ 0 .03	+ 0 .03	+ 0 .13	— 0 .12
4	+ 0 .18	+ 0 .08	— 0 .02	+ 0 .03
5	+ 0 .16	+ 0 .26		— 0 .14
6	+ 0 .25	+ 0 .25	+ 0 .15	— 0 .25
7	+ 0 .13	+ 0 .23	+ 0 .13	— 0 .07
8	+ 0 .24	+ 0 .34	+ 0 .14	— 0 .31
9	+ 0 .13	— 0 .02	+ 0 .18	— 0 .02
10	+ 0 .02	+ 0 .12	+ 0 .12	— 0 .08
11	+ 0 .15	+ 0 .30		— 0 .35
Midden	+ 0ˢ.14	+ 0ˢ.16	+ 0ˢ.09	— 0ˢ.17

Eene meer uitvoerige vermelding verdienen de waarne-

mingen van den 21 Mei 1859, omdat daaraan werd deel genomen door den sterrekundige M. GUSSEW van Wilna, die het jaar te voren, aan de sterrewacht te Altona, het verschil had bepaald tusschen zijne persoonlijke fout en die van de sterrekundigen PETERS en PAPE. Voor iederen der waarnemers vertegenwoordigde toen de beweging van het lichtpunt die van eene ster in den Aequator, bij eene vergrooting van 100 malen. De waarnemingen werden, met eene tusschenpoozing van omtrent een half uur, gedurende ruim een uur voortgezet en in dat tijdvak werden 24 doorgangen bepaald en waargenomen. De beide slingeruurwerken werden op drie verschillende tijdstippen, met elkander vergeleken door de Heeren D. J. BROUWER, Luitenant ter zee der 1ste Kl., en P. J. KAISER, die geheel onafhankelijk van elkander en gebruik makende van verschillende tijdmeters, uitkomsten verkregen, die zelfs geen honderdste deel eener secunde van elkander afweken. Voor het verschil der slingeruurwerken werd gevonden.

Tijd op HOHWÜ Nº 15.	HOHWÜ achter KNEBEL.
9^u 4^m	6^m $17^s.77$
9 44	17.92
10 33	18.07

De toestel werd door mij geregeld. De tijdstippen der verschijnselen werden bepaald, onmiddellijk op de pendule van HOHWÜ, door den Luit. ter zee 1ste kl. J. W. BINKES en ook door mij. Meestal kwamen wij volkomen met elkander overeen. Het verschil, dat zelden $0^s.02$ bedroeg, klom slechts tweemalen tot $0^s.03$ op. Door de uitkomsten te middelen en de bovenstaande vergelijkingen der uurwerken aan te wenden, werd voor de juiste tijdstippen der doorgangen het volgende gevonden.

DOORGANG.	TIJD OP HOHWü, N°. 15.	TIJD OP KNEBEL.
1	9u 17m 30s.15	9u 23m 47s.97
2	20 47 .46	27 5 .29
3	22 29 .40	28 47 .24
4	24 13 .22	30 31 .06
5	26 0 .34	32 18 .19
6	27 49 .76	34 7 .62
7	29 42 .03	35 59 .89
8	33 34 .41	39 52 .29
9	35 35 .61	41 53 .49
10	37 44 .00	44 1 .89
11	40 5 .47	46 23 .47
12	10 5 28 .71	10 11 46 .79
13	7 31 .59	13 49 .58
14	9 31 .77	15 49 .76
15	11 34 .51	17 52 .51
16	13 38 .82	19 56 .83
17	15 45 .08	22 3 .10
18	17 52 .19	24 10 .21
19	20 2 .28	26 20 .31
20	22 10 .08	28 28 .12
21	24 19 .61	30 37 .65
22	26 32 .71	32 50 .76
23	28 52 .15	35 10 .21
24	31 26 .65	37 44 .72

De waarneming der doorgangen werd, onmiddellijk op de pendule van KNEBEL, in de collegie-kamer, volbragt door de Heeren M. GUSSEW, D. J. BROUWER, N. M. KAM en P. J. KAISER. In het schatten van onderdeelen van secunden gingen de waarnemers, natuurlijkerwijze, niet verder dan tot tiende deelen, maar enkele malen meenden zij van een half tiende deel zeker te zijn en dan werd dit in rekening gebragt. Trekt men hetgeen zij door hunne waarnemingen verkregen van de tijdstippen af, waarop de doorgangen, naar de pendule van KNEBEL, werkelijk plaats hadden, zoo heeft men, voor de persoonlijke fouten, de volgende uitkomsten.

21 Mei 1859.

DOORGANG.	PERSOONLIJKE FOUT VAN			
	M. GUSSEW.	L^T. BROUWER.	N. M. KAM.	P. J. KAISER.
1	— 0ˢ.13	— 0ˢ.03	— 0ˢ.03	+ 0ˢ.07
2	— 0.11	+ 0.09	+ 0.19	— 0.11
3	— 0.01	+ 0.14	+ 0.14	+ 0.14
4	— 0.14	+ 0.06	— 0.04	— 0.04
5	— 0.11	— 0.06	+ 0.19	+ 0.29
6	— 0.18	+ 0.32	— 0.18	+ 0.01
7	— 0.31	— 0.11	— 0.11	— 0.01
8	— 0.11	— 0.21	+ 0.19	
9	— 0.21	+ 0.09	+ 0.19	+ 0.29
10	— 0.01	+ 0.09	+ 0.19	— 0.01
11	+ 0.07	+ 0.27	+ 0.17	— 0.03
12	— 0.01	+ 0.29	+ 0.29	— 0.01
13	— 0.22	+ 0.18	+ 0.18	+ 0.28
14	— 0.14	+ 0.26	+ 0.26	— 0.14
15	— 0.09	+ 0.21	+ 0.21	+ 0.01
16	— 0.07	+ 0.33	+ 0.03	— 0.07
17	— 0.05	+ 0.00	+ 0.00	+ 0.10
18	— 0.19	+ 0.06	+ 0.16	+ 0.11
19	— 0.19	+ 0.21	+ 0.21	+ 0.21
20	— 0.08	+ 0.12	+ 0.11	+ 0.22
21	— 0.10	+ 0.20	+ 0.25	— 0.05
22	— 0.14	+ 0.26	+ 0.06	+ 0.06
23	+ 0.01	+ 0.06	+ 0.11	+ 0.21
24	— 0.08	+ 0.22	+ 0.12	+ 0.12
Midden	— 0ˢ.10	+ 0ˢ.18	+ 0ˢ.15	+ 0ˢ.08

Het is niet onbelangrijk bij deze uitkomsten die te vergelijken, welke de Heer GUSSEW, aan de sterrewacht te Altona, verkregen heeft, voor de verschillen tusschen zijne persoonlijke fout en die van de sterrekundigen PETERS en PAPE. Die uitkomsten zijn vermeld in de *Astr. Nachr.* N°. 1154, Band 49, bladz. 24, en in het aanhangsel van het werk: *Ueber die Bestimmung des Längenunterschiedes, zwischen Altona und Schwerin, von Prof.* Dr. C. A. F. PETERS.

Altona 1861, bladz. 260. De waarnemingen werden op den 3den Junij 1858, volbragt met den Meridiaancirkel aan de sterrewacht te Altona. Door elken waarnemer werd dezelfde ster aan drie draden waargenomen. Die waarnemingen werden, tot den middeldraad herleid, van elkander afgetrokken en voor de middentallen dier verschillen werden de volgende uitkomsten verkregen.

3 Junij 1858.

GUSSEW — PETERS		GUSSEW — PAPE	
m Virginis	— 0ˢ.14	*p* Virginis	— 0ˢ.02
τ Bootis	+ 0.12	τ Virginis	+ 0.43
94 Virginis	+ 0.24	τ Librae	+ 0.19
An. Virginis	— 0.02	υ Librae	+ 0.29
κ Librae	— 0.33	ξ² Librae	— 0.06
γ Sirpentis	+ 0.05	*g'* Scorpii	— 0.21
ζ Herculis	— 0.06	16 Scorpii	— 0.22
β Scorpii	— 0.57	*n* Scorpii	— 0.24
Midden	— 0.089	Midden	+ 0.020

Als men deze uitkomsten bij de vroeger medegedeelde vergelijkt, ontwaart men onmiddellijk dat het volstrekt bedrag der persoonlijke fouten te Leiden met eenen veel hoogeren graad van naauwkeurigheid wordt bepaald, dan die ook de meest geoefende sterrekundigen, bij de bepaling van het verschil hunner persoonlijke fouten, met den Meridiaancirkel, kunnen bereiken. Bij het gebruik van den toestel heeft men namelijk geenen hinder van de onzuiverheid en de onrust der lucht, die de waarneming van hemellichten uitermate kan belemmeren. De Heer KAM heeft, uit een groot aantal reeksen van waarnemingen, met den toestel te Leiden volbragt, de waarschijnlijke fout van elke bepaling, voor iederen der waarnemers, afgeleid. Het bedrag dier waarschijnlijke fout was meestal niet veel meer dan

0ˢ.05 en klom zelden tot 0ˢ.10 op. Het was, voor denzelfden waarnemer, op verschillende dagen zeer verschillend en nu eens was de een, dan weder de andere zich zelven onder de waarnemingen het meest gelijk gebleven. Op den 21sten Mei 1859 was de waarschijnlijke fout van elke bepaling:

voor	M. GUSSEW	0ˢ.057
"	Lᵗ. BROUWER	0 .095
"	N. M. KAM	0 .083
"	P. J. KAISER	0 .088
	Midden	0 .081.

De bovengemelde verschillen, te Altona waargenomen, geven voor de waarschijnlijke fout van elke bepaling:

GUSSEW en PETERS	0ˢ.175
GUSSEW en PAPE	0 .173
Midden	0 .174.

Gebruikt men andere reeksen van waarnemingen, te Altona met den Meridiaancirkel volbragt, zoo kan men voor dat werktuig gunstiger verhoudingen vinden, maar de verschillen zullen toch altijd bevreemding moeten wekken, als men in aanmerking neemt, dat te Altona elke uitkomst uit drie doorgangen werd afgeleid, terwijl elke der uitkomsten te Leiden verkregen op niet meer dan éénen doorgang rust. De verschillen tusschen persoonlijke fouten aan de sterrewacht te Greenwich bepaald, waarvan in de jaarboeken dier sterrewacht zoo talrijke voorbeelden worden aangetroffen, loopen in het algemeen niet minder uit elkander, dan die welke bepaald werden aan de sterrewacht te Altona. Het blijkt hieruit, dat de naauwkeurigheid, waarmede de Regte-opklimmingen van hemellichten worden bepaald, als daarbij de onderdeelen van secunden geschat moeten worden, ook dan wanneer dit door de meest be-

roemde en meest geoefende sterrekundigen geschiedt, nog ver beneden de eischen der tegenwoordige sterrekunde is gebleven. Het is een dwaalbegrip, dat, door de vermenigvuldiging van onnaauwkeurige waarnemingen, eene einduitkomst van eene willekeurige naauwkeurigheid kan worden verkregen. De naauwkeurigheid van elke op zich zelve staande waarneming moet worden vergroot, zoo men aan de einduitkomsten eene hoogere waarde geven wil. Wij zijn daarom dank verschuldigd aan den Hoogleeraar PETERS *) en diens te vroeg aan de wetenschap ontrukten schoonzoon PAPE †), die op nieuw en met kracht hebben bewezen, dat de naauwkeurigheid der waarnemingen, door de invoering van den galvanischen registreertoestel, aanmerkelijk wordt vergroot. PAPE bevond, dat de waarnemingen met den registreertoestel drie malen zoo veel tijds en moeite als de gewone kosten, maar dit is geen bezwaar waar het niet aan persooneel ontbreekt, om den noodigen arbeid te verrigten. Al bezat de sterrewacht te Leiden zoodanig een' toestel, zoo zoude hij nutteloos zijn, indien men het beginsel niet wil verlaten, dat aldaar één sterrekundige meer moet kunnen volbrengen, dan elders voor drie sterrekundigen mogelijk is.

Ik voor mij kan eene einduitkomst, die op acht bepalingen rust, welke 0ˢ.7 of 0ˢ.8 uit elkander loopen, geene zekerheid binnen een paar tiende deelen eener secunde toekennen, en hoezeer de verschillen tusschen de persoonlijke fouten van GUSSEW, PETERS en PAPE tot in duizendste deelen van secunden worden uitgedrukt, kan ik de verkregene uitkomst niet als iets wezenlijks beschouwen. Al bleven de persoonlijke fouten dezelfde, zoude men, vermoedelijk, op een' anderen dag, eene aanmerkelijk andere uit-

---

*) In diens boven aangehaald geschrift.

†) *Astr. Nachr.* N° 1284—1286, Band 54, bladz. 177 en vervolg.

komst verkregen hebben en ik geloof dat, in het algemeen, veel van hetgeen nu voor eene veranderlijkheid van persoonlijke fouten doorgaat, aan de wisselingen van het toeval moet worden toegeschreven. Neemt men de bovengemelde verschillen der persoonlijke fouten tusschen GUSSEW, PETERS en PAPE als iets wezenlijks aan, en veronderstelt men bovendien, dat de persoonlijke fout van GUSSEW zich in een jaar niet veranderd heeft, zoo vindt men voor het volstrekt bedrag der persoonlijke fouten bij de Heeren PETERS en PAPE, in het midden van het jaar 1858:

bij PETERS — 0ˢ.01
〃 PAPE — 0.12.

Aan de nieuwe sterrewacht te Leiden is de toestel veelvuldig gebruikt, maar meer door eerstbeginnenden ter oefening in de kunst van waarnemen, dan door geoefenden ter bepaling van hunne persoonlijke fouten. In het midden des jaars 1861 is aan de nieuwe sterrewacht te Leiden door geoefenden eene lange reeks van waarnemingen volbragt, die ik ongaarne met stilzwijgen zoude voorbijgaan, maar die van te grooten omvang is, om hier met uitvoerigheid te kunnen worden medegedeeld. Ik zal daarom alleenlijk de einduitkomst vermelden, die toen, bij elke reeks van waarnemingen, is verkregen.

De eerste verdieping van de nieuwe sterrewacht te Leiden bestaat grootendeels uit eene zaal, die bestemd is voor het gebruik van draagbare werktuigen en voor oefeningen van hen, die zich op de praktische sterrekunde willen toeleggen. Die zaal bevat de draagbare werktuigen der sterrewacht, de hulptoestellen voor het onderwijs in de populaire sterrekunde en de oude werktuigen van meerdere of mindere geschiedkundige waarde, alles herkomstig van de oude sterrewacht. Zij strekt zich uit in de rigting van het oosten en westen en heeft eene lengte van 14.3 ellen

en eene breedte van 7.2 ellen. Zoo wel aan de oostelijke als aan de westelijke zijde wordt die zaal begrensd door eene kleine meridiaankamer, die eene lengte en breedte van 2.8 ellen heeft en van meridiaanklappen is voorzien. De westelijke dier kleine meridiaankamers bevat het universaal-instrument van REPSOLD, rustende op eenen afgezonderden steenen pilaar, en het slingeruurwerk van MAHLER. De oostelijke bevat, onder denzelfden meridiaanklap, het universaal-instrument en het passage-instrument van ERTEL, benevens het slingeruurwerk van KNEBEL en daar is ook de secundenklepper van SCHMIDT opgehangen, die bij de bepaling van persoonlijke fouten wordt gebruikt. De meridiaankamers zijn door groote deuren van de zaal afgescheiden en worden die deuren open gezet, zoo ziet men van de eene meridiaankamer in de andere. De toestel wordt in de oostelijke meridiaankamer geplaatst, alwaar, met behulp van den secundenklepper, de juiste oogenblikken der verschijnselen, door een of twee waarnemers, worden bepaald. De verschijnselen worden, met behulp van kleine kijkers, hetzij op de pendule van MAHLER, hetzij op eenen tijdmeter, die onderdeelen van secunden tikt, waargenomen. Er wordt steeds zorg gedragen voor de zeer naauwkeurige onderlinge vergelijking der uurwerken en bij elke nieuwe reeks van waarnemingen wordt de toestel opzettelijk ontsteld en van nieuws aan geregeld.

De eerste verdieping der nieuwe sterrewacht bevat ook een vertrek, waarin de werktuigen der Nederlandsche Marine worden bewaard, die nu strengelijk van alles, wat tot de sterrewacht behoort, zijn afgescheiden en alleenlijk voor het personeel der Marine toegankelijk zijn. In dat vertrek is de secundenklepper van MAHLER opgehangen, met welken de tijdseinen worden gegeven en die uitsluitend voor dat doel is bestemd en ingerigt. Het onbelemmerd gebruik van den toestel voor de bepaling van persoonlijke fouten

vorderde alzoo een tweeden secundenklepper en daarom is die van SCHMIDT aangeschaft.

Tot de waarnemers van het jaar 1861 behoorde ook de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, die, gedurende anderhalf jaar, zonder bezoldiging, de taak van eenen observator heeft vervuld; die aanvankelijk medewerkte om de sterrewacht te Leiden door hare voortbrengselen te doen schitteren; om wiens aanstelling ik zoo langen tijd vruchteloos heb gesmeekt en die nu, door zijne benoeming aan het Gymnasium te 's Gravenhage, tot mijne onbeschrijflijke smart, voor de sterrekunde is verloren.

Om te kunnen beslissen of de persoonlijke fout op eene kennelijke wijze afhankelijk is van het tijdsverloop tusschen de tikken van het uurwerk, dat bij de waarnemingen wordt gebruikt, werden de waarnemingen gedeeltelijk volbragt op eenen tijdmeter die 130 tikken in de minuut maakt, gedeeltelijk op de pendule van MAHLER, die geheele secunden tikt. Bij elke reeks van waarnemingen moest een der waarnemers zich met de bepaling van de juiste tijdstippen der verschijnselen, op de pendule van KNEBEL, belasten. Dit geschiedde, bij afwisseling, nu door den eenen en dan door den anderen. De beweging van het lichtpunt vertegenwoordigde gewoonlijk die van eene ster in den Aequator, als men eene vergrooting gebruikt van 200 malen. De einduitkomsten, door elke reeks van waarnemingen verkregen, zijn in de twee volgende tabellen vermeld.

PERSOONLIJKE FOUTEN BIJ DOORGANGEN, WAARGENOMEN OP EENEN TIJDMETER DIE ELKE MINUUT 150 TIKKEN MAAKT.

1861.	WAARNEMER VAN HET TIJDSTIP.	AANTAL WAARNEMINGEN.	LT. BINKES.	BAKHUIJSEN.	KAM.	P. J. KAISER.
26 April	P. J. KAISER	10	+ $0^s.02$	— $0^s.07$	— $0^s.04$	
27 April	P. J. KAISER	20	+ 0 .13	+ 0 .11	+ 0 .07	
3 Mei	BAKHUIJZEN	10	+ 0 .05		+ 0 .03	+ $0^s.09$
3 Mei	KAM	10	+ 0 .05	+ 0 .05		+ 0 .10
3 Mei	BINKES . . .	10		— 0 .03	— 0 .06	+ 0 .07
3 Mei	P. J. KAISER	10	— 0 .01	— 0 .03	— 0 .07	
4 Mei	P. J. KAISER	10	— 0 .06	— 0 .11	— 0 .06	
4 Mei	BAKHUIJZEN	10	0 .00		+ 0 .05	+ 0 .06
4 Mei	KAM	11	— 0 .05	— 0 .12		+ 0 .01
4 Mei	BINKES . . .	10		— 0 .11	+ 0 .02	+ 0 .04
6 Mei	KAM	10	— 0 .05	— 0 .01		+ 0 .07
6 Mei	BAKHUIJZEN	10	— 0 .06		— 0 .06	+ 0 .10
7 Mei	BINKES . . .	10		+ 0 .05	+ 0 .01	+ 0 .17
	Middentallen . . .		— $0^s.00$	— $0^s.03$	— $0^s.01$	+ $0^s.08$

PERSOONLIJKE FOUTEN BIJ DOORGANGEN, WAARGENOMEN OP EEN SLINGERUURWERK DAT GEHEELE SECUNDEN TIKT.

1861.	WAARNEMER VAN HET TIJDSTIP.	AANTAL WAARNEMINGEN.	LT. BINKES.	BAKHUIJZEN	KAM.	P. J. KAISER.
7 Mei	KAM	10	— $0^s.11$	— $0^s.01$		+ $0^s.05$
8 Mei	BAKHUIJZEN	10	+ 0 .17		+ $0^s.04$	+ 0 .19
8 Mei	KAM	10	+ 0 .17	+ 0 .09		+ 0 .19
11 Mei	KAM	10	0 .00	0 .00		+ 0 .02
11 Mei	P. J. KAISER	10	+ 0 .10		+ 0 .07	
14 Mei	BINKES . . .	10		+ 0 .10	— 0 .05	+ 0 .08
14 Mei	BINKES . . .	10		+ 0 .07	— 0 .14	+ 0 .15
23 Mei	KAM	20	+ 0 .01	+ 0 .01		+ 0 .04
25 Junij	BINKES . . .	20		+ 0 .03	— 0 .01	+ 0 .09
25 Junij	KAM	20	+ 0 .03	+ 0 .07		+ 0 .06
25 Junij	BAKHUIJZEN	20	— 0 .04		— 0 .06	— 0 .06
	Middentallen . . .		+ $0^s.04$	+ $0^s.04$	— $0^s.02$	+ $0^s.08$

Ik kan hier niet in bespiegelingen treden omtrent het

wezen der persoonlijke fouten, maar ik wil toch een paar opmerkingen niet verbergen, waartoe de bovengemelde uitkomsten aanleiding geven. Het gering bedrag der persoonlijke fouten, te Leiden voor onderscheidene waarnemers gevonden, zoude aan het bestaan van zulk eene fout doen twijfelen, indien dit niet moest worden afgeleid uit de zeer aanzienlijke verschillen, tusschen persoonlijke fouten, die zich bij andere waarnemers openbaarden. Het verdient de aandacht dat de verschillen tusschen de uitkomsten voor de persoonlijke fout van elken waarnemer, uit verschillende reeksen afgeleid, veel grooter zijn zelfs dan de waarschijnlijke fout van elke op zich zelve staande waarneming. De onderlinge vergelijking der slingeruurwerken door de tusschenkomst van eenen tijdmeter kan wel, onder omstandigheden die men niet in zijne magt heeft, een paar honderdste deelen eener secunde onzeker zijn, maar de genoemde verschillen kunnen geenszins daaraan alleen worden toegeschreven. Veel meer nog echter dan de bovenstaande uitkomsten loopen die uiteen, welke te Greenwich, voor de verschillen tusschen de persoonlijke fouten van dezelfde waarnemers, zijn verkregen, als daarbij de onderdeelen van secunden bij schatting moesten worden bepaald. Het is helaas maar al te duidelijk gebleken, dat ook de meestgeoefende, bij de waarnemingen van doorgangen, aanzienlijke fouten begaat: maar indien die fouten uit een niet gelijktijdig werken van gehoor en gezigt voortvloeijen, dan moet althans een dezer zintuigen al buitengewoon grillig zijn. Men heeft reden om te vermoeden, dat de fouten, althans ten deele, geheel andere oorzaken hebben moeten, daar men te Greenwich, met den registreertoestel, die volstrekt geene gelijktijdige werking van gehoor en gezigt vordert, voor de verschillen van persoonlijke fouten, uitkomsten heeft verkregen, die niet minder dan de bovenstaande uit elkander loopen. Nu en dan heeft men te Greenwich die

verschillen, voor dezelfde waarnemers, ook op kort op elkander volgende dagen bepaald, en als voorbeelden kunnen de volgende uitkomsten dienen, aan den laatstverschenen jaargang der *Greenwich Observations* (dien voor het jaar 1860) ontleend.

1860	DUNKIN — CRISWICK.	1860	DUNKIN — CARPENTER.
Jan. 2	— 0ˢ.11	Febr. 3	— 0ˢ.17
〃 4	— 0 .09	〃 7	— 0 .15
〃 6	— 0 .20	〃 9	— 0 .14
〃 8	— 0 .02	〃 11	— 0 .02
〃 12	— 0 .16	〃 13	— 0 .21
〃 16	— 0 .08	〃 24	— 0 .08

1860	DUNKIN — CRISWICK.	1860	DUNKIN — ELLIS.
Oct. 1	— 0ˢ.22	April 1	— 0ˢ.01
〃 3	0 .00	〃 5	0 .00
〃 5	— 0 .15	〃 7	— 0 .07
〃 9	— 0 .11	〃 9	+ 0 .10

Deze verschillen zijn uit tijdsbepalingen afgeleid en rusten ongetwijfeld op een groot aantal waarnemingen. Daar de waarnemers verschillende groepen van sterren moesten gebruiken, zijn de bovengemelde verschillen niet vrij van de fouten in de Regte-opklimmingen dier sterren, maar voor tijdsbepalingen gebruikt men geene sterren, dan die wier Regte-opklimmingen naauwkeurig bepaald zijn, en was eene fout te vreezen uit die bron voortvloeijende, zoo had men de verschillen langs eenen anderen weg moeten bepalen. Er blijft alzoo bij die soort van waarnemingen nog iets weifelends en onzekers bestaan, dat zich misschien een-

maal zal oplossen in gebrek aan oefening, zelfs bij den meest geoefenden waarnemer en alzoo in het onvermogen der kunst van waarnemen.

In het jaar 1861 zijn te Leiden ook eenige onderzoekingen volbragt omtrent de persoonlijke fouten bij de waarnemingen van plotselijke verschijnselen, wier einduitkomsten ik kortelijk wil mededeelen. Door nu de eene dan de andere helft van het geolied papieren scherm met een ondoorschijnend scherm te bedekken, deed men het lichtpunt nu eens plotselijk verschijnen en dan weder plotselijk verdwijnen. De waarnemers bedienden zich allen van eenen tijdmeter, die 130 tikken in de minuut maakt, en de verkregene uitkomsten zijn de volgende:

PERSOONLIJKE FOUTEN BIJ HET WAARNEMEN VAN PLOTSELIJKE VERSCHIJNSELEN.

1861.	AARD VAN HET VERSCHIJNSEL.	AANTAL WAARNEMINGEN.	LT. BINKES.	BAKHUIJZEN.	KAM.	P. J. KAISER.	F. KAISER.
1 Julij	Verdwijnen	8	+ 0s.06		— 0s.05	+ 0s.06	
[illegible] Julij	Verdwijnen	10	+ 0 .10	+ 0s.07		+ 0 .12	+ 0s.25
[illegible] Julij	Verschijnen	10	+ 0 .23	+ 0 .21		+ 0 .27	+ 0 .41
[illegible] Julij	Verschijnen	10		+ 0 .33	+ 0 .26	+ 0 .33	+ 0 .32
[illegible] Julij	Verdwijnen	10		+ 0 .25	+ 0 .05	+ 0 .12	+ 0 .17
[illegible] Julij	Verdwijnen	10			— 0 .10	+ 0 .03	— 0 .02
[illegible] Julij	Verschijnen	10			+ 0 .08	+ 0 .07	+ 0 .20
[illegible] Julij	Verschijnen	10	0 .00	+ 0 .02		+ 0 .01	+ 0 .11
[illegible] Julij	Verdwijnen	10	+ 0 .06	+ 0 .08		+ 0 .13	+ 0 .11
	Midden . .		+ 0s.09	+ 0s.16	+ 0s.05	+ 0s.13	+ 0s.19

Zoo als het zich verwachten liet, loopen de laatstvermelde uitkomsten meer uiteen, dan die door de waarneming van doorgangen verkregen De overeenstemming is echter hier veel grooter dan bij de weinige, mij bekende, onderzoekingen, omtrent het verschil van persoonlijke fouten bij de waarneming van plotselijke verschijnselen, terwijl de on-

derdeelen van secunden door schatting moesten worden bepaald. *)

Ten slotte wil ik nog de einduitkomsten van eenige der waarnemingen mededeelen, die alhier in de laatste dagen met den toestel zijn volbragt geworden. De waarnemingen betroffen uitsluitend doorgangen, terwijl de beweging van het lichtpunt die van eene ster in den Aequator vertegenwoordigde, bij eene vergrooting van 110 malen. De waarnemingen werden, bij afwisseling, volbragt op een uurwerk, dat 130 tikken in de minuut maakt en op een ander, dat volle secunden tikt. Telkens werden de juiste oogenblikken der doorgangen bepaald door twee der waarnemers, die dan aan de waarnemingen voor de bepaling hunner persoonlijke fouten geen deel konden nemen. Tot de waarnemers behoorde de Heer A. VAN HENNEKELER, *Math. et Phil. Nat. Cand.*, die, na het vertrek van den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, aan de werkzaamheden der sterrewacht heeft deel genomen, die nu voor de sterrekunde veel belooft, maar ook weldra weder voor haar zal verloren gaan, indien ik vruchteloos om zijne aanstelling als observator zal moeten blijven smeeken.

De uitkomsten onzer jongste waarnemingen zijn de volgende.

---

*) Deze zijn de onderzoekingen, voorkomende in de *Observationes Dorpatenses*, vol. IV, pag. 47 en vol. VI, pag. 25, waarbij de op zich zelve staande uitkomsten meer of weinig minder dan eene volle secunde van elkander verschillen. BESSEL en GERLING hebben (*Kön. Beob.*, Abth. 8, bladz. 6 en *Astr. Nachr.* N° 361, Band 15, bladz. 261) niet dan de laatste einduitkomsten medegedeeld.

PERSOONLIJKE FOUTEN BIJ DOORGANGEN, WAARGENOMEN OP EENEN TIJDMETER, DIE ELKE MINUUT 130 TIKKEN MAAKT.

1862.	AANTAL WAARNEMINGEN.	LT. BINKES.	VAN HENNEKELER.	KAM.	P. J. KAISER.	F. KAISER.
10 Nov.	11	+ 0^s.07	+ 0^s.15			— 0^s.00
10 „	11			+ 0^s.15	— 0^s.05	0 .00
11 „	10	+ 0 .14	+ 0 .22			— 0 .04
12 „	10	+ 0 .11	+ 0 .15			0 .00
12 „	7			+ 0 .06	+ 0 .10	
13 „	10					— 0 .02
13 „	9	0.00	+ 0 .10	+ 0 .06	+ 0 .10	
Midden . . .		+ 0^s.06	+ 0^s.15	+ 0^s.09	+ 0^s.05	— 0^s.02

PERSOONLIJKE FOUTEN BIJ DOORGANGEN, WAARGENOMEN OP EEN SLINGERUURWERK, DAT GEHEELE SECUNDEN TIKT.

1862.	AANTAL WAARNEMINGEN.	LT. BINKES.	VAN HENNEKELER.	KAM.	P. J. KAISER.	F. KAISER.
10 Nov.	12	+ 0^s.10	— 0^s.13			— 0^s.19
10 „	11			— 0^s.03	— 0^s.04	— 0 .15
11 „	10	+ 0 .15	+ 0 .14			+ 0 .03
12 „	11	+ 0 .05	+ 0 .04			— 0 .12
12 „	8			+ 0 .10	+ 0 .11	— 0 .08
13 „	10	— 0 .05	— 0 .07			
13 „	8			+ 0 .12	+ 0 .16	— 0 .14
30 „	10	+ 0 .04	+ 0 .05		+ 0 .12	
Midden . . .		+ 0^s.06	+ 0^s.01	+ 0^s.06	+ 0^s.09	— 0^s.11

Bij de waarnemingen door mij volbragt, wier einduitkomsten in de eerste dezer twee tabellen zijn opgenomen, heb ik mij niet bediend van eenen tijdmeter, die 130 tikken in de minuut maakt, maar van eenen zakchronometer van KRILLE (N°. 1478), bij wien het aantal tikken in de minuut 150 bedraagt. Van dat uurwerk bedien ik mij, als ik doorgangen met den draden-mikrometer waar te nemen heb. Het gebruik van dat uurwerk, welks tikken zoo

schielijk op elkander volgen, vordert veel inspanning en eene onbepaalde rust, maar men kan daarmede een' hoogen graad van naauwkeurigheid bereiken, ook dan als men de onderdeelen van de tijdruimten tusschen zijne tikken bij schatting bepalen moet. Den zakchronometer van KRILLE gebruikende, verkreeg ik bij de vijf reeksen, wier einduitkomsten hier boven zijn vermeld, door alle op zich zelve staande waarnemingen de volgende uitkomsten voor mijne persoonlijke fout:

DOOR-GANG.	10 Nov.	10 Nov.	11 Nov.	12 Nov.	13 Nov.
1	+ 0s.11	+ 0s.09	+ 0s.01	+ 0s.05	— 0s.03
2	+ 0 .04	— 0 .06	— 0 .15	— 0 .02	+ 0 .05
3			+ 0 .01	0 .00	+ 0 .06
4	— 0 .12	+ 0 .09	+ 0 .01	+ 0 .11	— 0 .07
5	+ 0 .07	— 0 .21	+ 0 .06	— 0 .08	— 0 .05
6	+ 0 .16	— 0 .06	— 0 .04	+ 0 .06	— 0 .09
7	— 0 .06	— 0 .02	— 0 .13	— 0 .07	+ 0 .02
8	0 .00	— 0 .11		— 0 .07	+ 0 .09
9	— 0 .04	+ 0 .03	+ 0 .01	— 0 .05	— 0 .05
10	— 0 .11	— 0 .11	— 0 .17	+ 0 .05	— 0 .14
Midden	0s.00	0s.00	— 0s.04	0s.00	— 0s.02

Op den 10den en den 11den November verried de secundenklepper van SCHMIDT eene vrij groote onregelmatigheid in zijnen gang, van welke dat uurwerk, door de vaardigheid van Dr. P. J. KAISER, spoedig is bevrijd geworden. Die onregelmatigheid zal vermoedelijk geen' grooten invloed op de einduitkomsten uitgeoefend hebben, maar zij moest noodwendiglijk de uitkomsten, op denzelfden dag verkregen, meer uit elkander doen loopen, dan dit zonder haar het geval zoude zijn geweest. Ook komen mijne waarnemingen van den 10den en 11den November, op eene zeer kennelijke wijze, minder goed met elkander overeen, dan

die van den 12den en 13den November. Geeft men op deze bron van afwijkingen geen acht en veronderstelt men dat, voor mij, bij het gebruik van den zaktijdmeter van KRILLE, in het geheel geene persoonlijke fout bestaat, zoo vindt men voor de waarschijnlijke fout van elke der bovenstaande bepalingen, als die uit het volle 47tal waarnemingen wordt afgeleid:

0″.0576.

De waarschijnlijke fout van elke bepaling, afgeleid uit het 20tal van den 12den en 13den November, toen geene kennelijke onregelmatigheid in den gang des secundenkleppers bestond, is:

0″.0471.

De waarschijnlijke fout van elke mijner waarnemingen moet kleiner zijn dan het kleinste van de bovengemelde getallen. Mijne persoonlijke fout zal namelijk wel niet volkomen gelijk aan nul zijn, zoo als ik heb aangenomen, en bovendien hangen de gebezigde uitkomsten niet alleenlijk van mijne waarnemingen af, maar ook van de mogelijke fouten in het regelen van den toestel, van de kleine onregelmatigheden in den gang des secundenkleppers en van de onvolkomenheid der waarneming, die de oogenblikken der verschijnselen moet doen kennen. Uit deze bronnen, in vereeniging met elkander, zoude eene fout van 0s.03 of 0s.04 kunnen voortvloeijen, zoo als ons dit door opzettelijke onderzoekingen gebleken is. De Hoogleeraar PETERS heeft uit een groot aantal waarnemingen, te Altona, door vier sterrekundigen, volbragt, de waarschijnlijke fout van elke waarneming eens doorgangs afgeleid, als daarbij de gewone schatting van onderdeelen van secunden werd gevolgd, of wel de registreertoestel werd aangewend. In het eerste geval werd een uurwerk gebruikt, dat geheele secun-

den tikt en voor beide soorten van waarnemingen werden de waarschijnlijke fouten gevonden *):

op de gewone wijze . . . . $0^s.082$,
door den registreertoestel. . . . . 0.060.

Naar aanleiding van deze uitkomsten zoude men geneigd zijn te vragen, of de naauwkeurigheid der waarneming van doorgangen niet aanmerkelijk zoude worden vergroot, indien men, bij het gemis van den registreertoestel, zich in het algemeen van een uurwerk bediende, dat veel kleinere tikken dan volle secunden maakt. De tusschenkomst van zoodanig een uurwerk, dat aanhoudend bij het hoofduurwerk zoude moeten worden vergeleken, zoude zekerlijk de moeijelijkheden niet slechts der waarnemingen maar ook der berekeningen vergrooten, doch men zal zich steeds, voor de bevordering der naauwkeurigheid, nieuwe bezwaren moeten getroosten.

De toestel voor de bepaling van persoonlijke fouten is tot nu toe verdrongen door onderzoekingen, die de stichting der nieuwe sterrewacht te Leiden noodzakelijk maakte. Ik hoop dat zijn gebruik bij de aankomende sterrekundigen alhier genoeg bijval zal vinden, om weldra tot bepaalde gevolgtrekkingen, omtrent het wezen der persoonlijke fouten, te kunnen leiden.

Leiden, den 27 November 1862.

*) *Ueber die Bestimmung des Längenunterschiedes* etc., bladz. 266 en *Astr. Nachr.* N° 1154, Band 49, bladz. 29.

Fig. 1

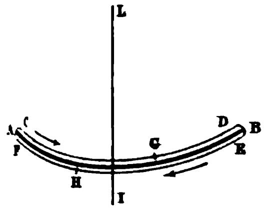
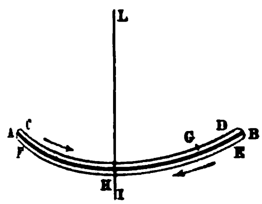


Fig. 2



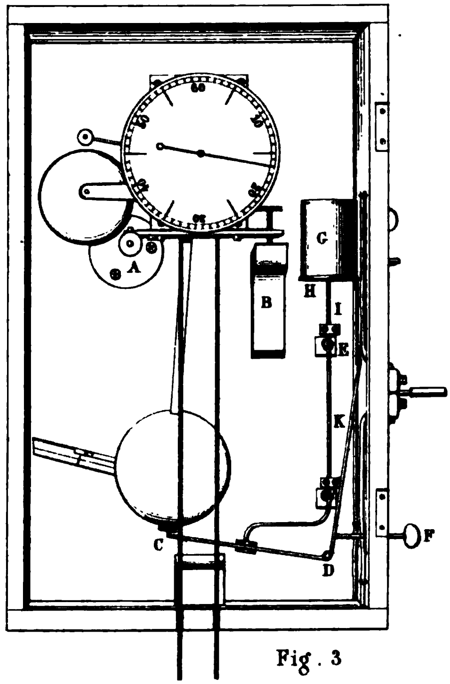


Fig. 3

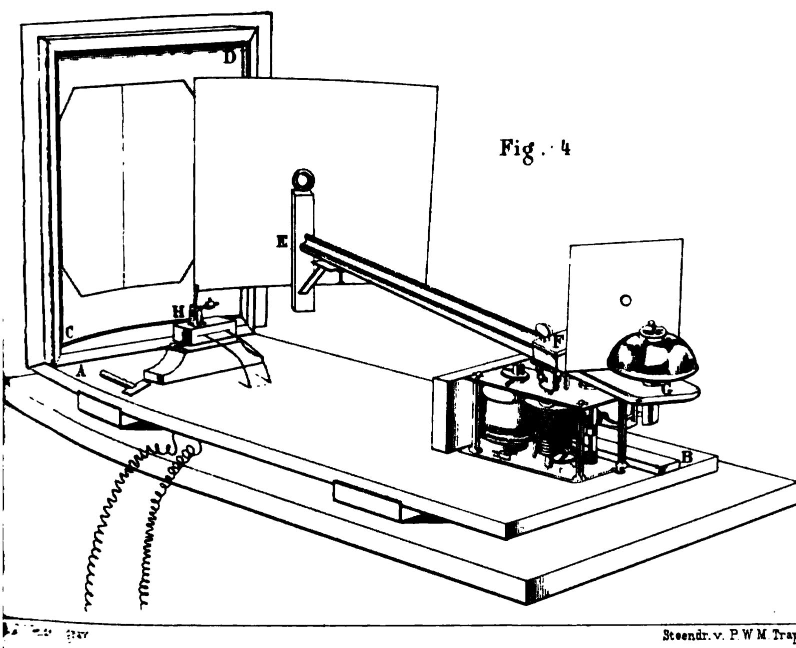


Fig. 4

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 27sten DECEMBER 1862.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, R. VAN REES, A. H. VAN DER BOON MESCH, A. W. M. VAN HASSELT, C. A. J. A. OUDEMANS, E. H. VON BAUMHAUER, J. G. S. VAN BREDA, P. J. VAN KERCKHOFF, P. BLEEKER, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, F. KAISER, P. HARTING, W. C. H. STARING, G. J. VERDAM, J. W. L. VAN OORDT, R. LOBATTO, C. J. MATTHES, J. VAN GEUNS.

De Heer MATTHES vervangt den Secretaris, door ongesteldheid afwezig. De Voorzitter opent de Vergadering en rigt een woord van welkomst aan den Heer P. J. VAN KERCKHOFF, die voor de eerste maal de zitting bijwoont.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst, wordt kennis genomen van de schriftelijke verontschuldigingen wegens afwezigheid, ingezonden door de Heeren SCHNEEVOOGT,

DONDERS, VAN DER KUN, BUYS BALLOT en VAN DER WILLIGEN.

De waarnemende Secretaris leest een brief voor van Mevrouw E. M. BRANTS geb. JORDENS, meldende het overlijden op 27 November j.l. van haren echtgenoot den Heer ANTONI BRANTS, in leven Lid der Afdeeling, en berigt dat onverwijld door hem het leedgevoel der Akademie over dat sterfgeval aan de bedroefde Weduwe betuigd is geworden.

Vervolgens komen ter tafel brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 2 December 1862, N°. 159, 5e Afdeeling); 2°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 9 December 1862, Topographisch Bureau, N°. 24 B.); 3°. Minister van Koloniën ('s Gravenhage, 1 December 1862, Lett. AA2 en B N°. 8); 4°. G. P. BOND, Director of the Observatory of Havard College (Cambridge Mass., 4 November 1862); 5°. RAFN, Secretaris der Société des Antiquaires du Nord (Kopenhagen, 6 October 1862); 6°. C. HOLST, Secretaris der Koninklijke Universiteit te Christiania (Christiania, 31 October 1862); 7°. Observatoire Physique Central de Russie (St. Petersburg, 1 Augustus 1862); 8°. Archivarius der Société Vaudoise des Sciences Naturelles te Lausanne (October 1862).

Waarop het gewone besluit tot schriftelijke dankzegging en plaatsing in de boekerij valt.

Worden gelezen brieven van dank voor ontvangen werken der Akademie van de volgende Heeren: 1°. J. C. HORCH, Bibliothekaris van Z. K. H. den Prins van Oranje ('sGravenhage, 23 December 1862); 2°. W. C. BACKER, namens Curatoren van het Atheneum Illustre (Amsterdam, 22 November 1862); 3°. GUNNING, Secretaris van het Provinc. Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, December 1862); 4°. A. VAN NAAMEN V. EEMNES, Secretaris van de Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van Prov. Welvaart (Zwolle, 5 December 1862); 5°. Secretaris der Royal Society te Edinburg (Edinburg, 11 November 1862). — Aangenomen voor berigt.

Op eene schriftelijke aanvrage door de Directie van het „Historische Verein für Steiermark" tot geregelden ruil van uitgegeven werken, wordt besloten de inwilliging van dat verzoek ter beslissing over te laten aan den algemeenen Secretaris.

Wordt gelezen een brief van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken ('sGravenhage, 17 Dec. 1862, N°. 118, 3de Afd. Waterstaat), waarbij onder dankbetuiging voor het overgelegde Vierde Vervolg op het Verslag over *de verzakking te Nijmegen*, 1862 25 Exemplaren ook van dit vervolg verzocht worden. — Aan dat verlangen zal worden voldaan, zoodra de druk daarvan, waarmede reeds een aanvang werd gemaakt, voltooid is.

De waarnemende Secretaris rapporteert, dat voor de *Verslagen en Mededeelingen* door de Commissie van Redactie zijn aangenomen geworden de in hare handen gestelde Bijdragen van de Heeren BLEEKER en KAISER, die alzoo ter perse zullen worden bevorderd

---

Is ingekomen en aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen* eene beschrijving en afbeelding van eene nieuwe soort van *Abramis* uit de omstreken van Leiden door den Heer P. BLEEKER. — Zal verzonden worden naar de Commissie van Redactie.

Gelijk besluit valt op twee stukken door den Heer F. C. DONDERS ingezonden en aangeboden, als een van hem zelven, getiteld: *Refractie-anomaliën, oorzaken van Strabismus*, en een ander van den Heer Dr. P. Q. BRONDGEEST, assistent aan het Physiologisch Laboratorium te Utrecht, *Over eene nieuwe methode om het aantal en den duur der hartslagen te registreren.*

Nog zijn ontvangen brieven van de Heeren P. en C. VAN DER STERR (Amsterdam en Helder, d.d. 8 Dec. 1862), ten geleide van Tabellen van waargenomen waterhoogten. — Deze worden in handen gesteld van de Commissie tot onderzoek van de daling van Nederlands bodem.

De Heeren VAN DER BOON MESCH en STARING brengen het volgende rapport uit over de steentjes

van den waterval te Imatra, omtrent wier aard en afkomst de Heer LEEMANS door de afdeeling wenschte te worden voorgelicht.

De Heer Dr. C. LEEMANS, Directeur van het Rijks-Museum van Oudheden te Leiden, heeft, met eene missive van 20 November l.l., aan de Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen twee steentjes toegezonden, ontvangen van wijlen den Hoogleeraar J. ACKERSDIJK, en afkomstig uit den waterval Imatra, niet ver van Wiborg in Finland, en hij wenschte met den aard en de afkomst dezer steentjes bekend te worden gemaakt.

De Natuurkundige Afdeeling heeft de ondergeteekenden in de Vergadering van den 29sten November verzocht, de bedoelde voorwerpen te onderzoeken en daarover schriftelijk verslag uit te brengen.

Het is ons gebleken, dat de beide steentjes geene zoogenaamde oudheden zijn, maar natuurvoortbrengselen, bekend onder den naam van *Marlekor*, reeds door de Zweedsche Mineralogen in de 17de eeuw, *Marleker*, *Mallickor* of *Näckebrojd* genoemd. In vorm naderen zij die, welke beschreven en afgebeeld zijn, en uit het qualitatief scheikundig onderzoek van de geringe hoeveelheid stof, die van de voorwerpen mogt genomen worden, is het ons gebleken dat zij, even als de elders onderzochte, bestaan uit mergel, die rijk is aan koolzuren kalk

Soortgelijke voorwerpen zijn in de zeer verschillende vormen van kleine voorwerpen uit het dagelijksch leven in de onderscheidene deelen van Zweden, aan de beddingen der rivieren en aan de zeekusten, gevonden, en behalve door Zweedsche natuuronderzoekers, in lateren tijd door PARROT, EHRENBERG en AXEL ERDMANN onderzocht, beschreven en gedeeltelijk afgebeeld. Gelijksoortige dusgenaamde nieren zijn ook in sommige deelen der krijtformatie, in den

lias-mergelschiefer, in de London-klei, in plastische klei nabij Parijs, in kleisoorten der tertiaire formatie, in den schieferthon der steenkolen en Jura-formaties in Frankrijk en elders gevonden.

Daar de bedoelde voorwerpen beschreven zijn in de *Mém. de l'Acad. Imp. des Sciences de St. Petersbourg*, Tome III, 1840, pag. 297, 426, in het *Bericht über die Verhandl. der K. Preuss. Akad. der Wissenschaften zu Berlin*, 1840, S. 136, en in het *Neues Jahrbuch für Min., Geogn. Geol. und Petref.-Kunde*, herausgeg. von Dr. K. C. VON LEONHARD und Dr. H. G. BROWN, Jahrg 1850, S. 34, en 1861 S. 304, achten wij het onnoodig hier in meer bijzonderheden te treden.

Wij stellen aan de Vergadering voor de beide *Marlekors* aan den Heer Dr. LEEMANS terug te zenden, met een afschrift van dit Verslag en met dankzegging voor het in de Afdeeling gestelde vertrouwen.

De Vergadering vereenigt zich met deze conclusiën.

De Heer VAN DER BOON MESCH spreekt over eene kleurstof uit Japan.

Spreker heeft van een zijner bekenden een klein boekje, uit Japan afkomstig, ontvangen, waarin het papier geheel goudkleurig groen met metallieken glans gekleurd, en alzoo met eene verwstof in eene zeer dunne laag bedekt is. Droog heeft deze kleurstof de aangeduide groene kleur, vochtig daarentegen is zij schoon rood. In dit opzigt kwam zij alzoo overeen met de anilin-kleurstoffen, sedert 1858 bekend geworden. Het was dus uit meer dan één oogpunt van belang te achten, den aard dezer kleurstof te bepalen,

daar dit boekje reeds vóór vele jaren uit Japan was medegebragt, en het dus mogelijk was, dat hetgeen de wetenschap in de laatste 5 jaren in Europa heeft ontdekt door empyrie vóór vele jaren reeds in het Oosten bekend was.

De genomene proeven werden kortelijk vermeld, en uit dat onderzoek komt Spreker tot het besluit, dat deze Japansche kleurstof uit de bloemblaadjes van den *Carthamus tinctorius* bereid en *Carthamine* is. Hij vergelijkt haar met de kleurstoffen de *Fuchsin* of *Rosanilin*-verbindingen, het *Murexid* en het *Isopurperzuur*, die in ééne eigenschap met de Japansche kleurstof overeenkomen, en toont het onderscheid aan tusschen deze vier kleurstoffen.

Nu was een historisch onderzoek noodzakelijk, of men op Japan de safflor of *Carthamus tinctorius* kende, en hiervoor riep spreker de onmisbare hulp in van ons medelid der Akademie, den Leidschen Hoogleeraar Dr. J. HOFFMANN, Tolk der Regering voor het Japansch. Uit het onderzoek bleek, dat de Chineesche reiziger TSCHANG KIÊN het zaad van den *Carthamus tinctorius* uit het Westen naar China gebragt heeft, en deze leefde in het midden der 2de eeuw vóór Christus' geboorte. Deze plant komt dan ook voor in de *Flora Japonica* van THUNBERG, in de geschriften van E. KAEMPFER, en in de *Noms indigènes d'un choix de plantes du Japon et de la Chine, déterminés d'après les échantillons de l'Herbier des Pays-Bas*, par M.M. J. HOFFMANN et H. SCHULTES, N°. 122.

De Spreker deelt eindelijk mede wat er in Japansche schrijvers over het gebruik dezer plant voorkomt, en tot welke einden de Japanezen deze kleurstof, op eene merkwaardige wijze uit de plant afgezonderd, in hunne industrie en in het dagelijksch leven bezigen. Een en ander wordt door de verschillende kleurstoffen, door een Japansch geschrift over de planten en door voorwerpen, ook uit Japan afkomstig, opgehelderd. Eene mededeeling over dit

onderwerp zal de Spreker plaatsen in het door hem uitgegeven Tijdschrift.

De Heer KAISER draagt een voorloopig Verslag voor van *de waarnemingen omtrent de planeet Mars, bij haren tegenstand in den jare* 1862, volbragt aan het Observatorium te Leiden, welken arbeid hij tevens aanbiedt voor de *Verslagen en Mededeelingen*. — Verzending naar de Commissie van Redactie.

Bovendien laat de Heer KAISER teekeningen van de planeet Mars, bij verschillende standen, ter bezigtiging rondgaan. In de Vergadering wordt de wensch geuit, dat ook deze afbeeldingen in de *Verslagen en Mededeelingen* eene plaatsing vinden. De Heer KAISER geeft echter te kennen, dat zulks voor als nog bezwaar zou hebben, daar ze zouden dienen vergezeld te gaan van een uitvoerig opstel, dat nog niet gereed is.

De waarnemende Secretaris leest een opstel voor van den Heer VAN DER WILLIGEN met het opschrift *Nog iets over electrische ringen,* bestemd voor de *Verslagen en Mededeelingen.* — Het zal aan de Commissie van Redactie verzonden worden.

Daar niemand iets meer voor te stellen heeft, worden de notulen geresumeerd, en sluit de Voorzitter de Vergadering.

NOG IETS

OVER

ELECTRISCHE RINGEN.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

1. In POGGENDORFF's *Annalen* N° 10 van dit jaar beschrijft de Heer BUTTEL proeven over jodiumfiguren, met behulp van electriciteit verkregen. Dit bragt mij op nieuw tot de electrische ringfiguren. Hoewel ik nu met betrekking tot die jodiumfiguren niets vond, dat ik der mededeeling waard acht, kwam ik daardoor toch tot eene proef, die ik nader wil beschrijven. Neem, namelijk, een dun geel koperen plaatje, van ongeveer drie centimeters in het vierkant en aan den eenen kant goed glad geschuurd of gepolijst; leg dit plaatje met zijn ongeschuurden kant horizontaal op een grooter metalen plaat, die met de niet geïsoleerde pool van een inductieklos van RHUMKORFF in geleidend verband staat; breng boven op het gepolijste plaatje eene laag gedestilleerd water, 1 of 2 mill. dik (het water daarvoor heb ik uit het chemisch laboratorium bekomen); breng dan eene gewone naald in metallisch verband met de geïsoleerde pool van den inductieklos en stel haar verticaal, met de punt op omtrent een millimeter af-

stand, boven de wateroppervlakte. Zoodra dan de stroom doorgaat en de inductie-vonk overgaat terwijl de naald negatieve pool is, ontwikkelen zich op de koperen plaat schoone ringen, wel een centimeter in middellijn en meer, overeenkomende met de bekende ringen van NOBILI. Deze ringen zijn zuiver door oxydatie van het koper voortgebragt en geven de opvolgende kleuren van NEWTONS schaal; onder water gezien zijn zij prachtig van kleur; wanneer zij eenigen tijd aan de lucht hebben gelegen, zijn de kleuren bij schuin opvallend licht nog zeer goed waar te nemen, maar toch door bijgekomen oxydatie reeds eenigermate verduisterd. — Wanneer de naald positieve pool is komt er op de plaat niets voor den dag; de inductievonk gaat geregeld over, maar van eene inwerking op de plaat is niets van belang waar te nemen. Na lang voortgezette overvoering der electriciteit ontstaat er wel eens een zwart vlakje, dat uit afgevallen stukjes oxyd van de naald mag bestaan. Eene geringe onzuiverheid van het water door joduretum potassii scheen mij de oorzaak, waardoor ik enkele malen gasbelletjes zoowel van waterstof als van zuurstof op de koperplaat zag ontwikkelen, juist zoo als de electrolytische doorgang der electriciteit eischte.

2. Deze ringen leeren nu door analogie, ten aanzien van de ringen van GROVE, waarover ik vroeger handelde, dat ook deze louter een effect zijn van oxydatie en dat men bij hunne verklaring geenszins de wijze van voorstelling behoeft, die door RIESS werd uitgedacht: al dat immers de ééne electriciteit uit eene punt uitstroomt, daardoor is de ongelijknamige, die van de andere zijde komt, nog niet gehouden, om wanneer haar eene geheele vlakte ten dienste staat van een enkel punt uit te gaan; integendeel deze zal langzaam in intensiteit afnemende van al grooter en grooter cirkels uitgaan rondom het punt, dat verticaal onder de punt der naald ligt. Zoo ook zal bij de vorming der

Grovesche ringen de electriciteit onder de negatieve naald van cirkels op de koperplaat uitgaan, en hierin ligt de naaste oorzaak waarom bij die ringen ook oxydatie*cirkels* ontstaan.

Verder, dunkt mij, wordt door deze proef de vraag omtrent de wijze van overgang der electriciteit door gassoorten en dampen al vrij volkomen toegelicht. Immers, wanneer de electrische vonk van de naald uitgaande en reikende tot aan de waterlaag zich als eene metaal-electrode tegenover de vloeistof gedraagt, kan er wel geen twijfel zijn, of in de lucht handhaaft die naald ook haar zelfdê karakter als electrode en zal dus daarin evenzeer eene polarisatie der deeltjes en eene verdeeling of scheiding der middenstof ten aanzien der beide electriciteiten, overeenkomende met de scheiding bij electrolyse, bewerken. Steeds zal dus de overgang der inductievonk door gassoorten en dampen met electrolyse of daarmede overeenkomende afscheiding der elementen gepaard gaan, en de ringen van GROVE zijn het zuivere product van zulk een proces, voor zoo ver zij onder de negatieve naald worden gevormd; de ringen onder de positieve punt zijn dan een gevolg van de overvoering of wegvoering van stof gepaard met eene plaatselijke verwarming. Derhalve bestaat er niet alleen overeenstemming tusschen de hier beschreven ringen en die van GROVE, voor zoo ver beide door oxydatie ontstaan, maar ook nog in de wijze waarop zij worden voortgebragt, namelijk door polaire verdeeling der middenstof.

Bij den overgang der inductievonk wordt dus de middenstof geëlectrolyseerd of polair verdeeld: stikstof en waterstof worden uit de lucht of den daarin zwevenden waterdamp aan de negatieve pool opgehoopt of afgescheiden en de zuurstof daarentegen aan de positieve verzameld.

3. Maar er valt bij deze ringen nog iets anders waar te nemen, dat ik van het hoogste gewigt acht. Vooral

wanneer de vonk meer als een rustige stroom overgaat, zoo als bij het pluimlicht plaats heeft, waarbij de punt der negatieve naald in gloed geraakt, kan men in het donker, verticaal langs de naald op de watervlakte ziende of wel horizontaal langs die wateroppervlakte, waarnemen hoe die stroom, van de negatieve naald uitgaande, met een rond schijfje van wel een halven centimeter middellijn als met eenen voet op de watervlakte steunt; nu en dan ziet men slechts een enkel sprankje of vertakt vonkje, als van eene heterogene natuur met dien voet, over dat schijfje heen slaan. Wanneer de naald daarentegen positief is, zal men, op dezelfde wijze langs haar naar beneden of langs de watervlakte ziende, op de oppervlakte van het water evenzeer een soort van schijfje waarnemen, maar dat veel onzuiverder afgerond is, eene andere tint heeft en duidelijk uit de zamenvoeging van eene menigte stralen of takjes en spranken bestaat, terwijl voortdurend in allerlei rigtingen sprankjes en vertakte vonkjes over het schijfje heenslaan. Deze beide vormen zijn in hunne grootste zuiverheid die vormen der inductievonk tegen water, waarop DUMONCEL en REITLINGER de aandacht hebben gevestigd, en waarvan de laatste partij trekt ter verklaring der figuren van LICHTENBERG; men behoeft het onderscheid in voorkomen van deze schijfjes maar goed op te vatten, om terstond te bemerken, dat hier eene sprekende overeenkomst is met die figuren en om te komen tot het resultaat, dat ook deze figuren een gevolg moeten zijn van een specifiek verschil in voortplanting, dat aan beide electriciteiten eigen is.

Er laat zich nog een punt omtrent dit eigenaardig licht van den electrischen stroom aanstippen: namelijk, het licht rondom de negatieve naald is blaauw-violet, de stroom die daarvan uitgaat rood en evenzoo de schijf of voet rozenrood. Het licht, dat van de positieve naald uitgaat, is rood

en de stralen, die het schijfje vormen en zich daar buiten verlengen, evenzeer rozenrood of oranje. Wanneer men echter in dit laatste geval, dat is waarin de naald positief is, naauwkeurig toeziet, dan bemerkt men, dat binnen die stralen als ware het onder hunne zamenvloeijing nog een klein blaauwviolet schijfje op de watervlakte drijft. Dus overal het dualisme van blaauw negatief licht en van rood positief licht; de eigenaardige tinten of kleuren van dit licht zijn echter afhankelijk van de natuur der middenstof.

Wanneer de naald in het water reikt, kan men veel gemakkelijker, wanneer zij negatief is, vonken tusschen naald en plaat verkrijgen, dan wanneer zij positief is. Bij die vonken ontstaat dan eene ontwikkeling van damp of gasbelletjes en daar zal dan wel die ontleding zonder eigenlijke polaire afscheiding, zonder polariteit of liever zonder regelmatige electrolyse, bij plaats hebben, waarop WOLLASTON de aandacht vestigde.

Wanneer men in plaats van water olie gebruikt, wordt deze eenvoudig links en regts weggestoten; de vonk baant zich een weg en springt op eenig punt van de plaat over; blijkbaar is dus het water minder isolator dan olie; en de olie geleidt te slecht om den doorgang der inductievonk in haar toe te laten. Terpentijn enz. en soortgelijke andere vloeistoffen heb ik niet beproefd: de te erlangen resultaten laten zich gemakkelijk genoeg vooruitzien.

Als eene bijzonderheid wil ik nog wijzen op de snelle verdamping, die aan de wateroppervlakte plaats grijpt; zoo lang de inductievonk doorgaat ziet men damp ontwikkelen, die zeer goed waargenomen wordt, wanneer zij verder van het punt van uitgang weêr op de koperoppervlakte neerslaat. Dat het water warm wordt laat zich na de proef gemakkelijk waarnemen.

4. Wanneer men, bij negatieve naald, het roode schijfje, dat op de wateroppervlakte zweeft, naauwkeurig beschouwt,

dan komt het mij althans voor, dat de grootte van dat cirkeltje tevens de uitgestrektheid bepaalt, waarover de electriciteit zich op de wateroppervlakte verbreidt; de grens van dat cirkeltje is mij veel te scherp geteekend om nog aan een overgang van lichtende tot niet lichtende electriciteit te denken, of aan te nemen dat de electriciteit zich ook buiten dat cirkeltje nog uitbreidt, maar te zwak van intensiteit zoude zijn om nog licht te kunnen geven, terwijl dan het cirkeltje die punten zou omvatten, waar de electriciteit nog intensiteit genoeg bezit om licht te wekken; daartoe is mij ook de sterkte van het licht nog over het geheele schijfje veel te gelijkmatig. Neemt men echter eenmaal aan, dat deze voorstelling juist is, dan valt het terstond in het oog, dat de ringen op het koperen plaatje veel grooter zijn dan de doorsneden, die men zich daar ter plaatse in den kegel kan denken, die door de punt der naald en het schijfje werd gebragt. Als wij dan van electriciteitsstralen spreken als lijnen die van de punt der naald uitgaande door eenig punt van het schijfje gaan, en eene vergelijking maken tusschen deze stralen en lichtstralen, dan zoude men kunnen zeggen: die electriciteitsstralen worden hier gebroken als gingen zij over uit eene meer brekende middenstof in eene minder brekende; en dan zoude ten aanzien van electriciteit de lucht als slechter geleidende middenstof als sterker brekende stof en het beter geleidende water als minder brekende stof moeten worden aangemerkt. Een en ander is echter louter eene wijze van voorstelling, waaraan ik voor het oogenblik geen gewigt hecht.

Deventer, 22 December 1862.

BESCHRIJVING EN AFBEELDING

VAN EENE

NIEUWE SOORT VAN BRAMA (*ABRAMIS*)

UIT DE OMSTREKEN VAN LEIDEN.

DOOR

P. BLEEKER.

Brama isognathus Blkr. Tab.

Bram. corpore oblongo compresso, altitudine 3 in ejus longitudine cum, $2\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine absque pinna caudali; latitudine corporis 3 in ejus altitudine; capite obtusiusculo $5\frac{1}{2}$ circiter in longitudine corporis cum, $4\frac{1}{4}$ circiter in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{12}$ circiter, latitudine capitis $1\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine; oculis diametro 3 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{2}$ circiter in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ distantibus; linea rostro-dorsali rostro et nucha convexa, vertice concava; linea interoculari valde convexa; poris vertice utroque latere conspicuis biseriatis, serie externa 4 ad 6, serie interna magis antrorsum perforatis 3; regione supranasali poris aliquot conspicuis uniseriatis; naribus ante oculi partem superiorem perforatis, orbitae magis quam rostri apici approximatis, anterioribus rotundis patulis, posterioribus valvula claudendis; rostro obtusiusculo convexo oculo breviore apice ante medium ocu-

lum sito; osse suborbitali anteriore pentagono, aeque alto circiter ac longo, marginibus inferiore et lateralibus inferioribus convexiusculis marginibus superioribus rectiusculis in angulum acutum naribus approximatum unitis; osse suborbitali 2' oblongo-tetragono antice quam postice altiore osse suborbitali 1° duplo circiter humiliore; osse suborbitali 3° convexitate ejus maxima oculi diametro triplo circiter graciliore; maxillis ore clauso *aequalibus*, superiore mediocriter protractili paulo ante oculum desinente 4 in longitudine capitis symphysi non emarginata, inferiore subcochleariformi symphysi tuberculo nullo; labiis mediocribus; sulco infralabiali utroque latere usque ad symphysin fere sese extendente; dentibus pharyngealibus uncinato-compressoriis facie masticatoria crenulatis 2.4/4.2; operculo latitudine 2 in ejus altitudine, margine inferiore convexiusculo; osse scapulari triangulari acutiusculo; squamis medio dimidio libero vulgo et dimidio basali e centro communi radiatim striatis, striis parcis; squamis mediis lateribus quam ceteris majoribus, obliquis (angulo marginis liberi inferiore ante angulum superiorem sito), 44 in linea laterali, 15 in serie transversali absque ventralibus infimis quarum 9 supra lineam lateralem, 20 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem, ventralibus inferioribus longitudinaliter tri- ad quinque-seriatis iis serie media mediis quam ceteris majoribus; dorso ante pinnam compresso obtuse carinato nucham versus rotundato; ventre ante pinnas ventrales plano, post pinnas ventrales sat acute carinato; cauda altitudine 2 fere in longitudine capitis; pinna dorsali caudali multo magis quam capiti approximata, supra initium pinnae analis circiter desinente, basi alepidota, multo sed minus duplo altiore quam basi longa, altitudine $1\frac{3}{4}$ circiter in altitudine corporis, acuta, vix emarginata; pinnis pectoralibus acutis ventralibus non multo longioribus longitudine caput aequantibus, ventrales fere attingentibus;

ventralibus acutis analem non attingentibus; anali basi vagina squamosa humili, sat multo longiore quam antice alta, capite vix breviore, antice corpore plus duplo humiliore, acuta, leviter emarginata; pinna caudali profunde incisa lobis acutis subaequalibus $4\frac{1}{2}$ circiter in longitudine totius corporis; colore corpore superne nitente coerulescente-viridi inferne argenteo vel margaritaceo; iride flavescente margine orbitali fusco arenata; pinnis roseo-albidis vel flavescentibus, imparibus marginem versus plus minusve fusco arenatis.

B. 3. D. 3/8 vel 3/9. P. 1/16. V. 1/8 vel 1/9. A. 3/15 vel 3/16. C. 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Lugdun. Batav. in flum. Rheno.

Longitudo speciminis unici 220‴.

Aanm. Het geslacht Brama werd reeds door KLEIN in zijne Miss. Pisc. opgesteld naar aanleiding van de gewone blei of brasem. Later gaf BLOCH denzelfden naam aan een geheel ander geslacht van visschen. Die van KLEIN echter het prioriteitsregt hebbende, zal hersteld behooren te worden en die van BLOCH veranderd. De naam van Abramis dezelfde generische beteekenis hebbende als die van Brama zal dienen te vervallen.

Onder de thans bekende soorten van Brama of Abramis zijn er verscheidene, bij welke de aarsvin minder dan 20 stralen heeft, zoo als Abramis Buggenhagii, Abramis persa, Abramis erythropterus, Abramis Leuckartii en Abramis tenellus, maar geen dezer soorten kan dezelfde zijn als de onderwerpelijke, welke zich voldoende er van onderscheidt door hoog ligchaam, geheel vorenstaanden bek, gelijke lengte der kaken bij gesloten bek, de formule der schubben = $44 + 15 \left(\begin{matrix}9\\1\\5\end{matrix}\right)$, der vinstralen (= D. 3/8 vel 3/9. P. 1/16. A. 3/15 vel 3/16) en der keelgatstanden (= 2.4/4.2), het gekarteld of gekerfd zijn van de kaauwvlakten dier tanden,

de betrekkelijke grootte van kop en oogen en de betrekkelijke hoogte, lengte en gedaante der vinnen, enz.

Het laat zich niet denken, dat deze soort het eerst door mij zou zijn waargenomen, maar wel dat zij door vroegere waarnemers niet van Brama blicca of Brama bjoerkna is onderscheiden. Intusschen is het opmerkelijk, dat ik haar niet heb teruggevonden onder de zeer talrijke voorwerpen van verschillende geslachten, leeftijden en varieteiten, welke in het Museum van Natuurlijke historie te Leiden van Brama blicca bewaard worden.

Eene naauwkeurige afbeelding der soort is hier bijgevoegd.

Leiden, Oktober 1862.

[illegible] BRAMA ISOGNATHUS, Blkr.



BLEEKER over BRAMA ISOGNATHUS, Blkr.



VERSL. & MEDED. D. AFD. NATUURK. DEEL. XV.

DESCRIPTION

DE

QUELQUES ESPÈCES NOUVELLES DE

CYPRINOÏDES DU CEYLAN.

PAR

Mr. P. BLEEKER.

Garra (Garra) ceylonensis Blkr.

Garr. corpore elongato compresso, altitudine 6 ad 7 in ejus longitudine, vix altiore quam antice lato, postice valde compresso; capite paulo latiore quam alto, acutiusculo, convexo, $5\frac{2}{3}$ ad $6\frac{1}{5}$ in longitudine corporis cum, $4\frac{1}{2}$ ad 5 in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ in ejus longitudine; oculis superis, lineae frontali approximatis, diametro 3 et paulo ad $3\frac{2}{5}$ in longitudine capitis, diametro 1 ad 1 et paulo in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{2}$ circiter distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tegente apertura subcirculari; linea rostro-dorsali ubique convexa; linea interoculari convexiuscula; naribus orbitae magis quam rostri apici approximatis, posterioribus patulis valvula claudendis, anterioribus margine elevato semitubulatis; rostro carnoso, oculo longiore, convexo, subconico, longe ante os prominente,

16*

antice lateribusque poris conspicuis obsito, lateribus non lobato, parte ejus inferiore semilunari plano glanduloso, velo praemaxillari labium superius occultante margine libero subsemilunariter curvato papillis conicis obtusis confertis crenulato; osse suborbitali anteriore trigono, minus duplo longiore quam alto, apice rotundato antrorsum spectante margine posteriore basali subverticali emarginato vel angulato; osse suborbitali 2° elongato-gracili plus duplo longiore quam alto, antice quam postice multo altiore; ossibus suborbitalibus 3° et 4° gracillimis; cirris rostralibus cirris supramaxillaribus longioribus et crassioribus oculi diametro paulo brevioribus; rictu infero, ore aperto parallelogrammico, ore clauso fissuram transversam parum antrorsum curvatam rostri latitudine vix breviorem efficiente; labio superiore gracili ante maxillam superiorem pendulo margine integro nec papillato nec crenulato; maxilla superiore acie cartilaginea parum curvata, valde deorsum protractili; maxilla inferiore symphysi postice tuberculo parum elevato, ante symphysin late cartilaginea acie truncata vel leviter curvata; labio inferiore cum rostri margine libero continuo, latissimo, in discum rotundum medio callosum postice liberum evoluto, disco antice sulco transverso a labii parte anteriore distincto; sulco inframaxillari utroque latere simplice longitudinali isthmo latissimo a sulco lateris oppositi remoto; operculo duplo circiter altiore quam lato, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus cochleariformibus aggregatis 2.4.5/5.4.2 apicem versus compressis facie masticatoria leviter excavatis; osse scapulari gracili obtusissimo; linea dorsali convexa; linea ventrali rectiuscula; ventre ante anum plano; squamis subverticalibus, lateribus antice quam cetero corpore paulo majoribus, dimidio libero et dimidio basali longitudinaliter striatis centro vulgo reticulatis, 34 vel 35 in linea laterali, 12 in serie transversali

(ventralibus infimis inclusis) quarum $4\frac{1}{2}$ (5) supra lineam lateralem, 10 vel 11 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem, ventralibus infimis longitudinaliter 5-ad 7-seriatis postrorsum magnitudine sensim accrescentibus, serie media iis seriebus lateralibus paulo majoribus; linea laterali rectiuscula antice tantum declivi basi pinnarum ventralium paulo magis quam lineae dorsali approximata, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam non attingente ad superante notata; pinna dorsali sat longe ante pinnas ventrales incipiente et longe ante pinnam analem desinente, basi alepidota, acuta, paulo emarginata, corpore vix ad sat multo altiore, sat multo altiore quam basi longa; pinnis pectoralibus subrhomboideis obtusis 6 ad $6\frac{1}{2}$, ventralibus acutiuscule rotundatis $6\frac{1}{2}$ ad 7 in longitudine corporis, pectoralibus ventrales non, ventralibus analem non attingentibus; anali basi vagina squamosa humili inclusa, acuta, leviter emarginata, dorsali paulo humiliore et duplo fere breviore, duplo circiter altiore quam basi longa, radio simplice tertio gracili toto cartilagineo; caudali basi squamosa profunde emarginata, lobis acutis aequalibus $4\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine corporis; colore corpore superne violascente-olivaceo, lateribus dilutiore, inferne margaritaceo; iride violascente margine orbitali et margine pupillari aurea; vittis corpore utroque latere cephalo-caudalibus fuscis 6 vel 7, mediis quam ceteris latioribus et profundioribus; junioribus squamis lateribus antice plurimis macula oblonga verticali nitide viridi; pinnis membrana roseo-hyalinis, radiis plus minusve violascentibus.

B. 3. D. 4/8 vel 4/9. P. 1/14. V. 1/8. A. 3/5 vel 3/6. C. 8/17/8 vel 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Ceylon (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo 3 speciminum 87''' ad 125'''.

Rem. L'espèce typique de la division générique, que

HAMILTON BUCHANAN a nommée Garra, étant un Discognathus, d'après la définition que HECKEL a donné de ce genre, ce dernier nom peut être considéré comme synonyme de celui de Garra. Je suis maintenant d'avis que mes genres Discognathichthys et Lissorhynchus doivent être réunis avec le genre Garra et qu'on peut considérer au plus, comme appartenant à un sousgenre particulier, les espèces qui n'ont que deux barbillons, comme le Discognathus variabilis Heck., pour lesquelles on pourraît alors conserver comme nom sousgénérique celui que HECKEL a proposé.

/ Je n'ai pu examiner des espèces de Garra qu'après mon retour en Europe. Les espèces du Musée de Leide (Discognathus variabilis Heck., Discogn. rufus Heck., Discogn. obtusus Heck., Discogn. crenilabrus Heck. et l'espèce actuelle) ont toutes le bord libre du museau crénelé, et le sillon transversal du dessus du museau est trop peu marqué dans les espèces où il existe, pour qu'on puisse y attacher une valeur générique. D'un autre côté le nombre des barbillons paraît être sujet aux mêmes variations que dans les genres voisins, le Discognathus variabilis Heck. n'en montrant que les deux supramaxillaires, tandis que les autres espèces en ont quatre.

Quant à l'espèce actuelle, elle diffère de toutes les espèces connues, par la largeur du disque sousmaxillaire, par son corps plus allongé, par son museau plus pointu, par des lobes de la caudale plus allongés et plus pointus et par les bandelettes longitudinales brunes des flancs.

Puntius (*Barbodes*) *pleurotaenia* Blkr.

Punt. (Barbod.) corpore oblongo compresso, altitudine $4\frac{1}{4}$ circiter in ejus longitudine cum, $3\frac{2}{5}$ circiter in ejus longitudine absque pinna caudali; latitudine corporis 2 circiter in ejus altitudine; capite acuto, non convexo, $5\frac{1}{4}$

ad $5\frac{1}{5}$ in longitudine corporis cum, 4 circiter in longitudine corporis abeque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine; oculis diametro 3 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ circiter in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{5}$ circiter distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente antice quam postice latiore, apertura subcirculari; rostro acutiusculo non ante os prominente, oculo breviore; naribus orbitae magis quam rostri apici approximatis; linea rostrodorsali toto capite declivi rectiuscula, nucha declivi convexa; linea interoculari convexa; osse suborbitali anteriore pentagono, aeque alto circiter ac longo, margine inferiore rectiusculo, marginibus anteriore et posteriore inferioribus truncatis vel convexis, marginibus superioribus concavis in angulum acutum sursum spectantem naribus approximatum unitis, dimidio inferiore crista longitudinali percursa; osse suborbitali 2° oblongo-tetragono, duplo circiter longiore quam alto, antice quam postice non altiore osse suborbitali 1° duplo circiter humiliore; osse suborbitali 3° convexitate maxima oculi diametro minus triplo graciliore; maxilla superiore maxilla inferiore longiore, deorsum valde protractili, sub orbitae margine anteriore desinente, 3 circiter in longitudine capitis; rictu vix obliquo; cirris gracilibus rostralibus oculo paulo brevioribus, supramaxillaribus oculo paulo longioribus; maxilla inferiore symphysi tuberculo conspicuo nullo, inferne utroque ramo poris aliquot parum conspicuis in seriem longitudinalem dispositis; labiis parum carnosis; operculo latitudine $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{2}{5}$ in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi parte posteriore desinente; dentibus pharyngealibus uncinato-cochleariformibus 2.3.5/5.3.2; osse scapulari trigono valde obtuse rotundato; ventre post pinnas ventrales obtuse carinato; dorso elevato angulato ventre parum convexo multo altiore; cauda altitudine 2 et paulo in longitudine capitis; squamis medio

corpore quam corpore antice vix et quam cauda non multo majoribus, verticalibus, e centro communi simplice radiatim striatis, 30 in linea laterali, 9 in serie transversali absque ventralibus infimis quarum 5 ($4\frac{1}{2}$) supra lineam lateralem sub spina dorsali, 2 lineam lateralem inter et basin ventralium, 10 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem, ventralibus infimis longitudinaliter triseriatis serie media posterioribus et seriebus lateralibus magnitudine subaequalibus; linea laterali parum curvata, vix infra lineam rostro-caudalem descendente, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam superante notata; pinna dorsali supra basin pinnarum ventralium incipiente, acuta, emarginata, corpore non vel vix humiliore, duplo fere altiore quam basi longa, spina magna valida postice dentibus minimis numerosis serrata, cum ejus parte flexili capite longiore; pinnis pectoralibus acutis ventralibus paulo longioribus 6 fere in longitudine corporis ventrales fere attingentibus; ventralibus acutis postice rotundatis anum non attingentibus; anali acuta vix emarginata dorsali duplo circiter humiliore, minus duplo altiore quam basi longa radio simplice tertio gracili toto fere cartilagineo; caudali basi tantum squamosa profunde incisa lobis acutis $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine corporis; colore corpore superne olivascente inferne argenteo; iride flavescente superne fusca; fascia oculo-caudali lata nigricante-fusca; pinnis roseo-hyalinis, dorsali, pectoralibus caudalique radiis plus minusve violascentibus.

B. 3. D. 4/8 vel 4/9. P. 1/13. V. 2/7. A. 3/5 vel 3/6.
C. 6/17/6 vel 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Ceylon (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo speciminis unici 160'''.

Rem. L'espèce typique du genre Puntius Ham. Buch. étant le Puntius sophore, il parait nécessaire de rétablir

ce nom générique et de ne point adopter celui de Systomus, qui ne date que de l'an 1838.

Je ne puis reconnaître l'espèce actuelle parmi les descriptions des nombreuses espèces connues du sousgenre Barbodes. Elle est une des plus jolies et des plus faciles à distinguer par la large bande brun-noirâtre qui s'étend depuis l'oeil jusque sur la base de la nageoire caudale. Du reste elle appartient au groupe du sousgenre à épine dorsale faiblement dentelée.

Gnathopogon bimaculatus Blkr.

Gnathop. corpore oblongo compresso, altitudine 5 fere in ejus longitudine cum, 4 fere in ejus longitudine absque pinna caudali; latitudine corporis 1 $\frac{2}{3}$ circiter in ejus altitudine; capite acutiusculo convexo 5 fere in longitudine corporis cum, 4 fere in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis 1 $\frac{1}{4}$ ad 1 $\frac{1}{5}$ in ejus longitudine; oculis diametro 3 circiter in longitudine capitis, diametro 1 $\frac{2}{3}$ circiter in capitis parte postoculari, diametro 1 $\frac{1}{3}$ circiter distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente antice quam postice latiore, apertura subcirculari; rostro obtuso convexo non ante os prominente, oculo breviore; naribus orbitae magis quam rostri apici approximatis; linea rostro-dorsali ante oculum nuchaque convexa; linea interoculari convexiuscula; osse suborbitali anteriore pentagono, aeque alto circiter ac longo, marginibus inferiore et posteriore inferioribus convexis, superioribus concavis in angulum acutum sursum spectantem naribus approximatum unitis, medio circiter crista longitudinali percurso; osse suborbitali 2° oblongo-tetragono minus duplo longiore quam alto, postice quam antice paulo altiore osse suborbitali 1° minus duplo humiliore; osse suborbitali 3° convexitate maxima oculi diametro duplo fere graciliore; maxilla superiore maxilla inferiore longiore, mediocriter de-

orsum protractili, ante oculum desinente, 4 circiter in longitudine capitis; rictu parum obliquo; cirris gracilibus oculo non vel vix brevioribus; maxilla inferiore symphysi tuberculo conspicuo nullo, inferne utroque ramo poris aliquot parum conspicuis in seriem longitudinalem dispositis; labiis, superiore gracili, inferiore carnoso; operculo latitudine $1\frac{1}{2}$ circiter in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus subuncinatis 2.3.5/5.3.2; osse scapulari trigono obtuse rotundato; ventre post pinnas ventrales obtuse carinato; dorso mediocriter elevato angulato ventre parum convexo altiore; cauda altitudine 2 circiter in longitudine capitis; squamis medio corpore squamis corpore antice et postice paulo majoribus, verticalibus dimidio basali et dimidio libero radiatim striatis, 25 vel 26 in linea laterali, 8 in serie transversali absque ventralibus infimis, quarum 4 ($3\frac{1}{2}$) supra lineam lateralem, 2 lineam lateralem inter et basin ventralium, 10 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem, ventralibus infimis longitudinaliter triseriatis serie media posterioribus iis seriebus lateralibus vix majoribus; linea laterali vix curvata, non infra lineam rostro caudalem descendente, mediis lateribus interdum ex parte deficiente, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam superante notata; pinna dorsali supra basin ventralium incipiente, acuta, non emarginata, corpore non multo humiliore, duplo circiter altiore quam basi longa, spina gracillima majore parte flexili ubique edentula capite paulo breviore; pinnis pectoralibus acutis pinnis ventralibus vix longioribus 6 circiter in longitudine corporis, ventrales non attingentibus; ventralibus analem non attingentibus; anali acuta non emarginata, dorsali non multo humiliore, multo sed minus duplo altiore quam basi longa, radio simplice tertio gracili toto fere cartilagineo; caudali basi tantum squamosa profunde incisa lobis acutis 5 circiter

in longitudine corporis; colore corpore superne viridi inferne argenteo; iride flavescente vel margaritacea, superne fusca; cauda macula rotunda nigricante ad mediam basin pinnae caudalis; pinnis flavescente-hyalinis, dorsali basi postice macula nigra.

B. 3. D. 3/7 vel 3/8. P. 1/11 vel 1/12. V. 2/8. A. 2/5 vel 2/6. C. 6/17/6 vel 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab Ceylon (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo 5 speciminum 46‴ ad 56‴.

Rem. Lorsque j'établis le genre Gnathopogon (Ichth. Arch. Ind. Prodr. Vol. II. 1860) sur les deux espèces, décrites et figurées dans la Faune du Japon sous les noms de Capoëta elongata et Capoëta gracilis, je ne connaissais pas ces espèces d'après nature. Depuis j'ai pu les examiner sur des individus, conservés au Musée de Leide et j'ai pu constater que les dents pharyngiennes y sont disposées sur trois rangées et qu'elles sont de l'espèce des raptatorii.

Je retrouve tous les caractères génériques de ce genre dans l'espèce actuelle du Ceylan, mais celle-ci est bien distincte des deux espèces du Japon, qui ont de 35 jusqu'à à 38 écailles dans la ligne laterale et où l'on ne voit ni la tache de la queue ni celle de la dorsale

Danio lineolatus Blkr.

Dan corpore oblongo compresso, altitudine $3\frac{3}{4}$ circiter in ejus longitudine, latitudine 3 circiter in ejus altitudine; capite acuto $5\frac{1}{3}$ circiter in longitudine corporis cum, $4\frac{1}{3}$ circiter in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$, latitudine 2 circiter in ejus longitudine; oculis posteris, diametro $2\frac{3}{5}$ circiter in longitudine capitis, diametro 1 et paulo in capitis parte postoculari, diametro 1 circiter distantibus, membrana palpebrali iridis

marginem externum tantum tegente, apertura subcirculari; orbita antice superne spinula brevi antrorsum spectante; linea rostro-dorsali capite rectiuscula, nucha dorsoque declivi convexiuscula; linea interoculari convexiuscula; rostro acuto non convexo, oculo breviore, apice ante oculi marginem superiorem sito; naribus orbitae vix magis quam rostri apici approximatis; osse suborbitali anteriore trigono, basi breviore subhorizontali, lateribus longioribus descendentibus in angulum acute rotundatum deorsum spectantem unitis; osse suborbitali 2° oblongo-tetragono postice quam antice multo altiore; osse suborbitali 3° convexitate maxima oculi diametro duplo fere graciliore; cirris gracilibus, rostralibus oculo plus duplo brevioribus, supramaxillaribus brevissimis vix conspicuis; maxilla superiore maxilla inferiore breviore, valde descendente, $2\frac{1}{4}$ circiter in longitudine capitis, symphysi emarginata; maxilla inferiore valde adscendente symphysin versus emarginata symphysi ipsa unco mediocri incisuram intermaxillarem intrante munita, ramis subverticaliter compressis inferne poris pluribus conspicuis longitudinaliter uniseriatis; labiis gracilibus simplicibus; sulco labii superioris usque ad apicem maxillae fere, sulco labii inferioris usque ad incisuram inframaxillarem sese extendentibus; rictu valde obliquo; operculo latitudine $1\frac{1}{4}$ circiter in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub oculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus voratoriis uncinatis 2.4.5/5.4.2; osse scapulari trigono obtuso rotundato; linea dorsali leviter convexa linea ventrali valde multo humiliore; ventre valde compresso post basin pectoralium carinato; linea ventrali a gula usque ad anum regulariter convexa; squamis dimidio libero longitudinaliter valde striatis, iis mediis lateribus quam ceteris non multo majoribus obliquis (angulo inferiore conspicuo ante angulum superiorem conspicuum sito), 38 circiter in serie longitudinali, 13 in serie trans-

versali quarum 9 supra lineam lateralem, 16 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali maxime curvata, antice valde deflexa, basi ventralium plus quadruplo magis quam lineae dorsali approximata, supra pinnam analem sensim adscendente basique media pinnae caudalis desinente, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam vulgo superante notata; pinna dorsali paulo ante pinnam analem incipiente, acuta, non emarginata, corpore duplo circiter humiliore, aeque longa circiter ac alta, basi alepidota, radio simplice 2° gracili cartilagineo; pinnis pectoralibus basi squamosis, acutis, caput longitudine subaequantibus ventralibus multo longioribus sed eas non attingentibus, radio simplice gracili flexili; pinnis ventralibus acutis analem non attingentibus; anali basi vagina squamosa inclusa, dorsali paulo longiore sed humiliore, acuta, leviter emarginata, radio simplice tertio gracili cartilagineo; caudali profunde emarginata lobis acutis 5 circiter in longitudine corporis; colore corpore superne viridi inferne argenteo, pinnis flavescente; iride flava, superne fusca; regione postbranchiali maculis elongatis transversis 2 vel 3 violaceis; fasciis utroque latere 3 vel 4 longitudinalibus violaceis vittis argenteis vel aureis separatis, fascio violacea media quam ceteris latiore par mediam pinnam caudalem producta; pinna dorsali, apice excepto, fusca arenata.

B. 3. D. 2/10 ad 2/12. P. 1/11. V. 2/6 vel 2/7. A. 3/14 vel 3/15. C. 6/17/6 vel 7/17/7 lat. brev. incl.

Syn. *Leuciscus lineolatus* Blyth, Journ. As. Soc. Calc. 1858, Report. of Curator Zool. Departm. for May 1858, p. 23??

Hab. Ceylon (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo 3 speciminum 74‴ ad 80‴.

Rem. Lorsque j'adoptai, dans le 2e volume de mon Prodrome, le genre Perilampus de MacClelland, j'ai en tort d'en

donner une diagnose, qui a rapport à un genre différent de l'espèce typique de McClelland. Cette espèce typique étant le Cyprinus devario Ham. Buch., sur laquelle Heckel a fondé depuis son genre Devario, il en résulte que les genres Perilampus McCl. et Devario Heck. sont synonymes l'un de l'autre et que le nom de Perilampus, comme antérieur à celui de Devario, devra être adopté au lieu du dernier nom. Il faut donc supprimer le nom de Perilampus pour le genre que j'ai établi sous ce nom et on pourra lui substituer convenablement celui de Danio, parce que l'espèce typique de la division sousgénérique Danio de Hamilton Buchanan se rapporte précisement au type, pour lequel j'ai établi le nom de Perilampus.

Je pense que l'espèce, qui fait le sujet de cet article, pourrait bien être la même que celle de Darjiling, décrite par M. Blyth sous le nom de Leuciscus lineolatus. Cependant cette description ne correspond pas en tous points avec la mienne, de sorte qu'une nouvelle comparaison sera nécessaire pour bien juger de l'identité. Voici ce que M. Blyth dit de son Leuciscus lineolatus: „ A Perilampus of „ McClelland affined in form to Cyprinus daniconius HB., „ but the lateral line placed very low... A dusky spot „ behind the gillcovers, placed in a whitish space; beyond „ which a broad darkish bands extends to the middle of „ the tail, bordered by a narrow line above and below, „ the lower not reaching so far forward as the upper; „ below this again another dark band, and then white; and „ above a second and trace of a third pale line. D. 12. „ A. 14. P. 11. V. 8. C. 18? Series of 10 oblique scales, „ the lateral line on the 9th of thens and numbering about „ 32 scales. Length of specimen $3\frac{1}{4}$ in."

Danio micronema Blkr.

Dan. corpore oblongo compresso, altitudine 4 circiter in

in ejus longitudine, latitudine $2\frac{1}{2}$ circiter in ejus altitudine; capite acuto $5\frac{1}{3}$ circiter in longitudine corporis cum, $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{1}{4}$ in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{4}$ ad $1\frac{2}{5}$, latitudine $1\frac{3}{4}$ circiter in ejus longitudine; oculis subposticis, diametro 3 circiter in longitudine capitis, diametro 1^{2} ad $1\frac{1}{3}$ in capitis parte postoculari, diametro $1\frac{1}{3}$ circiter distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente aperturam subcirculari; orbita antice superne spinula brevi antrorsum spectante; linea rostro-dorsali capite declivi rectiuscula nucha dorsoque convexa; linea interoculari convexiuscula; rostro acuto non convexo, oculo breviore, apice ante medium oculum sito; naribus orbitae magis quam rostri apici approximatis; osse suborbitali anteriore oblongo tetragono oblique deorsum directo, medio circiter crista longitudinali percurso; osse suborbitali 2° vix longiore quam alto postice quam antice duplo circiter altiore; osse suborbitali 3° convexitate maxima oculi diametro minus duplo graciliore; cirris gracilibus, rostralibus oculo plus duplo brevioribus, supramaxillaribus brevissimis vix conspicuis; maxilla superiore maxilla inferiore breviore, valde descendente $2\frac{1}{3}$ fere in longitudine capitis; maxilla superiore maxilla inferiore breviore, valde descendente $2\frac{1}{3}$ fere in longitudine capitis, symphysi emarginata; maxilla inferiore valde adscendente symphysin versus emarginata symphysi ipsa unco mediocri incisuram intermaxillarem intrante munita ramis subverticaliter compressis, inferne utroque ramo poris pluribus conspicuis longitudinaliter uniseriatis; labiis gracilibus simplicibus; sulco labii superioris usque ad apicem maxillae fere, sulco labii inferioris usque ad incisuram inframaxillarem sese extendentibus; rictu valde obliquo; operculo latitudine $1\frac{2}{3}$ circiter in ejus altitudine, margine inferiore rectiusculo; apertura branchiali sub oculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus voratoriis uncinatis 2.4.5/5.4.2;

osse scapulari trigono obtuse rotundato; linea dorsali convexa linea ventrali non multo humiliore; ventre compresso post basin pectoralium carinato; linea ventrali a gula usque ad anum regulariter convexa; squamis dimidio libero longitudinaliter striatis, iis mediis lateribus quam ceteris non multo majoribus vix obliquis, 34 circiter in serie longitudinali, 12 in serie transversali quarum 8 supra lineam lateralem, 15 vel 16 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem; linea laterali maxime curvata, antice valde deflexa, basi ventralium plus quadruplo magis quam lineae dorsali approximata, supra pinnam analem sensim adscendente et basi media pinnae caudalis desinente, singulis squamis tubulo simplice mediam squamam vulgo superante notata; pinna dorsali paulo ante pinnam analem incipiente, acuta, non vel vix emarginata, corpore sat multo minus duplo humiliore, acque longa circiter ac alta, basi alepidota, radio simplice 2° gracili cartilagineo; pinnis pectoralibus basi squamosis, acutis, capite paulo brevioribus, ventralibus multo longioribus easque subattingentibus radio simplice gracili flexili; pinnis ventralibus acutis analem subattingentibus; anali basi vagina squamosa inclusa dorsali paulo longiore et non humiliore, acuta, leviter emarginata, radio simplice tertio gracili cartilagineo; caudali profunde emarginata lobis acutis $4\frac{1}{5}$ circiter in longitudine corporis; colore corpore superne viridi, inferne argenteo; capite vertice rostroque violaceo; iride flava superne fusca; fascia postscapulo-caudali lata violacea, postice quam antice profundiore superne et inferne vitta flava vel aureo limbata, mediam pinnam caudalem intrante; pinnis flavescentibus, dorsali, apice ejus excepto, et caudali plus minusve fusco arenatis.

B. 3. D. 2/10 vel 2/11. P. 1/8. V. 2/6. A. 3/12 vel 3/13. C. 7/17/7 lat. brev. incl.

Hab. Ceylon (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo speciminis unici 82'''.

Rem. Cette autre espèce de Danio du Ceylan se distingue de la précédente par un corps plus allongé, u.. dos beaucoup plus convexe, une forme différente du premier sousorbitraire, des écailles moins nombreuses, par un nombre moindre des rayons des pectorales et de l'anale, par la bande violette unique des flancs, par l'absence des taches oblongues transversales de la région postbranchiale, etc.

Leide, Décembre 1862.

DESCRIPTION

D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DU

GENRE NEMACHEILUS.

PAR

M. P. BLEEKER.

Nemacheilus notostigma Blkr.

Nemach. corpore elongato, antice cylindrico, postice compresso, altitudine $7\frac{1}{2}$ ad 8 in ejus longitudine; capite obtusiusculo convexo latiore quam alto, $5\frac{2}{5}$ ad $5\frac{1}{3}$ in longitudine corporis; altitudine capitis 2 circiter in ejus longitudine; linea rostro-frontali convexa; oculis in media longitudine capitis circiter sitis, lineae frontali valde approximatis, diametro $5\frac{1}{2}$ circiter in longitudine capitis, plus diametro 1 distantibus; linea interoculari convexiuscula; naribus orbitae magis quam rostri apici approximatis, posterioribus patulis, anterioribus brevi-tubulatis; rostro obtuso convexo oculo duplo circiter longiore, apice carnoso ante os prominente; maxilla superiore maxilla inferiore longiore symphysi leviter hamata, sat longe ante oculum desinente; maxilla inferiore sat lata cochleariformi, ante labium inferius deflexum prominente; labiis carnosis simplicibus, inferiore lato bilobo; cirris 6 carnosis, rostralibus 4 peripheria

apicis rostri insertis distantibus, externis quam internis conspicue longioribus oculum attingentibus, supramaxillaribus 2 angulo ossis intermaxillaris insertis oculum superantibus; dentibus pharyngealibus 8 ad 10 uniseriatis parvis conicis leviter curvatis; apertura branchiali subverticali infra basin pectoralium desinente; operculo postice angulato angulo rotundato margine inferiore rectiusculo; suboperculo vix post operculum prominente; squamis minimis oculo nudo parum conspicuis; linea laterali rectiuscula per media latera decurrente; pinna dorsali radiis anterioribus pinnis ventralibus opposita, obtusa, non emarginata, corpore non vel vix altiore, aeque longa circiter ac alta, plus dimidia ejus longitudine ante pinnam analem desinente; pinnis pectoralibus acute rotundatis capite non multo brevioribus, minus dimidia earum longitudine ante pinnas ventrales desinentibus; ventralibus ante mediam corporis longitudinem insertis, rotundatis, pectoralibus non multo brevioribus, minus earum longitudine ante analem desinentibus; anali acuta vel acutiuscula, non emarginata, corpore non vel vix humiliore, altiore quam basi longa; caudali semilunariter emarginata, angulis acuta, 5 circiter in longitudine corporis; colore corpore superne viridi, inferne viridi vel roseo-margaritaceo; capite superne cirrisque rostralibus olivaceis; cirris supramaxillaribus flavescente-hyalinis; iride violascente margine pupillari aurea; fasciis corpore latis transversis spatiis intermediis latioribus 12 vel 13 fusco-olivaceis; caudali basi vitta transversa nigricante-violacea; pinnis roseo-hyalinis; dorsali basi antice macula nigricante-violacea; dorsali et caudali singulis radiis punctis 2 ad 4 fusco-olivaceis variegatis.

B. 3. D. 2/8. P. 1/9. V. 1/6 vel 1/7. A. 3/5 vel 3/6. C. 16 et lat. brev. plur.

Hab. Ceylon (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo 3 speciminum 57‴ ad 71‴.

Rem. On ne connaissait jusqu'ici du Ceylan qu'une seule espèce de la famille des Cobitioïdes, sav. celle que M.- VALENCIENNES a décrite sous le nom de Cobitis thermalis, espèce que j'ai crue autrefois appartenir au genre Acanthophthalmus, mais que depuis j'ai trouvée au Musée de Leide, et dont l'examen m'a prouvé qu'elle est un Lepidocephalichthys.

L'espèce actuelle me paraît être nouvelle tant pour la faunu du Ceylan que pour la science.

Les espèces de Nemacheilus se ressemblent en général beaucoup, tant par les formes générales du corps que par la distribution des couleurs. Bien qu'on y puisse encore trouver des caractères, qui ne sont pas sans importance, il en existent de meilleurs dans les nombres des rayons de la dorsale et dans la forme de la caudale. Le Nemacheilus notostigma est facile à distinguer par le nombre et la largeur des bandes transversales du corps, par les 8 rayons divisés de la dorsale et par l'échancrure peu profonde de la caudale. Il est assez voisin des deux espèces du genre connues des eaux douces de Java, mais celles-ci ont 9 à 12 rayons divisés à la dorsale, la caudale profondément échancrée, des proportions différentes des dimensions du corps et de la tête, etc. L'espèce cependant, qui lui paraît être plus voisine encore, est celle, dont M.- VALENCIENNES a publié une figure sous le nom de Cobitis spiloptera, mais, à en juger d'après cette figure, les bandes du corps y sont moins régulières, les barbillons antérieurs du museau et les barbillons supramaxillaires plus longs, la tête plus petite, les yeux plus rapprochés, etc.

Le caractère le plus saillant de l'espèce actuelle est la tâche noir-violet sur le devant de la base de la dorsale.

Leide, Novembre 1862.

SUR UNE

NOUVELLE ESPÈCE DE POISSON DU JAPON,

APPARTENANT A UN NOUVEAU GENRE.

PAR

M. P. BLEEKER.

Parmi les poissons du Japon, que j'ai reçus pendant les derniers mois, que j'ai passés aux Indes Orientales, il se trouve un petit Cyprinoïde, que je crois nouveau pour la science et dont le genre aussi me paraît n'avoir été décrit jusqu'ici.

Ce genre appartient au groupe des Acheilognathini, tel que je l'adopte à présent, et qui comprend les genres Esomus Swns. (Nuria Val.), Acheilognathus Blkr, Paracheilognathus Blkr *), Rhodeus Ag. et Perilampus McCl (nec Blkr) = Devario Heck. Ces genres se distingent des autres groupes de la famille des Cyprinoïdes par la disposition de la lèvre inférieure, qui ne recouvre pas le bord libre de la mâchoire inférieure, par la simple rangée des dents pharyngiennes et par l'insertion fort en arrière de la dorsale,

*) Le genre Paracheilognathus est fondé sur le Capoëta rhombea Schl., qui me paraît génériquement distinct du genre Acheilognathus par son museau couvert de pores, par sa ligne latérale peu courbée, par l'allongement de ses nageoires dorsale et anale et par les crénelures de ses dents pharyngiennes.

qui n'a point d'épine osseuse et qui est opposée entièrement ou en partie à l'anale.

Je nomme le genre nouveau Pseudoperilampus, à cause de son affinité avec le genre Perilampus McCl. *), dont il se distingue cependant par plusieurs caractères. En voici ses caractères.

Pseudoperilampus Blkr.

Acheilognathini rostro acuto laevi, ore terminali. Os suborbitale anterius trigonum apice oblique deorsum spectante. Cirri nulli. Squamae mediocres. Linea lateralis mediis lateribus caudaque nulla. Pinna dorsalis elongata, majore parte anali elongatae opposita. Dentes pharyngeales uniseriati uncinati facie masticatoria concava margine serrata.

Pseudoperilampus typus Blkr. Fig.

Pseudoperil. corpore oblongo compresso, altitudine 3 circiter in ejus longitudine, latitudine 3 circiter in ejus altitudine; capite acutiusculo $4\frac{3}{4}$ ad $4\frac{4}{5}$ in longitudine corporis cum, $3\frac{5}{6}$ circiter in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$, latitudine 2 circiter in ejus longitudine; oculis subsuperis, diametro 3 circiter in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{4}$ in capitis parte postoculari, diametro 1 circiter distantibus, membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente apertura

---

*) Ce genre n'est pas le même, que j'ai décrit sous ce nom dans mon Prodrome (et pour lequel j'ai rétabli depuis le nom de Danio, que HAMILTON BUCHANAN lui avait déjà donné). MACCLELLAND a choisi pour type de son genre Perilampus la même espèce, sur laquelle HECKEL depuis établit le genre Devario. La définition du genre Perilampus McCl. = Devario Heck. peut se formuler comme suit: „Acheilognathini rostro laevi, ore subterminali. Cirri nulli. Squamae magnae. Linea lateralis conspicua valde curvata lineae ventrali approximata. Pinna dorsalis elongata majore parte anali elongatae opposita." Spec. typ. Perilampus devario McCl.

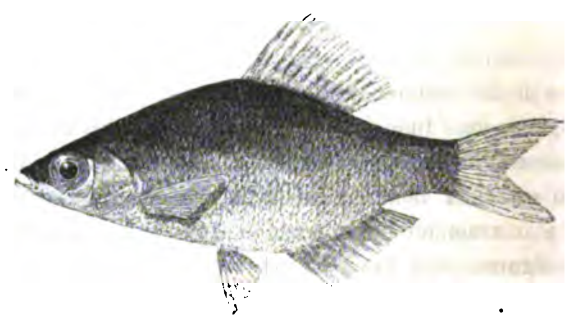
subcirculari; linea rostro-dorsali vertice declivi rectiuscula rostro et nucha convexa; linea interoculari convexa; rostro convexo oculo breviore, apice ante medium oculum sito; naribus orbitae magis quam rostri apici approximatis; osse suborbitali anteriore pentagono, marginibus inferiore et lateralibus inferioribus convexis lateralibus superioribus concavis in angulum acutum naribus approximatum unitis, dimidio inferiore crista longitudinali percurso; osse suborbitali 2° valde gracili antice quam postice paulo latiore osse suborbitali 1° plus triplo humiliore; osse suborbitali 3° convexitate maxima oculi diametro paulo plus duplo humiliore; maxilla superiore maxilla inferiore paulo longiore, gracili, symphysi non emarginata 4 circiter in longitudine capitis; maxilla inferiore symphysi nec tuberculata nec hamata, inferne utroque ramo poris pluribus conspicuis longitudinaliter uniseriatis; labiis gracilibus simplicibus; sulco labii inferioris usque ad symphysin fere sese extendente; rictu parvo obliquo; operculo latitudine $1\frac{1}{5}$ ad $1\frac{1}{4}$ in ejus altitudine, margine inferiore convexo; apertura branchiali sub praeoperculo desinente; dentibus pharyngealibus voratoriis uncinatis apicem versus nigris facie masticatoria gracili concaviuscula margine interno serratis 5/5; osse scapulari trigono valde obtuso; linea dorsali et linea ventrali convexitate subaequalibus; ventre compresso post basin pectoralium carinato; linea ventrali a gula usque ad anum sat regulariter convexa; squamis tenuibus striis longitudinalibus nullis, lateralibus plurimis obliquis (angulo marginis liberi inferiore ante angulum, superiorem sito), lateralibus mediis quam ceteris paulo majoribus, 60 circiter in serie longitudinali, 22 circiter in serie transversali; linea laterali nulla vel squamis postscapularibus tantum; pinna dorsali vix post basin ventralium incipiente et supra analis partem posteriorem desinente, corpore minus duplo humiliore, longiore quam alta, angulata non emarginata, basi alepidota, radio

simplice 3° gracili cartilagineo; pinnis pectoralibus acutis, capite non multo brevioribus ventrales subattingentibus, radio simplice gracili flexili; pinnis ventralibus acutis pectoralibus conspicue brevioribus analem subattingentibus; anali basi vagina squamosa humillima, dorsali breviore et humiliore, longiore quam alta, acuta vix emarginata, radio simplice tertio gracili cartilagineo; caudali profunde incisa lobis acutis 4¼ circiter in longitudine capitis; colore corpore superne viridi inferne argenteo; pinnis flavescente- vel roseo-hyalinis, dorsali et anali radiis fuscescente variegatis.

B. 3. D. 3/11. P. 1/11 vel 1/12. V. 1/7. A. 3/11 vel 3/12. C. 7/17/8 lat. brev. incl.

Hab. Jedo, in fluviis.

Longitudo speciminis unici 73‴.



Pseudopcrilampus typus Blkr.

Leide, Janvier 1863.

NOTICE

SUR LES

NOMS DE QUELQUES GENRES DE LA

FAMILLE DES CYPRINOÏDES.

PAR

M.- P. BLEEKER.

Dans le 2e volume de mon Prodrome d'une faune ichthyologique de l'Inde archipélagique j'ai exposé un système nouveau de la famille des Cyprinoïdes. De retour en Europe j'ai pu examiner bon nombre de types génériques, qu'aux Indes je n'avais pu connaître que d'après des descriptions et des figures. Cet examen, quoique n'ayant pas pu comprendre tous les types connus, m'a démontré, qu'il sera nécessaire de simplifier le cadre des types génériques et que plusieurs genres, fondés sur des espèces européennes et américaines, doivent être réunis avec des coupes plus anciennement établies. Cet examen m'a conduit aussi à modifier mon système. J'ai séparé de la famille les Cobitioïdes et les Homaloptéroïdes et je divise maintenant les Cyprinoïdes en neuf grands groupes, que je nomme: Catostomini, Carpionini, Chondrostomini, Barbini, Paralabeonini, Aulopygini, Acheilognathini, Leuciscini et Smiliogastrini. J'exposerai ailleurs les caractères de ces groupes ainsi

que ceux des divisions d'un ordre plus circonscrit, qu'on peut y faire.

Le but de cette notice n'est autre, que d'indiquer quelques simplifications dans les genres déjà établis et quelques changemens dans les noms génériques, nécessaires pour rétablir le droit de priorité de quelques noms non adoptés. Je suis convaincu que cette simplification pourra s'étendre encore sur plusieurs genres établis dans les derniers temps pour des espèces américaines, mais n'ayant à ma disposition qu'un nombre très-restreint de ces espèces déjà très-nombreuses, j'ai préféré de laisser cette tache aux naturalistes, qui peuvent disposer de matériaux plus suffisants pour l'entreprendre. Cette notice ne contient donc que des indications très-succinctes.

Carpio Heck. — Cyprinus auct. nec Artedi. L'espèce typique de Cyprinus est un Leuciscus, nom déjà proposé par RONDELET. — Spec. typ. Heck. *Carpio Kollari* Heck. S'il fallait considérer le Cyprin ordinaire comme d'un genre distinct du Carpio Kollarii Heck. on pourrait le nommer Carpionichthys.

Garra Ham. Buch. = Platycara McCl. = Discognathus Heck. = Discognathichthys Blkr = Lissorhynchus Blkr. — Spec. typ. *Cyprinus (Garra) lamta* H. B. — Le nom de *Discognathus* Heck. pourra être conservé pour le sousgenre à deux barbillons, avec le *Discognathus variabilis* Heck. pour type.

Labeo Cuv. = Bangana H. B. = Isocephalus Heck. — Spec. typ. *Labeo niloticus* Cuv.

Schizothorax Heck. = Opistocheilus Blkr. — Spec. typ. *Schizothorax plagiostomus* Heck.

Cirrhina Cuv. (nec Val.) = Mrigala Blkr. — Spec. typ. *Cirrhina cirrhosa* Cuv.

Paraschizothorax Blkr = Schizothorax Heck. ex parte. — Spec. typ. *Paraschizothorax Hugelii* Blkr.

Puntius Ham. Buch. = Systomus McCl. — Spec. typ. *Cyprinus (Puntius) sophore* H. B.

Cirrhinichthys Blkr = Cirrhina Val. (nec Cuv.). — L'espèce typique du genre Cirrhina Cuv. est d'un genre différent de l'espèce typique de Cirrhina de M. VALENCIENNES, son *Cirrhina Dussumieri.*

Barilius Ham. Buch. = Opsarius McCl. — Spec. typ. *Cyprinus (Barilius) barila* H. B. — Subg. *Pachystomus* Heck. = Shacra Blkr. — Spec. typ. *Pachystomus shacra* Heck.

Opsariichthys Blkr. — Gen. nov. — L'examen du Leuciscus uncirostris Schl. du Japon m'a convaincu, que cette espèce appartient à une coupe générique distincte, qui, quoique voisine du genre Barilius, en diffère par des caractères fort essentiels. En voici ses caractères.

Opsariichthys. — Corpus elongatum. Rostrum acutum compressum. Cirri nulli. Os suborbitale anterius calceiforme apice postrorsum spectante. Rictus magnus obliquus. Maxillae, superior utroque latere post symphysin hamata, inferior symphysi valde hamata post symphysin valde emarginata. Squamae magnae. Pinnae dorsalis supra ventrales incipiens brevis anacantha basi alepidota, analis pluriradiata dorsali longior. Linea lateralis valde curvata. Dentes pharyngeales voratorii triseriati. — Spec. typ. *Opsariichthys uncirostris* Blkr.

Phoxinellus Heck. = Pseudophoxinus Blkr. — Spec. typ. *Phoxinellus zeregi* Heck.

Paraphoxinus Blkr = Phoxinellus Blkr ol. nec Heck. — Spec. typ. *Paraphoxinus alepidotus* Blkr.

Brama Klein = Abramis Cuv. = Blicca Heck. = Ballerus Heck. = Bliccopsis Heck. = Luxilus Raf. = Stilbe de Kay = Richardsonius Gir. — Spec. typ. *Brama lata* Klein = Abramis brama Cuv.

Alburnus Rond. = Alburnellus Gir. = Leucaspius Heck. Kner. — Spec. typ. *Alburnus lucidus* Heck.

Semotilus Raf. = Cheilonemus Baird = Pogonichthys Gir. = Nocomis Gir. = Leucosomus Heck. —
Subg. *Semotilus* Raf. Cirri nulli. — Spec. typ. *Semotilus dorsalis* Raf.
Subg. *Leucosomus* Heck. Cirri 2. — Spec. typ. *Leucosomus pulchellus* Gir.

Leuciscus Rond. = Cyprinus Art. (nec auct.) = Leucos Heck. = Squalius Bp. = Telestes Bp. = Scardinius Bp. = Idus Heck. = Alburnops Gir. = Cyprinella Gir. = Moniana Gir. = Codoma Gir. = Cheonda Gir. — Spec. typ. *Leuciscus rutilus* Cuv.

Aspius Ag. = Ptychocheilus Ag. = Clinostomus Gir. = Gila B. Gir. = Tigoma Gir. — Spec. typ. *Aspius rapax* Ag

Perilampus McCl. (nec Blkr) = Devario Heck. — Spec. typ. *Perilampus devario* McCl.

Pseudoperilampus Blkr. — Spec. typ. *Pseudoperilampus typus* Blkr (Versl. Kon. Akad. van Wet. Dl. XV p. 25).

Paracheilognathus Blkr. — Spec. typ. *Paracheilognathus rhombeus* Blkr (Versl. Kon. Akad. van Wet. Dl. XX p. 257.).

Danio Ham. Buch. = Perilampus Blkr (nec McCl.). — Spec. typ. *Cyprinus (Danio) dangila* H. B.

Chela H. B. = Oxygaster v. Hass. = Pelecus Ag. = Opsarius McCl. = Salmophasia Swns. — Spec. typ. *Cyprinus (Chela) cachia* H. B.

Leide, Janvier 1863.

DIXIEME NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE

DE

L'ÎLE DE TERNATE.

PAR

M.- P. BLEEKER.

Depuis que j'ai publié mon dernier article sur la faune ichthyologique de l'île de Ternate (Comptes-rendus de l'Académie Royale des Sciences, Sciences exactes, Vol. XIV), le Musée d'histoire naturelle de Leide a reçu un nouvel envoi de Poissons de Ternate, qu'il doit également aux soins éclairés du zélé naturaliste M.- A. BERNSTEIN. Quoique cet envoi ne se compose que de 15 espèces, qui toutes sont déjà connues dans la science, il n'est pas sans intérêt, tant par les grandes dimensions des individus présentés que parce que non moins de neuf des quinze espèces sont nouvelles pour la connaissance de la faune ichthyologique de l'île de Ternate. La collection contient les espèces suivantes.

1. Amphisile scutata Cuv.
2. Cossyphus mesothorax Val.
3. Epinephelus aurantiacus = Serranus aurantiacus CV.

4. Epinephelus cyanostigmatoides = Serranus cyanostigmatoides Blkr.
5. 〃 punctatus = Serranus punctatus CV.
6. Diagramma polytaenia Blkr.
7. Heniochus macrolepidotus CV.
8. Zanclus cornutus CV.
9. Pseudomonopterus *) volitans Blkr = Pterois volitans CV.
10. Acanthurus lineatus Bl. Schn.
11. 〃 Rüppelli Benn.
12. Malacanthus latovittatus QG.
13. Remora albescens = Echeneis albescens Schl.
14. Conger Noordzieki Blkr.
15. Ophisurus colubrinus Rich.

De ces quinze espèces les suivantes n'étaient pas jusqu'ici connues de Ternate; Cossyphus mesothorax, Epinephelus aurantius, Diagramma polytaenia, Heniochus macrolepidotus, Acanthurus lineatus, Acanthurus Rüppelli, Malacanthus latovittatus, Remora albescens et Conger Noordzieki. Ces espèces font monter à 303 le nombre des espèces actuellement connues des côtes de cette île.

Leide. 4 Février 1863.

---

*) Le genre Pseudomonopterus de KLEIN étant le même que celui de Pterois de CUVIER doit reprendre le nom plus ancien de KLEIN.

NIEUWE METHODE,

OM

HET AANTAL EN DEN DUUR DER HARTSLAGEN TE REGISTREREN.

DOOR

Dr. **P. Q. BRONDGEEST,**

Assistent aan het Physiologisch Laboratorium te Utrecht.

Sedert EDUARD WEBER *) de voor de physiologie zoo gewigtige ontdekking maakte, dat prikkeling van het peripherisch einde van een of van beide doorgesneden nervi vagi het aantal hartslagen vermindert, om, ten slotte, wanneer de prikkeling een' genoegzamen graad van sterkte heeft bereikt, het hart te doen stilstaan, is de invloed van deze zenuw op het hart dikwijls het onderwerp van physiologische onderzoekingen geweest. In het algemeen bevestigden zij WEBERS besluit, dat men den nervus vagus, met betrekking tot zijne werking op het hart, als een terughoudende (hemmungs-) zenuw te beschouwen heeft, van welke terughoudende zenuwen in den laatsten tijd door PFLÜGER †)

*) ED. WEBER, in R. WAGNER'S *Handwörterbuch der Physiol.* B. III, 2 Abth. p. 1 etc.

†) *Ueber das Hemmungsnervensystem für die peristaltische Bewegung der Gedärme.* Berlin 1857.

en door ROSENTHAL *) verscheidene voorbeelden in het organisme werden aangewezen. De werking namelijk van den N. splanchnicus op de peristaltische beweging der darmen en van den N. laryngeus superior op de ademhaling komen met die van den N. vagus op het hart overeen. Het zijn, volgens hen, insgelijks terughoudende zenuwen.

De terughoudende werking van den N. vagus wordt door de meeste physiologen aangenomen. Zij beschouwen hem als den moderator der hartswerking. Een klein gedeelte beschouwt den N. vagus niet als zoodanig, maar houdt hem, met SCHIFF †) en MOLESCHOT, §) voor de beweegzenuw van het hart, op grond, dat door zwakke prikkeling de frequentie der hartslagen toeneemt in plaats van afneemt. Dit laatste heeft, volgens hen, alléén bij sterke prikkeling plaats ten gevolge van het uitgeput worden der zenuw, hetwelk bij den N. vagus spoedig geschiedt.

Deze tegenovergestelde beschouwingen omtrent de functie van den N. vagus op het hart hebben in den laatsten tijd vele reeksen van onderzoekingen in het leven geroepen. Vooral waren het SCHIFF en na hem MOLESCHOT, die omtrent de vermeerdering der hartslagen bij prikkeling door zwakke galvanische inductiestroomen, zoowel als door zwakke mechanische en chemische prikkels, uitgebreide onderzoekingen in het werk stelden. De resultaten, hierbij verkregen, bragten er MOLESCHOT toe, om de beschouwing van den N. vagus als beweegzenuw van het hart, als de juiste en ware functie van deze zenuw uitdrukkende, op te vatten, en met kracht verkondigt hij overal, dat de meening van SCHIFF en de zijne de juiste zijn.

---

*) *Die Athembewegungen und ihre Beziehungen zum Nervus vagus*, p. 61—75.

†) *Experimentelle Untersuchungen über die Nerven des Herzens*, in *Archiv für physiol. Heilkunde*, 8e Jahr. 1849, p. 166 etc.

§) MOLESCHOT'S *Untersuchungen z. Naturl. der Menschen etc.*, B. VII, p. 401—468, B., VIII, p. 36—120.

Vóór het verschijnen van dezen laatsten arbeid van MOLESCHOT *), die in de maand April 1861 het licht zag, hadden wij het voornemen opgevat, den invloed van den constanten stroom op de prikkelbaarheid van den N. vagus na te gaan, in gelijken zin als PFLÜGER †) dit voor de beweegzenuwen had gedaan, en de wijzigingen, die de hartswerking ondergaat, wanneer de nervus vagus in den toestand van katelectrotonus en anelectrotonus wordt gebragt, te onderzoeken. Hierdoor, meenden wij, moesten voor de physiologie der hartsbewegingen gewigtige feiten worden aan het licht gebragt. Nu bleek ons evenwel, dat door MOLESCHOT, nadat wij reeds voorloopige en voorbereidende proeven hadden in het werk gesteld, een dergelijk onderzoek was verrigt, waarvan de resultaten, volgens hem, een' nieuwen steun opleverden voor zijne meening: dat de vagus niet de terughoudende, maar de beweegzenuw van het hart is.

Het kwam ons voor, dat, toen MOLESCHOT vóór het eindigen van onzen arbeid zijne onderzoekingen had medegedeeld, de functie van den N. vagus met betrekking tot de hartsbeweging in alle opzigten door ons moest worden onderzocht, ten einde de resultaten, door MOLESCHOT verkregen, te kunnen toetsen en door eigen onderzoek eene overtuiging omtrent den invloed van den N. vagus op het hart te kunnen verkrijgen. Reeds hebben wij ons met dit onderzoek bezig gehouden en hopen, wanneer het geëindigd zal zijn, de resultaten er van aan de Akademie mede te deelen. Wij bepalen ons thans tot het mededeelen eener nieuwe methode, door ons bij dit onderzoek gebezigd, om het aantal en den duur der hartslagen te registreren.

Het eerste, waarmede wij ons bij den aanvang van het

* l. c.

† *Unters. über die Physiologie des Electrotonus.* Berlin 1858.

onderzoek bezig hielden, was, eene goede methode te zoeken, om het aantal en den duur der hartslagen naauwkeurig te kunnen waarnemen, en wel bij konijnen, die door het afzonderlijk verloop van vagus en sympathicus voor onderzoekingen over den invloed van den N. vagus op het hart het geschiktst zijn.

Reeds daarom meenden wij, aan de resultaten, door MOLESCHOT verkregen, niet veel vertrouwen te moeten hechten, omdat zijne methode om het aantal der hartslagen waar te nemen, hetgeen hij door tellen der bewegingen eener in het hart gestoken naald verrigtte, eene zeer onvolkomene is. Bij konijnen namelijk zijn de hartslagen zoo frequent, dikwijls drie honderd in één minuut, dat men onmogelijk de bewegingen van de naald naauwkeurig kan tellen. Herhaalde malen hebben wij ons hiervan overtuigd. Op een gegeven teeken begonnen wij met twee andere personen het aantal der hartslagen, door de bewegingen der naald aangegeven, te tellen, op een gegeven teeken hielden wij op en altijd was er in het aantal der waargenomen bewegingen en dus in het aantal der hartslagen bij de drie waarnemers verschil. Daar het nu, bij het vermeerderen der hartsfrequentie bij prikkeling door zwakke stroomen, op het waarnemen van eene geringe vermeerdering van het aantal hartslagen aankomt, zoo is de door MOLESCHOT *) aangewende methode naar ons oordeel niet geschikt. Het is nu ons streven geweest, eene methode te vinden, om het aantal en den duur der hartslagen en zoo mogelijk hunne kracht te registreren, zonder de borstholte te openen, hetgeen, met opening der borstholte, reeds door LUDWIG en HOFFA †) was verrigt. Daarbij moest het mogelijk zijn, de hartslagen gedurende langen tijd te registreren voor het geval,

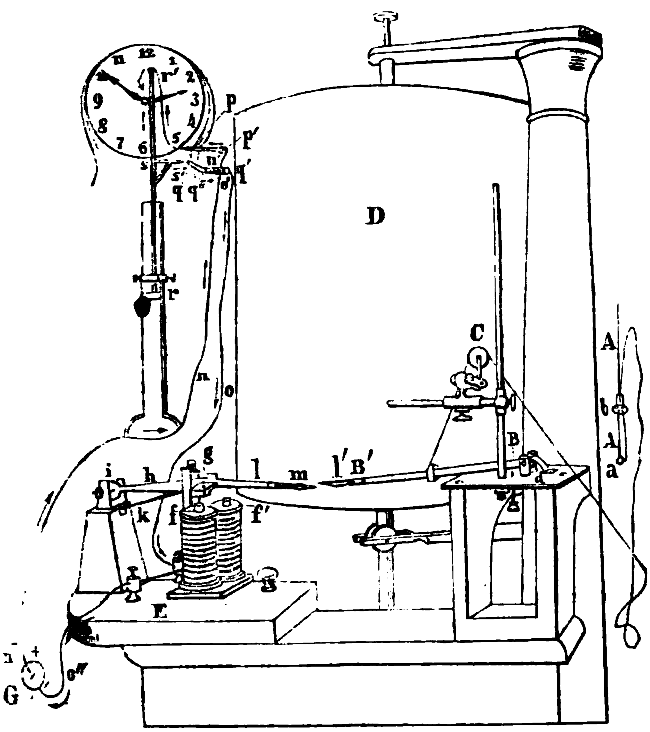
*) l. c. B. VII, p. 408.

†) *Zeitschrift für rationelle Medicin*, B. 9, S. 107.

dat er eerst na eenigen tijd veranderingen in optreden. De methode bestaat daarin, dat men de bewegingen van het hart, aan eene in het orgaan gestoken naald medegedeeld, door tusschenkomst van een klein hefboompje op den cylinder van het kymographion laat registreren.

De inrigting was de volgende; (verg. fig. 1.).

Fig. 1.



Bij een goed bevestigd konijn wordt eene naald (AA) in de linker hartkamer gestoken, nadat eene kleine insnijding in de huid is gemaakt. Aan het boveneinde van de naald

is door een oogje (*a*) een zijden draad bevestigd, welke door een busje (*b*) heenloopt, dat over de geheele lengte der naald verschuifbaar is: eene inrigting, waardoor, bij zeer groote excursiën van de naald, de grootte der bewegingen van het hefboompje (BB') verminderd kan worden, daar men hierdoor de aanhechting van den draad aan de naald van boven naar beneden kan verplaatsen, waar natuurlijk de excursiën van de naald kleiner zijn.

De draad, welke twee tot vier palmen lang is en te voren sterk is uitgerekt geworden, loopt over een koperen rolletje (C), dat naar alle rigtingen kan verplaatst worden en zeer geringe wrijving teweeg brengt. Aan zijn uiteinde is hij aan het zeer ligte hefboompje (BB') bevestigd, dat overeenkomt met dat, hetwelk zich aan den sphygmograaph van MAREY bevindt en waarvan de eigen beweging door een stalen veêrtje (*d*) wordt tegengegaan, dat het opgeheven hefboompje weder naar beneden drukt en aan het achterste gedeelte van het hefboompje digt bij zijn steunpunt is aangebragt. Aan het voorste uiteinde van het hefboompje is een fijn puntig schrijfpennetje (*l'*) bevestigd uit een vederen pen gesneden en het geheel is geplaatst bij den cylinder van het kymographion (D), die bekleed is met een papier, door loodwit geglansd en door den rook van eene terpentijnvlam met eene dunne laag roet bedekt. De excursiën van de naald, die, ten gevolge van de zamentrekking van het hart, eene heen en weder gaande beweging verkrijgt, worden aan het hefboompje medegedeeld, dat hierdoor afwisselend op en neder wordt bewogen, welke bewegingen door het pennetje, dat zich aan het uiteinde van het hefboompje bevindt, op den cylinder van het kymographion, dien men heeft laten ronddraaijen, worden aangeteekend, daar het pennetje het roet wegkrabbelt, en er witte kromme lijnen op het zwarte veld te voorschijn komen, waarvan elk opstijgend en daarop volgend nederdalend gedeelte met eene zamentrekking

en verslapping van het hart overeenkomt. Kent men den tijd gedurende welke de rol eene omwenteling volbrengt, dan behoeft men slechts het aantal hartslagen te tellen, om te weten hoeveel er in een' bepaalden tijd geschieden, terwijl daaruit den duur der hartslagen gemakkelijk is af te leiden, welke duur door den vorm der kromme lijnen insgelijks wordt aangegeven.

Alvorens de onderzoekingen in het werk te stellen was het noodzakelijk den gang, waarmede de cylinder ronddraaide, naauwkeurig te kennen. Het was à priori reeds te vermoeden, dat deze gang niet zeer regelmatig zoude zijn, daar de cylinder door het nederdalen van een gewigt in beweging wordt gebragt en alleen bij die instrumenten de beweging met eene gelijkmatige snelheid plaats heeft, die met een' konischen slinger zijn voorzien. Door mijn' vriend Prof. HOEK werd de gang van het instrument naauwkeurig bepaald en wel op de volgende wijze. Er werden namelijk op den cylinder, die met een stuk wit papier werd voorzien, twee diametraal tegenover elkander gelegen punten met potlood gezet. Op een dezer punten werd de vertikale draad, die zich in een' kleinen kijker bevond, gerigt en met den chronometer naauwkeurig de tijd bepaald, die er verliep tot weder het andere puntje in den draad kwam. Uit een groot aantal bepalingen hieromtrent gedaan, bleek spoedig, dat niet alleen in het eerste en tweede gedeelte van den omloop een verschil in de snelheid was op te merken, maar ook elke omgang langzamer of sneller geschiedde, dan de vorige of eerstvolgende. Het kymographion was derhalve voor ons onderzoek geheel onbruikbaar. Men kon het echter ter naauwkeurige bepaling van het aantal en den duur der hartslagen dienstig maken, wanneer door eene inrigting tegelijker tijd met het opschrijven van de hartslagen er bijv. elke secunde of elke twee secunden een teeken op den cylinder, met een met roet bedekt papier voorzien, werd op-

geschreven, waardoor men geheel onafhankelijk wordt van den gang van het instrument. Wanneer men dan den afstand tusschen twee teekens, welke een of twee secunden na elkander op de rol zijn opgeschreven, met een' regten lijn verbindt, die tegelijker tijd op den cylinder wordt aangegeven nadat het teeken van de secunde is opgeteekend, dan stelt deze lijn den duur der verloopen een of twee secunden voor. Rigt men op deze lijn als abscissa ordinaten op, die de golvende kromme lijn, waardoor het aantal hartslagen wordt aangegeven, snijden, dan zal het aantal hartslagen, tusschen twee ordinaten begrepen, dat zijn, hetwelk in een of twee secunden plaats heeft.

Wij hebben eene inrigting zamengesteld, waardoor op den cylinder van het kymographion onder de golvende lijnen, die de hartslagen aangeven, een tweede regte lijn wordt opgeschreven, waarop elke twee secunden een teekentje, bestaande in een vertikaal lijntje, wordt aangeteekend, waardoor, onafhankelijk van den onregelmatigen loop van den cylinder van het kymographion, de duur en het aantal der hartslagen in een' bepaalden tijd naauwkeurig kunnen worden waargenomen.

Op het Astronomisch Observatorium Zonnenburg te Utrecht bevindt zich een klok, mij door den directeur Prof. HOEK bereidwillig afgestaan, waarvan aan den drijver met den slinger verbonden eene inrigting is aangebragt, die, wanneer men daarmede de eindpolen van eene galvanische batterij verbindt, elke twee secunden den stroom sluit, hetgeen door de volgende inrigting geschiedt. (Men vergelijke hierbij fig. 1.)

Twee draden ($n'nn''$ en $o''oo'$), welke, hetzij onmiddellijk, hetzij, zoo als de draad $o'o''$, eerst na het electromagneetje E doorloopen te hebben, met de polen van een galvanisch element verbonden zijn, zijn aan hun uiteinde n' en o' door middel van klemschroefjes, ieder aan een horizontaal ge-

plaatst stukje koper pp' en qq', welke onder elkander ter zijde van de klok aan de kast zijn aangebragt, bevestigd. Het bovenste stukje pp' is door middel van een' koperdraad met het uurwerk verbonden en staat dien ten gevolge met de as, waaraan de drijver rr' bevestigd is, met dezen in verbinding. Aan den drijver is onder de plaat van het uurwerk onder een' regten hoek een dun stukje koper ss' bevestigd. Aan het stukje koper $q'q''$, waarmede de draad $o'oo''$ verbonden is, is bij q'' een tweede stukje koper qq'' onder een' regten hoek bevestigd. Het steekt naar voren uit en vedert. Wanneer nu de slinger in beweging gebragt is en hierdoor insgelijks de drijver, dan zal elke twee secunden het uiteinde s' van het staafje ss', onder een' regten hoek met den drijver verbonden, met het uiteinde q, dat in hetzelfde vlak als het uiteinde s' ligt, in aanraking komen, welke aanraking slechts zeer kort zal zijn, daar zij juist geschiedt als de slinger zijne grootste excursiën heeft gemaakt om terstond daarop naar de tegenovergestelde zijde te slingeren, waardoor de aanraking weder geëindigd wordt om na twee secunden weder plaats te hebben. Verbindt men derhalve de uiteinden van de polen van een galvanisch element met de punten p' en q', dan zal elke twee secunden als de punten s' en q met elkander in aanraking komen, de stroom gesloten, zoodra deze aanraking ophoudt, geopend zijn. In de figuur is de slinger in den toestand van rust geteekend en kan derhalve, daar s' en q elkander niet aanraken, de stroom niet doorgaan. In de figuur is door de rigting der pijlen aangegeven, welken weg de stroom volgt. Hij gaat namelijk van de positive electrode van het element (G) naar het staafje pp'. Vervolgens begeeft hij zich door het uurwerk naar den drijver, dan door het horizontaal aan den drijver bevestigde staafje ss' (op het oogenblik, dat dit met het uiteinde het punt q aanraakt), door het regthoekig gebogen staafje $qq''q'$ langs den draad $o'oo''$,

om eindelijk door den electromagneet van het toestelletje (E) naar de negatieve electrode van het element (G) terug te keeren.

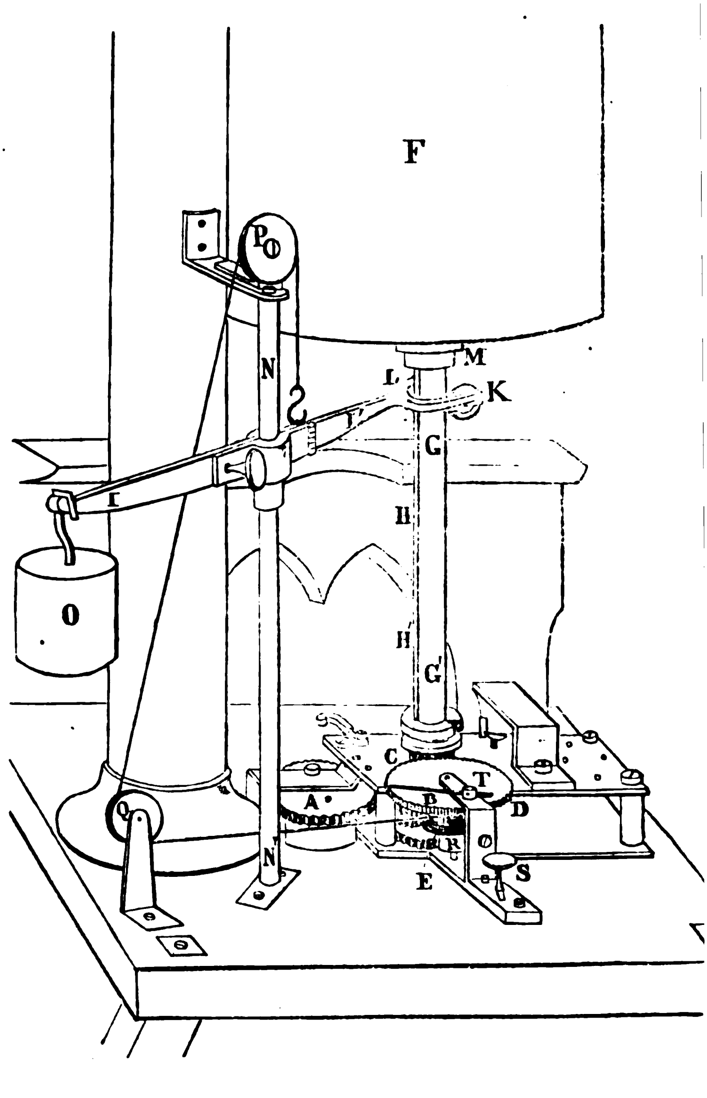
Eenmaal in het bezit van deze inrigting kostte het weinig moeite, zoodanig een toestel te maken, dat elke twee secunden, wanneer de stroom gesloten werd, een teekentje op den cylinder van het kymographion werd opgeteekend. Dit geschiedde op de volgende wijze. In den stroom, die door den slinger van de klok elke twee secunden gesloten werd, was een werktuigje (E fig. 1) opgenomen, waarvan de inrigting overeenkomt met een relais bij de telegraphie in gebruik. Het bestaat uit twee stukken week ijzer *f* en *f'* met koperdraad omwonden, welke laatste met de einddraden van eene galvanische batterij (G) verbonden worden, waarvan de stroom door de boven beschreven inrigting elke twee secunden wordt gesloten en terstond daarop weder geopend, waardoor op het oogenblik dat de stroom doorgaat, het ijzer magnetisch wordende, een ankertje (*g*) wordt aangetrokken, dat zich boven de polen van den electromagneet bevindt. In het midden van het ankertje (*g*) bevindt zich aan de eene zijde een koperen staafje (*h*), welks uiteinde doorboord is. Door de opening is een stalen asje (*i*) heengebragt, hetwelk op twee tapjes rust, zoodat het ankertje op en neder kan gaan. Onder het staafje bevindt zich eene veêr, (*k*) die het ankertje op eenigen afstand van den electromagneet houdt, waardoor het tevens weder in de hoogte wordt geduwd, wanneer het bij het openen van den stroom niet meer door den electromagneet wordt aangetrokken. Aan het andere uiteinde van het koperen staafje (*h*) is een stukje ligt hout (*l*) aangebragt, aan welks uiteinde zich een pennetje (*m*) bevindt. Deze inrigting wordt nu zóó bij den cylinder van het kymographion geplaatst, dat het pennetje, dat met het ankertje in verbinding is, juist op denzelfden vertikaal, onder het pennetje van het hefboompje, dat de hartslagen aangeeft,

staat. Laat men nu den cylinder ronddraaijen en heeft men den electromagneet niet in den stroom opgenomen, dan zal het pennetje, hiermede verbonden, eene regte horizontale lijn opschrijven. Is dit echter wel het geval, dan zal elke twee secunden, wanneer door den slinger van de klok de stroom gesloten wordt, het ankertje met het hefboompje dalen en op de regte horizontale lijn een klein vertikaal lijntje opschrijven. Men verkrijgt derhalve bij het ronddraaijen van den cylinder, wanneer de naald in het hart gestoken is, twee lijnen onder elkander: de bovenste, welke de hartslagen aangeeft, de onderste waardoor de tijd wordt aangegeven, doordien elke twee secunden op de horizontale regte lijn een vertikaal streepje wordt aangeteekend. Op deze wijze kunnen de hartslagen bij dieren op eene naauwkeurige wijze geregistreerd worden.

Ten einde gedurende geruimen tijd de hartslagen te kunnen registreren, hebben wij aan het kymographion eene inrigting aangebragt, waardoor het als algemeen registreerapparaat bij vele physiologische onderzoekingen geschikt is geworden. Vooreerst hebben wij het met een cylinder van grootere afmetingen voorzien en er ten tweede eene inrigting aan gebragt, waardoor de cylinder terwijl hij ronddraait terens langzaam daalt. Hierdoor wordt veroorzaakt, dat wanneer hij eene omwenteling volbragt heeft en eene kromme lijn is opgeschreven, bij eene nieuwe omwenteling de volgende lijn niet op dezelfde plaats wordt aangegeven, maar boven de eerste opgeschreven. Er worden dus op de rol windingen van eene spiraal opgeschreven. Geeft men aan de windvleugels, waardoor de gang van het uurwerk geregeld wordt, zulk eenen stand, dat de gang het langzaamst is, dan kan men gedurende ongeveer een uur zonder interruptie kromme lijnen op de rol laten aanteekenen. De inrigting, waardoor het dalen van den cylinder wordt verkregen is de volgende. Zij is door den instrumentmaker

OLLAND alhier op eene voortreffelijke wijze aan het kymographion aangebragt en op fig. 2 afgebeeld.

Fig. 2.



Aan de as G, welke midden door den cylinder heengaat, is aan hare zijde over hare onderste helft een vierkant stukje koper (HH') aangebragt ter breedte van vier millimeters, hetwelk in een gleufje past, hetwelk zich bevindt in de opening van den cylinder waardoor de as G heengaat. Hierdoor wordt teweeg gebragt, dat de cylinder om de as slechts in vertikale rigting beweegbaar is. Draait de as rond, dan wordt de cylinder met de as, als ware het een geheel, rondgedraaid, terwijl hij tevens, zoo als uit het volgende zal blijken, langzaam kan dalen. De cylinder rust, terwijl hij in vertikale rigting bewegelijk is, op het uiteinde van de stang II', die in twee beenen K (in de afbeelding alleen in haar geheel zigtbaar) en L eindigt, welke ieder met een rolletje zijn voorzien. Op deze rolletjes rust nu de cylinder met het onderste gedeelte M. De stang II' is met een scharnier, door middel van een' klemschroef gesloten, aan den koperen staaf NN' los bevestigd, zoodat de stang II' in vertikale rigting langs de staaf NN' zeer gemakkelijk beweegbaar is. Aan het andere uiteinde van de stang II' is een gewigt O bevestigd, waardoor verhinderd wordt, dat, wanneer de cylinder op de rolletjes van het vorksgewijze uiteinde rust, de stang naar deze zijde overhelt en met de randen van de opening, waardoor de staaf NN' heengaat, tegen deze aandrukke. De stang II', op wier uiteinde de cylinder rust, is met een' haak aan een koord bevestigd, dat over de rollen P en Q loopt en gewonden is om den rondsel E, welke met het getande rad D verbonden is en om de as R kan draaijen. Het rad D wordt door tusschenkomst van de getande raderen B en C even als deze door het rad A bewogen, dat door een dalend gewigt in beweging wordt gebragt. Het rad A beweegt het rad B, waardoor tevens het rad C en hiermede de as van den cylinder G wordt rondgedraaid, welk rad C de beweging overbrengt op het rad D en den hiermede verbonden rondsel

E waarom het koord, waaraan de stang II' is bevestigd, is opgerold. Deze draad nu wordt bij het ronddraaijen van den rondsel E afgewonden, waardoor de stang II' met den cylinder F zakt, die derhalve, terwijl hij door de as GG' wordt rondgedraaid langs deze tegelijker tijd daalt. Men behoeft derhalve slechts het gewigt, dat het geheele uurwerk in beweging brengt, te laten dalen, en de cylinder wordt om en langs eene vertikale as bewogen, dat wil zeggen hij daalt en wordt rondgedraaid. Brengt men derhalve het hefboompje, dat de hartsbewegingen aangeeft, met den cylinder, met een papier met roet bekleed, in aanraking, dan zullen de lijnen hierdoor aangegeven, als de cylinder eene omwenteling heeft gemaakt, bij de tweede omwenteling niet in elkander geschreven worden, maar boven elkander; zij zullen derhalve op den cylinder spiraalsgewijze verloopen. De afstand der windingen van de spiraal, de uitdrukking van de grootte der daling in eene omwenteling, wordt bepaald door de grootte van de middellijn van den rondsel (E). Men kan de grootte der daling hierdoor regelen, dat men naar verkiezing rondsels van verschillende grootte met het rad D kan verbinden, en hierom heen den draad, met de stang II' verbonden, winden. Hoe kleiner de middellijn van den rondsel is, des te geringer zal de vertikale afstand zijn tusschen twee windingen van de spiraal, geschreven op den cylinder, nadat deze twee omwentelingen heeft volbragt.

Wil men den cylinder alleen om zijne as laten draaijen, zonder dat hij tegelijker tijd daalt, zoo behoeft men slechts de schroef T om te draaijen, waardoor tegen het rad D een veder wordt aangedrukt waardoor de beweging van dit rad en dus ook van den rondsel E onmogelijk wordt gemaakt; vervolgens de schroef S los te draaijen, waarna men het rad D achteruit kan schuiven. De aanraking van dit rad en het rad C wordt hierdoor verbroken, waardoor

de cylinder om zijne as kan wentelen, zonder door het vastgeklemde rad D hierin verhinderd te worden. Men verwijdert de stang II' met het gewigt O en klemt den cylinder door middel van een schroef aan de as (GG') vast. Het kymographion komt dan met dat van LUDWIG overeen.

Door de hierboven vermelde methode kan men derhalve het aantal en den duur der hartslagen naauwkeurig waarnemen. Omtrent de kracht van de zamentrekkingen van het hart, kan zij ons insgelijks inlichtingen geven. Men kan ze bij hetzelfde dier slechts betrekkelijk, niet absoluut meten. Wordt namelijk de naald door eene krachtige contractie bewogen, dan zullen hare excursiën grooter zijn, dan wanneer er bij hetzelfde dier eene zwakke contractie van het hart plaats heeft en zal tevens de opheffing van het hefboompje eene grootere zijn; derhalve zal de kromme lijn, die bij deze contractie wordt opgeschreven, eene grootere vertikale hoogte bezitten.

Bij naauwkeurige uitmeting der kromme lijnen, die den duur en het aantal der hartslagen voorstellen, kan men zich uit de waarneming zoodanige kromme lijnen zamenstellen, die van het verloop, van den duur en de frequentie der hartslagen eene graphische voorstelling geven.

Ten einde ons te overtuigen, dat bij deze methode elke hartslag naauwkeurig wordt geregistreerd, hebben wij eenige contrôle-proeven verrigt. De mogelijkheid bestaat, dat, wanneer door eene zamentrekking van het hart, het hefboompje was opgeheven, het nog niet gedaald zoude zijn, wanneer de volgende zamentrekking plaats heeft, waardoor de volgende contractie niet als een afzonderlijk krom lijntje wordt opgeschreven. Op deze wijze zouden er dus te weinig hartslagen afzonderlijk worden opgeschreven. Wij hebben er ons van overtuigd, dat wanneer men het hefboompje, hetwelk in andere gevallen met de naald, in het hart gestoken, in verbinding wordt gebragt, met het hierboven be-

schreven relais verbindt en nu den stroom door een metoronoom, drie honderd malen in eene minuut laat sluiten, de opheffingen en daarop volgende dalingen van het ankertje aan het hefboompje medegedeeld ook als drie honderd opheffingen en dalingen op den cylinder worden opgeteekend.

Eene tweede wijze van contrôle, die wij aangewend hebben, is dat wij tegelijk met de hartslagen ook de bloedsdrukking door eenen in de Art. carotis gebragten manometer registreerden. Het aantal der aangegeven hartslagen kwam volkomen overeen met het aantal der tijdelijk verhoogde drukkingen, die telkens het gevolg zijn van zamentrekking van het hart.

Wij laten eenige voorbeelden volgen der door ons bij het registreren der hartslagen verkregen kromme lijnen met verklaring der daaraan waar te nemen bijzonderheden.

In figuur 3 is een tracé afgebeeld, verkregen bij een konijn bij hetwelk de beide nervi vagi geheel onaangeroerd waren *).

---

*) Ten einde te beletten, dat de tracés uitgevlakt worden, worden zij met eene oplossing van mastiek-vernis in terpentijn overgoten. Hierdoor wordt na verdamping van den terpentijn het roet op het papier gefixeerd en kunnen de tracés zoo lang men wil bewaard blijven.

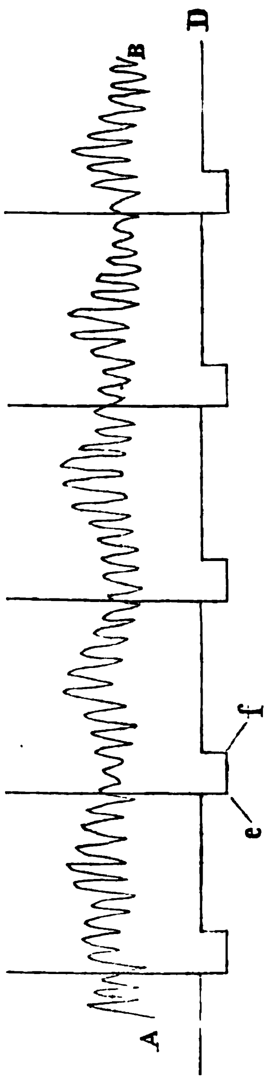


Fig. 3.

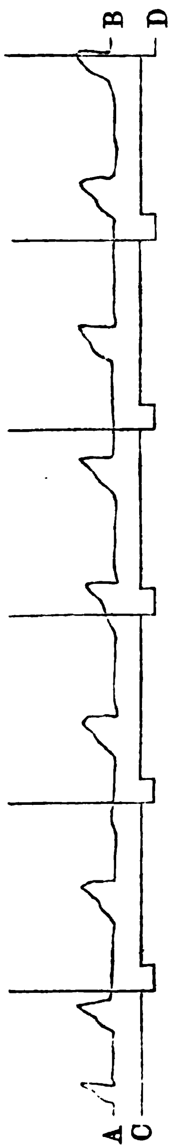


Fig. 4.

De kromme lijn AB bevat de geregistreerde hartslagen. Zij zijn niet alle even groot. Er heeft namelijk eene regelmatige afwisseling van kleinere en grootere plaats, waarvan de oorzaak waarschijnlijk in den invloed der ademhaling moet gezocht worden. Op de lijn CD, waarop de tijd is aangegeven, zijn door het aantrekken van het ankertje ten gevolge van het sluiten van den stroom, door de hierboven beschreven inrigting aan de klok aanwezig, hetgeen elke twee secunden plaats heeft, kleine vertikale lijntjes zigtbaar, door een klein horizontaal lijntje vereenigd. Deze lijntjes (b. v. op de lijn CD bij *e* en *f* zigtbaar) worden op de volgende wijze teweeg gebragt. Het eerste vertikaal naar beneden gerigte lijntje (bij *e*) ontstaat op het oogenblik dat de stroom gesloten wordt, waardoor het ankertje met het daarmede verbonden pennetje daalt en dit vertikaal lijntje wordt opgeschreven. Het ankertje blijft echter zeer korten tijd aangetrokken, waardoor het kleine horizontale lijntje *ef* ontstaat, terwijl op het oogenblik, dat het ijzer zijn magnetisme verliest, het ankertje weder naar boven gaat en derhalve het tweede vertikale lijntje wordt opgeteekend bij (*f*), waarna gedurende twee secunden eene lange horizontale lijn wordt opgeschreven en wanneer deze verloopen zijn weder een vertikaal lijntje op het oogenblik dat de stroom weder gesloten wordt.

In Fig. 4 bevat de lijn AB een tracé van de hartslagen van hetzelfde konijn op het oogenblik dat het dier chloroform begint in te ademen. Men ziet hoe de frequentie hierdoor verminderd wordt, terwijl wij ons tevens overtuigd hebben, dat te gelijker tijd de bloedsdrukking in de Art. carotis aanmerkelijk daalt. Is er narcose ontstaan, dan neemt de frequentie der hartslagen weder toe. Deze invloed van de chloroforme inademing op de frequentie der hartslagen meenen wij dat tot nog toe niet bekend was. Op de lijn CD is de tijd aangegeven.

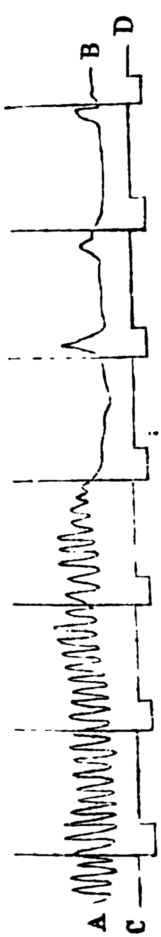


Fig. 5.

In figuur 5 is de invloed van de prikkeling van den N. vagus op de frequentie van de hartslagen zigtbaar (AB). In het begin van de 7e secunde (CD) heeft men den linker N. vagus door eenen sterken galvano-inductiestroom geprikkeld. Het hart is onmiddellijk gaan stilstaan. In het begin van de 9e secunde heeft het zich weder zamengetrokken. Deze zamentrekking was krachtiger dan die welke onmiddellijk vóór de prikkeling plaats hadden, hetgeen blijkt uit de grootere vertikale hoogte van het op dit oogenblik opgeschreven kromme lijntje.

Utrecht, 20 September 1862.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 31sten JANUARIJ 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, R. VAN REES, A. H. VAN DER BOON MESCH, A. W. M. VAN HASSELT, J. G. S. VAN BREDA, C. J. MATTHES, F. J. STAMKART, C. H. D. BUYS BALLOT, P. BLEEKER, M. C. VERLOREN, E. H. VON BAUMHAUER, P. ELIAS, L. J. A. VAN DER KUN, P. HARTING, D. BIERENS DE HAAN, J. VAN GEUNS, W. VROLIK, R. LOBATTO.

Het Proces-Verbaal der gewone Vergadering van den 27sten December j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Na de voorlezing en vaststelling van het Proces-Verbaal zegt de Heer VAN DER BOON MESCH het volgende:

Naar aanleiding en ter beantwoording van de vraag van den Heer OUDEMANS: „door wien de planten in het Japansche werk zijn bepaald," heb ik den Heer Dr. J. HOFFMAN om inlichting gevraagd. Uit de ontvangen inlichtin-

gen is het gebleken, dat de bedoelde planten bepaald zijn door de Heeren J. HOFFMAN en H. SCHULTES; en tot nadere opheldering breng ik ter tafel het *Journal Asiatique*, Octobre-Novembre 1852, bevattende: Noms indigènes d'un choix de plantes du Japon et de la Chine, déterminés d'après les échantillons, de l'Herbier des Pays-Bas, par M.M. J. HOFFMANN et H. SCHULTES. De Spreker wijst op hetgeen gelezen wordt pag. 265. Si avec tous ces matériaux, notre Index n'a pas reçu une plus grande étendue, c'est que nous nous sommes rigoureusement astreints à n'admettre aucune espèce qui ne fut parfaitement déterminée, et par conséquent représentée dans l'Herbier de Leyde par des exemplaires auxquels les Japonais eux-mêmes avaient ajouté les noms Japonais et Chinois.

Worden gelezen brieven van de H.H. VAN OORDT, VERDAM, VAN DER WILLIGEN, ter verontschuldiging wegens het niet bijwonen dezer Vergadering. — Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Heer VAN GENDT, Hoofd-Ingenieur van den Waterstaat in Noord-Holland, gedagteekend Haarlem 30 December 1862, N°. 2170 A, ten geleide van een Rapport van den Ingenieur van den Waterstaat J. F. W. CONRAD over middelen in de haven het Nieuwe Diep tegen den Paalworm beproefd. —

Wordt besloten den Heer VAN GENDT voor deze toezending dank te zeggen, met het berigt dat dit Verslag in zijn geheel in het jaarlijksch Rapport der Commissie over den Paalworm zal worden opgenomen.

De Secretaris berigt van de H.H. C. en P. VAN DER STERR ontvangen te hebben Tabellen van waargenomen waterhoogten, welke hij der Commissie over de daling van den bodem in Nederland heeft ter hand gesteld.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 9 Januarij 1863, N°. 165 3e Afdeeling, 19 Januarij 1863, N°. 202 6e Afdeeling, 21 Januarij, N°. 168 6e Afdeeling); 2°. J. LUZAC, Secretaris van H.H. Curatoren der Hoogeschool te Leiden (Leiden, December 1862); 3°. E. A. JORDENS, Secretaris der openbare boekerij te Arnhem (Arnhem, 3 Januarij 1863); 4°. D. H. DE CASTRO (Amsterdam, 29 Januarij 1863); 5°. KIRSCHBAUM, Secretaris van het Verein für Naturkunde im Herzogthum Nassau (Wiesbaden, 1 November 1862); 6°. Secretaris van het Offenbacher Verein für Naturkunde (Offenbach, 10 November 1862); 7°. J. ROSENTHAL, Tweeden Secretaris der Physicalisch-Medicinische Gesellschaft te Wurzburg); 8°. LEUCHNER en HOCHBERGER (Carlsbad, 2 October 1862); 9° C. MARIGNAC, Secretaris der Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève (Genève, 1 Novemb. 1862); 10°. P. F. WAHLBERG, Secretaris der Kongl. Suenska Vetenskaps Akademiën i Stockholm (Stockholm, November 1862); 11°. E. FRIES, Secretaris der Société royale des Sciences à Upsal (Upsal, 15 September 1862); 12°. JOSEPH VALENTINELLI, Bibliothecaris van de boekerij St. Marcus te Venetië (Venetië, 18 October 1862).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de bibliotheek der Akademie.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende H.H. 1°. MANSFELDT, Bibliothekaris des Konings ('s Gravenhage, 6 Januarij 1863); 2°. J. C. HORCH, Bibliothekaris van den Prins van Oranje ('s Gravenhage, 27 Januarij 1863); 3°. Prins FREDERIK der Nederlanden ('s Gravenhage, 5 Januarij 1863); 4°. J. H. VAN WICKEVOORT, Secretaris van Prins HENDRIK der Nederlanden; 5°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 Januarij 1863); 6°. H. VOLLENHOVEN, Referendaris, Chef der vijfde Afdeeling bij het Departement van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 Januarij 1863); 7°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap (Utrecht, 22 Nov. 1862); 8°. D. F. VAN DER PANT, Eersten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 24 Januarij 1863); 9°. J. DE VRIES JZ. (Amsterdam, 3 Januarij 1863); 10°. W. J. DE VOOGT (Amsterd., 10 Januarij 1863); 11°. A. NAMUR, Secretaris van de Société Archéologique van het Groot-Hertogdom Luxemburg (Lux., 16 Januarij 1863); 12°. COFFINIÈRE, Général-Commandant de l'Ecole Impériale polytechnique te Parijs (Parijs, 24 Januarij 1863); 13°. Directeur van de Bibliothéque Impériale te Parijs (Parijs, 27 Januarij 1863); 14°. J. C. CONESTABILE, Buitenlandsch Lid der Akademie (Orleans, 27 Januarij 1863); 15°.

THALEN, Bibliothekaris der Société royale des Sciences te Upsal (Upsal, 15 September 1862). — Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 26 Januarij 1863, N°. 218 3e Afdeeling), ten geleide der Vervolg-memoriën 4. 5, 6 en 7, en bijbehoorende waterpassingen betrekkelijk het invoeren van een gelijk stelsel van peilschalen langs de hoofdrivieren des rijks. — Even als de vroegere worden deze stukken tot tijdelijk gebruik aan de Akademie afgestaan.

Wordt besloten Zijner Excellentie voor deze heusche toezending dank te zeggen en de genoemde memoriën den Heer STAMKART ter hand te stellen.

Wordt gelezen brieven van den Heer BLEEKER gedagteekend Leiden, 5 December 1862, 2, 12 en 13 Januarij 1863, ten geleide der volgende Verhandelingen, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen:*

1°. *Description de quelques nouvelles espèces de Cyprinoïdes de Ceylon.*

2°. *Description d'une nouvelle espèce du genre Nemacheïlus.*

3°. *Sur une nouvelle espèce de poisson du Japon, appartenant à un nouveau genre.*

4°. *Notice sur les noms de quelques genres de la famille des Cyprinoïdes.*

Zij worden in handen gesteld der Commissie van Redactie.

De Heer W. VROLIK leest, in naam der Commissie over den Paalworm, haar vierde Verslag voor.

Wordt besloten een afschrift van dit Verslag den Minister van Binnenlandsche Zaken aan te bieden; Zijner Excellentie terug te zenden het adres van den Heer KLEIJN; de voortzetting der subsidie van *ƒ* 100 voor den jare 1863 aan te vragen; het voorgedragen Verslag in de *Verslagen en Mededeelingen* der Afdeeling op te nemen en ook afzonderlijk voor het algemeen verkrijgbaar te stellen; en het voorstel tot den Minister te rigten, dat worde ontboden eene hoeveelheid Yari-Yarihout uit West-Indië, ten einde de hoedanigheden daarvan, ook met het oog op de verdrijving van den Paalworm, door de Afdeeling mogen worden onderzocht.

De Secretaris berigt, dat de door de H.H. BLEEKER, KAISER en VAN DER WILLIGEN voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden Verhandelingen zijn aangenomen.

Wordt gelezen een brief van den Heer VAN DER WILLIGEN (Deventer, 29 Januarij 1863), ten geleide eener voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden Verhandeling, *over electrische ontlading in het luchtledige.* Zij wordt in handen gesteld der Commissie van Redactie.

De Heer BIERENS DE HAAN biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan eene *Bijdrage tot de theorie der bepaalde integralen,* N°. IV—VII. Zij wordt tot de Commissie van Redactie verzonden.

De Heer VAN REES spreekt *over het verband van de wiskundige theorie der statische electriciteit met die des galvanischen strooms en van de voortplanting der warmte* en zegt daarover eene Verhandeling te zullen aanbieden voor de *Verslagen en Mededeelingen.* — De Secretaris wordt gemagtigd haar, na de ontvangst, in handen te stellen der Commissie van Redactie.

Niemand heeft iets verder voor te stellen en de Vergadering wordt gesloten.

VIERDE VERSLAG

OVER

DEN PAALWORM.

Het einde des jaars legt ons alweder de verpligting op, U, in een Vierde Verslag, de uitkomsten mede te deelen onzer waar- en proefnemingen in den jare 1862. Zij gelden vooreerst proefpalen van eiken en greenen hout, bewerkt met: 1°. creosoot, 2°. paraffine-olie en 3° koolteer.

Ons Derde Verslag leert, dat zij in de maand Julij 1860 te Stavoren en aan het Nieuwe Diep in het water zijn gebragt. Van elke dezer reeksen en ook van het onbereide hout werden, zoowel uit Stavoren als uit Nieuwe Diep, een paal naar Amsterdam gezonden en aldaar onderzocht, in de maand October 1862. Zij waren dus gedurende twee jaren in het water gebleven. Het onderzoek leerde, dat zoowel de onbereide greenen als eiken palen sterk door den Paalworm waren aangetast.

Van het hout, dat in de fabriek van den Heer HOOGSTRATEN gecreosoteerd was geworden, werden een eiken en een greenen paal uit Stavoren onderzocht. — De greenen paal was vrij van Paalworm; hij werd weder in het water gezet. — In den eiken paal is de Paalworm vlak bij de punt, welke den bodem raakte, in het hout gedrongen en heeft hij van daar zijne gangen naar boven voortgezet

De afgezaagde punt C 2 geeft U daarvan blijk. In een gecreosoteerden eiken paal uit Nieuwe Diep vonden wij aan eene der vier zijden eene menigte Paalwormen vlak onder de korst, door het creosoot op de oppervlakte van het hout teweeg gebragt (A II). In een gecreosoteerden greenen paal, evenzoo uit Nieuwe Diep, was geen Paalworm te bespeuren. Hij werd weder in het water gebragt.

Van het hout met paraffine-olie bestreken werden een eiken en een greenen paal uit Stavoren gezonden. In den eiken paal was de verwoesting, door Paalworm, vlak bij de punt zigtbaar, in den greenen paal was daarvan geen spoor te bemerken; deze laatste werd weder in het water gebragt.

Uit Nieuwe Diep werden evenzeer een eiken en een greenen paal met paraffine-olie bewerkt overgezonden. In den eiken paal is verwoesting door Paalworm bemerkbaar, in den greenen paal ontbreekt zij, maar vindt men eigenaardige kanalen, zeer van die des Paalworms onderscheiden, duidelijk blijk gevende, dat zij door de werking van een ander dier zijn teweeg gebragt. — Deze gangen zijn door ons medelid SNELLEN VAN VOLLENHOVEN onderzocht. Volgens zijn gevoelen hebben zij slechts en dan nog maar zeer weinige overeenkomst met de gangen door *Hylesinus Fraxini* in iepenhout geboord. Hij vond er de overblijfselen in van ringwormen. — Bij het kloven van het hout vonden wij er een insekt in, dat ons medelid verklaarde te zijn *Ichneumon computatorius*. Het is onnoodig te zeggen, dat door deze sluipwesp de gangen niet kunnen gemaakt zijn.

Wat de bestrijking met koolteer betreft, is het voldoende op te merken, dat zoowel te Nieuwe Diep als te Stavoren gebleken is, dat de twee daarmede bestreken eiken en greenen palen zeer veel van den Paalworm te lijden hebben gehad. In verband met de vroegere bevindingen, gelooven wij te mogen besluiten, dat de koolteer geen vol-

doend vermogen heeft om het hout voor verwoesting door den Paalworm te bewaren.

In ons Derde Verslag werd opgegeven, dat de Heer BOULTON, een Engelsch fabriekant, ons twaalf perkoenpalen van dennen- en beuken hout en zes van populieren hout overzond, alle in zijne fabriek gecreosoteerd. Zij werden in de maand Augustus des jaars 1861 in het water gebragt. Zoowel te Nieuwe Diep als te Stavoren is van elke soort een paal uitgetrokken en naar Amsterdam gezonden. Aldaar in de maand October des jaars 1862, dus na verblijf in het water van meer dan twaalf maanden, onderzocht, toonden zij dat het creosoot zeer diep in het hout was doorgedrongen, dat overal vettig op het aanvoelen was, hetgeen vermoedelijk aan de groote vloeibaarheid en het daarvan afhangend grooter doordringend vermogen van het gebezigd créosoot was toe te schrijven. — In geen' dezer perkoenpalen is een spoor van paalworm zigtbaar.

Naar aanleiding van vroegere voorstellen zijn drie palen van eiken en drie van greenen hout, waarvan ons Derde Verslag melding maakt, in de fabriek van de H.H. VAN DER ELST en SMIT met waterglas en daarna met chloorcalcium doortrokken. Tot drooging werden zij aanvankelijk in het Nieuwe Diep buiten het water gelaten en onder het toezigt van den Heer NIFTERIK behoorlijk beveiligd. Op den 10den Maart des jaars 1862 werden zij in het water gebragt. Zij staan aan het Nieuwe Diep ongeveer 80 duim in den grond, en met hunne boveneinden 70 duim onder volzee. Een paal daarvan, onderzocht in de maand October deszelfden jaars, bleek sterk door den Paalworm verwoest te wezen.

De palen van eiken en van greenen hout, door den Heer VAN RIJSWIJK bestreken met een door ZEd. Gestr. uitgedacht en vroeger reeds besproken middel *), zijn in

* Zie ons Tweede Verslag 1861. bl. 6.

de maand Junij 1861 te Nieuwe Diep en te Stavoren in het water gebragt. Het onderzoek daarvan had plaats in de maand October des jaars 1862. — Die van het Nieuwe Diep zijn beide door Paalworm aangedaan. In Stavoren is de greenen paal vrij gebleven, maar vertoont de eiken paal sporen van Paalworm. De vrij gebleven greenen paal is weder in het water gezet. — Tot zooverre strekken de proeven, door de Commissie genomen. — Uit deze blijkt:

1°. dat het middel door den Heer VAN RIJSWIJK uitgedacht, gebleken is onwerkzaam te zijn in twee stukken eiken en een stuk greenen hout,

2°. dat de koolteer ten eenemale bleek onvermogend te wezen om het hout, daarmede bedekt, tegen den Paalworm te bewaren,

3°. dat ten deze opzigte ook geene waarde mag toegekend worden aan waterglas en chloorcalcium,

4°. dat het creosoteren in de fabriek van den Heer HOOGSTRATEN twee greenen palen beveiligde, maar onvermogend was in twee eiken palen.

5°. dat de paraffine-olie ongeveer dezelfde uitwerking had; zij beveiligde twee greenen palen, maar belettede niet, dat twee eiken palen door den Paalworm werden aangedaan.

Vatten wij dit alles te zamen, dan achten wij ons geregtigd om alle verder onderzoek omtrent beveiliging van hout tegen den Paalworm door het middel van den Heer VAN RIJSWIJK, door waterglas en chloorcalcium, en door koolteer ter zijde te stellen. — Het is op voldoende wijze gebleken, dat zij alle drie tot het weren van den Paalworm onmagtig zijn.

Voor creosoot echter en paraffine-olie is het laatste woord niet gezegd. Wij zullen onze proefnemingen daaromtrent voortzetten. Te meer achten wij ons daartoe gedrongen, omdat, onder dagteekening van Alkmaar 1 October 1862,

door U in onze handen werd gesteld het volgende Verslag van den Heer J. F. W. CONRAD, Ingenieur van den Waterstaat.

„Onder geleide dezer geef ik mij de eer U HoogGel. te doen geworden: een onlangs in mijne tegenwoordigheid gezaagd gedeelte uit het beschot der zuidelijke buitenvloeddeur van het, aan de Ooster-Schelde gelegen, Goessche Sas.

„Het bestaat uit drie dennen 6 duims platen, die, alvorens het uitzagen aanving, door twee klampen verbonden werden, zoodat de drie platen onderling den stand hebben behouden, dien zij in de sluisdeur hadden.

„De middenste plank is ongecreosoteerd, de beide buitenste planken zijn met creosoot doordrongen; eerstgenoemde is geheel door den Paalworm vernield, en de gecreosoteerde planken zijn gaaf zonder de minste sporen van paalworm te vertoonen.

„Het uitgezaagde gedeelte van het beschot waarvan hier sprake is, stond gemiddeld 0,80 El boven laag water, overeenkomende met 2,70 El beneden het hoogwaterpeil.

„De buitenvloeddeur met het gecreosoteerd dennen beschot, waarvan de ongecreosoteerde plank een gedeelte uitmaakt, werd in Julij 1858 ingehangen en reeds in Junij 1859 was laatstgenoemde plank zoodanig door den zeeworm vernield, dat eene vernieuwing noodzakelijk werd; dit geschiedde nogmaals met eene ongecreosoteerde dennen plank, waarvan het hierbijgaande stuk een gedeelte is.

„De herstelde sluisdeur werd in Junij 1859 ingehangen en in December 1861 op den wal gebragt.

„Toen bleek het, dat de ongecreosoteerde plank weder geheel door den Paalworm vernield was, in dezelfde mate als het hierbij gevoegd gedeelte.

„De eerst aangebragte plank was alzoo na 11 maanden en de tweede na 30 maanden geheel door den Paalworm

vernield, terwijl het gecreosoteerde beschot, dat 41 maanden aan het zeewater was blootgesteld, geen spoor van Paalworm vertoont.

„De uitkomst dezer proef, genomen met droog dennenhout, dat, zoo als uit bijgaande stukken blijkt, geheel met creosoot doordrongen was, is eene gunstige getuigenis voor het beveiligingsvermogen der creosoot tegen de vernieling van den Paalworm.

„Het hout is gecreosoteerd aan de fabriek te *Feijenoord.*

„Het zal mij eene eer zijn indien de Natuurkundige Afdeeling der Kon. Akademie van Wetenschappen van deze aanteekening wil kennis nemen.

„Met enz." —

Gelijke uitkomst ongeveer had eene andere proefneming in een Verslag van den Heer J. F. W. CONRAD aan den Heer Hoofd-Ingenieur VAN GENDT medegedeeld, en waarvan deze laatste de goedheid had ons een afschrift te doen toekomen. Het luidt als volgt:

„Ik geef mij de eer UwelEd. Gestr. mede te deelen de navolgende uitkomsten der in het Nieuwe Diep voortgezette proefnemingen met de middelen, die men vermoedt dat het hout beveiligen tegen de vernieling door Paalworm.

„Den 6den April 1861 zijn tusschen het wierhoofd en het daarvóór staande remmingwerk aan den mond der haven ingeheid zes regels proefpalen, elke paal is vierkant bezaagd, lang 3 el, zwaar 15 duim vierkant en met den kop 25 duim onder volzee gelegen.

„Regel A bevat 5 gecreosoteerde en één onbereide *eiken* paal.
„ B „ 5 „ „ één dito *greenen* paal.
„ C „ 5 „ „ één dito *dennen* paal.

Regel D bevat 5	met warme koolteer tweemaal bestreken	en één onbereiden *eiken* paal.			
„ E „ 5	dito	en één	dito	*greenen* paal.	
„ F „ 5	dito	en één	dito	*dennen* paal.	

„Den 23 Mei 1861 zijn bij deze gevoegd drie regels proefpalen, elke paal is vierkant bezaagd, lang 3 el, zwaar 10 en 14 duim en met den kop 45 duim onder volzee gelegen.

„Regel G bevat 5 driemaal met loodwit geverwde *eiken* palen.
„ H „ 5 „ „ „ „ *greenen* palen.
„ I „ 5 „ „ „ „ *dennen* palen.

„De bereiding met creosoot was geschied onder eene drukking van 14 atmosferen in de fabriek van de Maatschappij tot houtbereiding te *Amsterdam*.

„Het teeren en verwen der palen was met de meeste zorg uitgevoerd.

„Den 8sten November 1861 is van elken paalregel een bereide of gesmeerde, en een onbereide paal geligt, op den wal gehaald en naauwkeurig nagezien. Geen spoor van Paalworm was noch in deze noch in gene palen te bespeuren.

„Paalregel G (geverwde eiken) is door den stormvloed van 13 op 14 November 1861 weggeslagen.

„Den 8sten October 1862 zijn de paalregels nogmaals onderzocht door mij in bijzijn van den opzigter J. G. VAN [illegible], en wij hebben het navolgende bevonden:

„Paalregel A. Gecreosoteerd eiken hout.

De bereide paal is gaaf zonder het geringste spoor van Paalworm.

De onbereide paal is aangetast vooral op de hoeken, en levende wormen zijn in het hout aanwezig.

„ Paalregel B. Gecreosoteerd greenen hout.

De bereide paal is gaaf zonder het geringste spoor van Paalworm.

De onbereide paal is sterk door den worm aangetast; het doorgezaagde vlak vertoonde 57 wormgaten van 8 tot 9 streep middellijn.

„ Paalregel C. Gecreosoteerd dennen hout.

De bereide paal is gaaf zonder het geringste spoor van paalworm.

De onbereide paal is sterk over de geheele oppervlakte tot in het hart door den worm vernield; het doorgezaagde vlak vertoonde 83 wormgaten van 8 tot 10 streep middellijn.

„ Paalregel D. Tweemaal met warme koolteer besmeerde eiken Paal.

De besmeerde paal draagt oppervlakkige sporen van Paalworm in de hoeken.

„ Paalregel E. Tweemaal met warme koolteer besmeerde greenen paal.

De besmeerde paal draagt duidelijke sporen van paalworm.

„ Paalregel F. Tweemaal met warme koolteer besmeerde dennen paal.

De besmeerde paal draagt sterke sporen van paalworm.

„ Paalregel H. en I. Driemaal met zinkwit geverwde palen.

De palen zijn in dezelfde mate aangetast als die met koolteer zijn bestreken, de verw zit los op het hout. —

„ De perkoenpalen onder het plankier langs de Rijkszeehaven het *Nieuwe diep*, vermeld onder letter *e* van mijn rapport dd. 5 Junij 1860, N° 485 zijn den 20sten November nogmaals door mij onderzocht. — Een gecreosoteerde eiken perkoenpaal bezuiden den Jagthoek geslagen in October 1857, is doorgezaagd en noch de oppervlakte noch de doorsnede vertoonde zelfs de geringste sporen va

Paalworm; het hierbij gaande stuk, gemerkt A, is een gedeelte van dien perkoen.

„Een onbereide eiken perkoenpaal, waarvan hierbij een afgezaagd gedeelte gemerkt B is gevoegd, geslagen in October 1857 bij stutpaal N° 35 is sterk door den Paalworm aangetast; in de doorsnede vertoonen zich 34 wormgaten, waarvan het grootste eene middellijn van 8 streep heeft. De gaten zijn tot 3 duim binnen den omtrek aanwezig, doch het hart is nog ongeschonden.

„In October 1861 zijn bij de steenbollen vóór de Marine-schutsluis in het *Nieuwe Diep* geslagen 150 stuks gecreosoteerde eiken perkoenpalen, waarvan de helft uit ronde, en de wederhelft uit gekloofde drievlakkige en halfronde palen bestaat. Zij zijn den 8sten October 1862 onderzocht, en noch de ronde noch de gekloofde waren door den Paalworm aangetast.

„In voornoemd rapport van 5 Junij 1860 is onder letter *d* sprake van eene proefneming met het West-Indische *Manbarklak-hout;* dat hout, in December 1857 binnen het remmingwerk vóór het wierhoofd geplaatst, is den 8sten October 1862 onderzocht.

„De buitenomtrek der twee daarvan geheide palen vertoonde duidelijke sporen van paalworm en ook de twee aan kettingen gelegde palen waren op eenige plaatsen tot omstreeks één duim diepte aangetast; laatstgenoemden, op drie plaatsen doorgezaagd, leverden het bewijs, dat de Paalworm niet verder dan tot één duim binnen het oppervlak was doorgedrongen.

„Omtrent de *Metaalverw* van den Heer P. C. CLAASEN te *Amsterdam*, waarvan ik onder Letter *c* van het rapport van 5 Junij 1860 een nader onderzoek toezeide, had ik de eer UwelEdGestr. den 29sten Mei 1862 te berigten, dat, toen de op 20 Augustus 1859 ingehangen buitenvloeddeuren der Koopvaarder-sluis te *Nieuwe Diep*, waarvan het

eiken raam en regelwerk met die metaalverw bestreken was, den 3^{den} Augustus 1860 op den wal gehaald en schoongemaakt waren, de metaalverw verdwenen was.

„De uitkomst dezer proefnemingen is dus slechts gunstig ten opzigte van het met creosoot doordrongen hout, en zij mag zelfs zeer gunstig genoemd worden, wanneer men de vijfjarige proefneming beschouwt met de gecreosoteerde perkoenpalen onder het plankier der Rijks-Zeehaven het *Nieuwe Diep*." —

Deze gunstige rapporten, gevoegd bij onze eigen bevinding van het hout, dat in Engeland werd gecreosoteerd, staat zoozeer tegenover de onvoldoende uitkomst van onze jongste proefneming, dat wij het noodig achten verder met ons onderzoek voort te gaan.

Wij mogen daarbij niet verzwijgen, dat in het hout van het Goesche Sas, door den Heer CONRAD overgezonden, er op eene plek sporen van ingedrongen paalwormen in het gecreosoteerde hout zigtbaar zijn. Zij zijn echter slechts op eene plaats aanwezig en niet diep doorgedrongen. — Intusschen is dit verschijnsel ongeveer gelijk aan diegene, welke wij reeds in ons eerste Verslag opteekenden (zie bl. 110 en volg.). — Wij zagen toen Paalworm dringen in onbereid hout, geklampt op gecreosoteerd hout, en van daar overgaan in het gecreosoteerde hout.

De vraag is ontstaan, of de zoogenaamde steen-olie (*petroleum*) ook een geschikt behoedmiddel van het hout tegen den Paalworm zoude mogen heeten. — Zij ontstond bij de Commissie, naar aanleiding van de beraadslaging van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs in de Vergadering van den 12^{den} November 1861. — Zij acht het allezins wenschelijk, dat daarmede proeven worden genomen, en bereidt zich voor, om deze in den aanvang van den jare 1863 in het werk te stellen. — De betrekkelijk

niet ongunstige uitkomsten van het gebruik van creosoot, mits van goede hoedanigheid en krachtig ingeperst, als ook van paraffine-olie en de verwantschap van deze beide met de steen-olie, doen daarvan iets goeds verwachten.

In den loop van den jare 1862 werden de volgende brieven in handen der Commissie gesteld:

De Minister van Binnenlandsche Zaken zond haar het volgend schrijven van den Heer W. KLEIJN te Arnhem:

„De Ondergeteekende WOLTERUS KLEIJN, onderwijzer in de Bouwkunde en timmerman te Arnhem, in 1820 bekroond met de zilveren medaille van wege den Koning als kweekeling eener teeken-akademieschool.

„Geeft met de meeste achting te kennen: na gelezen te hebben het *Derde Verslag* van de *Commissie* nopens den *Paalworm* pag. 11, 12, en 18, waar gewag wordt gemaakt van een hout of houtsoort, die de Visschen en Water-Insecten vergeeft en welks goede hoedanigheid in twijfel wordt getrokken.

„Ruim vijf jaren ben ik als timmerman in de West-Indiën (Demerary) werkzaam geweest, ben daar o. a. soorten van hout bekend geworden met een houtsoort (niet geschikt voor timmerhout), waarmede men aldaar de visschen bedwelmt en doodt, deze visch wordt gegeten, en heeft voor den mensch geene schadelijke gevolgen.

„Dit hout wordt door de Indianen in kleine kwaze bossen verkocht, heeft eene grijze koleur als die der wijnranken, en is plus minus dik 3 à 4 duim, wordt nat gemaakt en al nattende fijn geklopt of gebeukt, en dit gedaan in een afgesloten water of kolk die in den regentijd gevormd en vol visschen zijn; dat bij eene eerstvolgende regentijd als deze plassen uitstroomen, alle visschen uit de kreek of rivier stroomafwaarts zich verwijderen; en dat er geene vis-

schen in den volgenden droogen tijd in die plassen of kolken gevonden worden; alsmede dat de naam van dit hout nagenoeg klinkt als voorkomt in den naamloozen brief, vermeld in het *Derde* Verslag wegens den Paalworm.

„Eene beschrijving van het hout Hai-arry, waarmede men de visschen vergeeft en het aanwenden, vindt men ook in een *boek der uitvindingen, ambachten en fabrieken*, met eene voorrede van Dr. J. BOSSCHA J[R], gedrukt te Leiden, bij A. W. SIJTHOFF 1858, *over de Vischvangst*, bl. 91 à 92.

„Den naamloozen brief, voorkomende in het Derde Verslag over den paalworm, geloof ik dat door een mijner leerlingen geschreven is, doordien daar veel in voorkomt van mijne woorden, gesproken bij een leercursus over hout en timmerhout, dat in de bosschen van Guiana overvloedig en voor niet of voor de moeite van het halen te bekomen is.

„Er groeit te Demerary een hout waar nooit geen zee of paalworm inkomt, en gebruikt wordt voor de buitenhuid van schoenersbooten en ponten, dit hout wordt aldaar genoemd bruin Sil-wa-balie, is donker of bruingeel van kleur en heeft eenen aangenamen aromatischen reuk. Het lichtgeel Sil-wa-balie heeft geen reuk maar is mede een fijn timmerhout.

„Het Hai-arry is niet kostbaar en als naar mijn gevoelen in iederen paal een of twee pennen ter dikte van ½ duim geslagen wordt, zoude het de larven der paalwormen terughouden en dooden; een werkman kan 600 daarvan per dag inslaan, en één proef zou beslissen of het goede uitkomsten geeft; het pennen kan dan een of tweemaal jaarlijks herhaald worden.

„Dit heb ik gemeend aan Uwe Excellentie kenbaar te maken, omdat de Commissie met het bestaan en den aard van dit hout niet bekend schijnt te zijn".

Eenigzins verwant daarmede is de brief, ontvangen van

den Heer C. A. VAN SIJPESTEYN van den volgenden inhoud:

„In het Derde Verslag van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen over den Paalworm komt iets voor omtrent de aanprijzing door eenen onbekende van het *Yarri-Yarri*hout, waarbij door den Heer OUDEMANS ook werd gewezen op hetgeen door mij dienaangaande vroeger is bekend gemaakt.

„Ik neem de vrijheid naar aanleiding daarvan, aan de Akademie nog een en ander mede te deelen, dat welligt over deze zaak nog eenig licht zal kunnen verspreiden.

„Het *Yarri-Yarri*-hout komt in *Suriname* in het geheel niet, in *Demerary* niet veel voor. Het wordt aldaar ook *lancewood* genaamd, en DALTON, de beste schrijver over *Britsch-Guiana*, zegt op bladz. 215 van het 2de Deel van zijne *History of British Guiana* het volgende daarvan:

157. „„Yarri Yarri or lancewood (Dugentia quitaren-„„sis) a small and slender tree, the wood of which pos-„„sesses much toughness and elasticity, and is used for „„gig shafts. The Indians make their arrow-points of it.""

„In mijne beschrijving der Surinaamsche Houtsoorten, heb ik, na terugkomst uit Demerary, alwaar de monsters *Yarri-Yarri* of *lancewood* geheel overeen kwamen met het Surinaamsche *pritijari*, gerust als waarschijnlijk durven aannemen, dat dit hetzelfde hout was; vooral ook om den uitgang *Yari*.

„Op bl. 181 van het I Dl. van *West-Indië* leest men:

61. „„Prityiarie — Dugentia quitarensis (?) Lance-„„wood ?— *Yarri Yarri* komt in Suriname veel voor en „„wordt gehouden voor een fijn, sterk en veerkrachtig „„hout, het komt niet in groote afmetingen voor. Het ge-„„lijkt zeer veel op en is *waarschijnlijk* hetzelfde als het „„*Yarri-Yarri* van Demerary, alwaar men nog variëteiten

„„daarvan aantreft, zoo als de *Amooroo* en de *Carra-Seri* „„of *black lance wood.*""

„Mijn overleden vriend Mr. H. C. FOCKE heeft in het II^de^ Deel van *West-Indië,* bl. 18—22, een stuk geplaatst onder den titel van „„*nog iets over hout,*"" waarin hij op bl. 21 zegt:

„„Ons Pritijarie, hetwelk volgens SIJPESTEYNS gissing „„*Dugentia quitarensis* zoude zijn, is het echter niet. Wat „„het is, is nog onbekend.""

„Overigens kan nóch omtrent het *Yarri-Yarri* nóch omtrent het *pritiijarie* iets naders worden medegedeeld.

„Anders is het gelegen met de kakaralli *).

„Behalve hetgeen daaromtrent gezegd is op blz. 170 van het I^e^ Dl. van *West-Indië,* alwaar onder N°. 4 het *Manbarklak, Lecythis ollaria,* of *Kakaralli* is beschreven (ook met het oog op den paalworm) zijn veel meer bijzonderheden, ook omtrent het nemen van proeven in Nederland, op last van den Minister van Binnenlandsche Zaken, en omtrent hetgeen dienaangaande voorkomt in de Vergaderingen en Verslagen van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs, door mij medegedeeld op bl. 136—140 van het II^de^ Dl. van *West-Indië* onder het opschrift, „*over het manbarklakhout.*"

„In de vooronderstelling, dat er een exemplaar van het Tijdschrift *West-Indië* ter dispositie van UHoogGel. en van de Leden van de Akademie is, ben ik zoo vrij naar dit laatste stuk, waarin al het mogelijke omtrent dit hout is medegedeeld, te verwijzen, terwijl anders een exemplaar van dit Tijdschrift bij mij ter uwer beschikking ligt.

„*Yarri-Yarri* of *lance wood* een wit fijndraderig, vrij zacht hout, is trouwens onmogelijk hetzelfde of identiek met het *manbarklak,* een enorm hard, zwaar, bruin hout,

*) Niet *karakalli,* zoo als in het 8de Verslag voorkomt.

waarvan ik de vrijheid neem, hierbij een monster aan U HoogGel. toe te zenden.

„Omtrent den uitslag der aan het Nieuwe Diep genomene proeven kan ik niets mededeelen, doch zal zeker bij het Departement van Binnenlandsche Zaken alles bekend zijn." —

Deze brief gaf aanleiding tot een Verslag van de zijde van den Heer OUDEMANS luidende als volgt:

„Ingevolge den mij op onze jongste Vergadering opgedragen last, om de Natuurkundige Afdeeling der Akademie te dienen van berigt, voorlichting en raad aangaande een aan haar gerigt schrijven van den Heer C. A. VAN SIJPESTEYN, welk schrijven mededeelingen bevatte omtrent eenige West-Indische houtsoorten, en wel bepaaldelijk aangaande het *Yari-Yari*, *Pritiijarie* en *Kakaralli* of *Manbarklak* — en mij met een daartoe behoorend stuk *Manbarklak* werd ter hand gesteld, heb ik de eer, de volgende opmerkingen aan uwe Vergadering voor te dragen:

„1e. dat het schrijven van den Heer VAN SIJPESTEYN den twijfel aangaande dat, wat de Auteur van den naamloozen brief, opgenomen in de *Verslagen en Mededeelingen*, Dl. XIII. bl. 324 en 325 onder den naam van *Yari-Yari* bedoeld heeft, niet oplost.

„2e. dat daaruit echter even als uit vroegere geschriften van denzelfden schrijver, op nieuw blijkt, dat het *Yari-Yari* en het *Manbarklak* of *Kakaralli* niet identiek zijn.

„3e. dat er weleer op last der Regering met de laatste houtsoort, die afgeleid wordt van *Lecythis ollaria*, proeven genomen zijn met het doel om uit te vorschen, of werkelijk het *manbarklak* niet door den paalworm zou worden aangetast.

„Uit deze opmerkingen vloeit, naar mijn oordeel, voort, dat voor 't oogenblik alleen de mededeeling van den Heer VAN SIJPESTEYN, vermeld sub N° 3, voor de Akademie van belang kan worden geacht. En ofschoon het mij nu uit het 3de Verslag over den Paalworm, opgenomen in Dl. XIII der *Versl. en Meded.* gebleken is, dat de uitkomsten der proeven, genomen met het *Manbarklak* der Commissie voor den paalworm niet geheel onbekend zijn, daar zij toch op bl. 322 van voornoemd Deel verzekert, dat een stuk *Manbarklak*, hetwelk aan het Nieuwe Diep 3 jaar lang in het water gelegen had, vrij sterk door den paalworm was aangetast, zoo meen ik toch, in het belang der door ons ter harte genomen zaak te moeten adviseren, den brief van den Heer VAN SIJPESTEYN met het daartoe behoorende stuk hout, in handen te stellen der zoo evengenoemde Commissie, opdat zij, naar aanleidiug van dat schrijven, al die stappen zou kunnen doen, welke haar noodig en nuttig zouden kunnen voorkomen, om op afdoende wijze aangaande de aan het *Manbarklak* toegeschrevene bijzondere eigenschappen te worden ingelicht."

De Commissie heeft begrepen het *Manbarklak*-hout nogmaals te moeten beproeven en het in de maand October des jaars 1862, naar Nieuwe Diep gezonden, om het aldaar te water te stellen.

Wat het meermalen besproken *Yari-Yari*-hout betreft, geeft zij U in bedenking, of het niet wenschelijk zoude wezen om, met overzending van dit Verslag, tot den Minister van Koloniën het verzoek te rigten, dat eene hoeveelheid van dit hout uit Hollandsch Guiana wierd overgezonden, ten einde ons in de gelegenheid te stellen om zijne vermeende hoedanigheden te onderzoeken.

Wij achten het dienstig aan het slot van ons Verslag

te voegen, dat de Heer KATER in den jare 1862 onbereide latten in de haven van Nieuwendam te water heeft gebragt, maar dat deze, hoewel bij herhaling onderzocht, nooit eenig blijk gaven van door den Paalworm bezocht te zijn. De geringe warmte des vóorgaanden zomers heeft zijne ontwikkeling in den weg gestaan.

Uit een ander oogpunt is zeer belangrijk het ons, ook door onzen ijverigen Correspondent, medegedeelde feit, dat hij, sedert zeven en twintig maanden, Paalwormen en Ringwormen levend houdt; de eerste in het hout, de andere in klei.

Even als bij de Verslagen der vorige jaren voegen wij bij dit Rapport het resultaat der door den Heer VON BAUMHAUER voortgezette bepalingen van het zoutgehalte van het water op de Stations *Nieuwendam*, *Vlissingen*, *Harlingen* en *Stavoren*, gedurende het jaar 1862, uit welke in verband met de vroeger medegedeelde resultaten blijkt:

1°. Voor *Nieuwendam*, dat terwijl in April 1861 het zoutgehalte tot een minimum van bijna 6 p. m. gedaald was, het van dien tijd af weder steeds is toegenomen tot in de maand October 1862, toen het ruim 12 p. m. bereikte, doch van dien tijd af langzaam weêr is afgenomen, zoodat het in December weêr op 9 à 10 p. m. was gedaald.

2°. Even als in de vorige jaren heeft het zoutgehalte van het water te *Vlissingen* gedurende het jaar 1862 weinige veranderingen ondergaan; de invloed van het zoutwater doet zich hier het minst gevoelen; het zoutgehalte heeft slechts tusschen 29 en 32 p. m. gevariëerd.

3°. Het zoutgehalte van het water bij *Harlingen*, hetwelk in het laatst van 1861 tot 16 p. m. was gedaald, was in Februarij 1862 weder tot boven de 20 p. m. ge-

klommen en bleef op dien stand ongeveer tot aan de maand September, ofschoon in de maand April eene kortstondige sterke vermeerdering, tot bij de 30 p. m. plaats vond. In de maanden September en October vermeerderde het zoutgehalte alweder tot ruim 24 p. m., doch verminderde toen weder, zoodat het in December op 18 p. m, was gedaald.

4°. Zoo als in de vorige jaren is ook in 1862 het zoutgehalte van het water bij *Stavoren* zeer weinig constant geweest. In Januarij zien wij ook den invloed van de vorst; tot in April variëert het zoutgehalte tusschen 9 en 17 p. m. — In de maanden Mei en Junij is het zoutgehalte minder aan wisselingen onderworpen, zoodat het tusschen 10 en 11 p. m. blijft; doch van dien tijd af neemt het weder sterk toe, zoodat het in het midden van October 22 p. m. is geworden, om daarna weder te dalen tot 14 à 15 p. m in de maand December. —

Amsterdam, den 31sten Januarij 1863.

W. VROLIK.
J. W. L. VAN OORDT.
D. J. STORM BUIJSING.
P. HARTING.
E. H. VON BAUMHAUER.

TABEL I.

STATION NIEUWE

ATUM.	HOOGWATER. VOORM.	HOOGWATER. NAMIDD.	LAAGWATER. VOORM.	LAAGWATER. NAMIDD.	+ A.P.	− A.P.	WIND-RIGTING.
1862.	u. m.	u. m.	u. m.	u. m.	el	el	
arij 15	—	—	7 30	—	—	0,28	NO
—	—	1 50	—	—	—	0,01	NO
arij 1	—	—	9 30	—	—	0,04	West
—	—	3 40	—	—	0,20	—	〃
15	—	—	8 30	—	. .	0,30	WNW
—	—	2 40	—	—	—	0,01	〃
t 1	—	—	8 15	—	—	0,42	ONO
—	—	2 24	—	—	—	0,02	Oost
15	—	—	7 15	—	—	0,26	O t. Z
—	—	1 16	—	—	—	0,15	Oost
1	—	—	9	—	—	0,28	ZW
—	—	3 5	—	—	—	0,04	〃
15	—	—	8	—	—	0,01	NW
—	—	2	—	—	0,30	—	〃
30	—	—	9 5	—	—	0,36	ZZO
—	—	3 9	—	—	—	0,13	O t. Z
15	—	—	8 45	—	0,08	—	ONO
—	—	2 45	—	—	0,12	—	O t. Z
31	—	—	9 15	—	—	0,68	ZZW
—	—	3 45	—	—	—	0,19	Z t. W
14	—	—	9	—	—	0,50	ZZW
—	—	3	—	—	—	0,07	WZW
1	4 18	—	—	—	0,08	—	〃
—	—	—	10 28	—	—	0,13	West
15	4 21	—	—	—	—	0,08	WZW
—	—	—	10 30	—	—	0,31	ZW
stus 1	5 8	—	—	—	—	0,26	〃
—	—	—	11 10	—	—	0,62	〃
15	5 10	—	—	—	—	0,12	Z t. W
—	—	—	11 10	—	—	0,32	ZZW
mber 1	6 7	—	—	—	—	0,02	NO
—	—	—	—	12 10	—	0,22	〃
15	5 44	—	—	—	0,15	—	O t. N
—	—	—	11 45	—	—	0,20	NNO
r. 1	6 53	—	—	—	0,17	—	ZW
—	—	—	—	12 58	—	0,07	〃
15	5 57	—	—	—	0,02	—	ZZW
—	—	—	11 57	—	—	0,28	Zuid
mber 1	9 22	—	—	—	—	0,08	NO
—	—	—	—	3 30	—	0,48	O t. N
15	7 11	—	—	—	0,17	—	NO
—	—	—	—	1 15	—	0,11	〃
mber 1	9 53	—	—	—	—	0,10	Oost
—	—	—	—	4 10	—	0,32	O t. Z
15	7 30	—	—	—	0,14	—	Zuid
—	—	—	—	1 40	—	0,24	Z t. W

egenover bladz. 310.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 28sten FEBRUARIJ 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, C. J. MATTHES, R. VAN REES, F. W. CONRAD, L. J. A. VAN DER KUN, A. H. VAN DER BOON MESCH, A. W. M. VAN HASSELT, P. BLEEKER, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, W. VROLIK, W. C. H. STARING, J. G. S. VAN BREDA, J. VAN GEUNS, C. A. J. A. OUDEMANS, E. H. VON BAUMHAUER, D. BIERENS DE HAAN, G. A. VAN KERCKWIJCK, P. ELIAS, C. H. D. BUYS BALLOT, F. C. DONDERS, F. J. STAMKART, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT.

Het Proces-Verbaal der Gewone Vergadering van 31 Januarij j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Worden gelezen brieven ter verontschuldiging over

het niet bijwonen dezer Vergadering van de H.H. VERDAM en VAN DER WILLIGEN. — Aangenomen voor berigt.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende H.H.: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 19 Februarij 1863, 5e Afd. N°. 187); 2°. P. J. VERMEULEN, Bibliothecaris der Hoogeschool te Utrecht (Utrecht, 20 Februarij 1863); 3°. J. W. PLOOS VAN AMSTEL, Consul der Nederlanden te Melbourne (Melbourne, 20 December 1862); 4°. DEMARQUAY (Parijs, zonder dagteekening); 5°. E. REUSENS, Bibliothekaris der Université Catholique de Louvain (Leuven, 30 Januarij 1863); 6°. DOMENICO CARUTTI, Gezant van het Koningrijk Italië in de Nederlanden ('s Gravenhage, 1 Januarij 1863); 7°. B. STUDER, Voorzitter van de Commission géologique de la Suisse (Bern, 1 December 1862); 8°. M. W. DROBISCH, Secretaris der Fürstl. Jablonowskische Gesellschaft (Leipzig, 6 Januarij 1863); 9°. A. SCACCHI, Secretaris der Societa Reale di Napoli (Napels, 19 Aug. 1862).

Wordt tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij besloten.

Wordt gelezen eene in druk uitgegeven, ongeteekende Nota, gedagteekend Pau, Janvier, 1863 met het opschrift NEWTON ET LEIBNITZ.

Wordt besloten tot bewaring dezer Nota in het Archief der Akademie. — Eenige daarbij gevoegde dubbele exemplaren worden ter beschikking gelaten van de daarin belangstellende leden der Afdeeling.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. D. F. VAN DER PANT, Eersten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 23 Febr. 1863); 2°. Voorzitter en Secretaris der Hoofd-Commissie van het Rotterdamsch Leeskabinet (Rotterdam, 14 Febr. 1863); 3°. Voorzitter en Griffier der Gedeputeerde Staten van Friesland (Leeuwarden, 9 Febr. 1863); 4°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 15 Februarij 1863); 5°. BUYS BALLOT, Hoofd-Directeur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut (Utrecht, 14 Februarij 1863); 6°. Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage, 27 Februarij 1863); 7°. ELIE DE BEAUMONT, Secretaris van de Académie des Sciences te Parijs (Parijs, 2 Februarij 1863); 8°. J. BECLARD, Secretaris der Académie Impériale de Médecine (Parijs, 30 Januarij 1853); 9°. Secretaris van de Société des Antiquaires de Picardie (Amiens, 1 Februarij 1863); 10°. J. ROULEZ, Buitenlandsch lid der Akademie (Gent, 18 Februarij 1863); 11°. KRAUSS, Secretaris van het Verein für Vaterländische Naturkunde in

Württemberg (Stuttgart, 24 Februarij 1863); 12°. STAELIN, HAUFF en HEYD, Conservatoren der Koninklijke Bibliotheek in Stuttgart (Stuttgart, 23 Februarij 1863). — Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Heer BLEEKER, ten geleide van eene *dixième Notice sur la Faune ichthyologique de l'île de Ternate*, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*. Zij wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

De Secretaris berigt, dat de Verhandelingen, aangeboden door de H.H. VAN REES, VAN DER WILLIGEN en BIERENS DE HAAN, door de Commissie van redactie zijn aangenomen.

De Heer P. VAN DER STERR (Amsterdam, 9 Febr. 1863) heeft ingezonden Tabellen van waargenomen waterhoogten, welke der Commissie over de daling van den bodem in Nederland zijn ter hand gesteld.

Wordt door den Secretaris voorgelezen eene door den Heer G. J. MULDER ingezonden Bijdrage *tot de kennis der stofwisseling in het dierlijk organisme*. Volgens schriftelijk verzoek, zal zij den Schrijver

worden teruggezonden, onder dankzegging en met uitdrukking van den wensch, dat het den Heer MULDER behage, de Afdeeling later met de uitkomsten van zijn onderzoek bekend te maken.

Wordt door den Secretaris gelezen de aanhef eener door den Heer MIQUEL ingezonden Bijdrage *Over de Nieuw-Hollandsche Cycadeën.* — Aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen,* wordt zij in handen gesteld der Commissie van redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer VERDAM ten geleide eener *Aanteekening op de Verhandeling over de hoofdassen van ligchamen,* voorkomende in Dl. XIV, bl. 149 en volgg. van de *Verslagen en Mededeelingen* enz. Zij wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer KAISER (Leiden, 27 Februarij 1863), ten geleide van een naschrift op de ingezonden Verhandeling omtrent de planeet *Mars.* — Na voorlezing wordt tot deze toevoeging besloten.

De Heer VAN HASSELT vertoont eene zeldzame verzameling van vergiftige *blaaspijlen, pijlvergiften*

en hunne *bestanddeelen*, gedroogde bladeren, wortels en andere *plantendeelen*, *pijlkokers* en de *werktuigen* tot het vervaardigen der pijltjes, alle afkomstig uit Borneo, voornamelijk uit Bandjarmassing, van waar een groot deel daarvan voor hem onlangs ten geschenke is medegebragt door den Heer VAN LEENT, Officier van Gezondheid 2de Klasse bij de Nederl. zeemagt. Spreker handelt over de werkingswijze dezer pijlvergiften, daar te lande *Ipoe* en *Siren* genaamd, en deelt de gevallen mede van verwonding, daardoor in den jongsten en nog steeds voortdurenden oorlog, bij onze krijgslieden waargenomen.

De Vergadering verneemt met belangstelling en genoegen, dat de Heer VAN HASSELT niet ongenegen is om haar in later tijd eene Verhandeling daarover aan te bieden.

De Heer BIERENS DE HAAN zegt over een herdruk der uitverkochte *Tables d'Intégrales Définies*, uitmakende het Vierde Deel der Verhandelingen van de Afdeeling het volgende:

„Sedert in Januarij 1854 het manuscript der *Tables d'Intégrales Définies* (Verh., Dl. IV) door mij aan de Akademie werd aangeboden, is deze arbeid door eenige andere verhandelingen over dezelfde functiën gevolgd. Daardoor, en omdat de *Tables* zelve, met hare bibliographische opgaven, nu als legger kunnen dienen, zoude bij een tweeden druk dezer tafels, — de eerste is immers uitverkocht, — hare inrigting, zoo al niet minder in omvang, dan toch eenvoudiger kunnen worden.

1°. Is er een groot aantal formulen, die onder éénen vorm kunnen worden teruggebragt, omdat *nu* de verschillende vormen, bij onderscheidene schrijvers voorkomende, niet afzonderlijk behoeven te worden opgenomen. Enkele kunnen dus ook worden weggelaten, wier opneming niet noodig schijnt. Hierdoor is het oorspronkelijk getal van 7200 door mij tot ongeveer 4200 teruggebragt.

2°. Daarbij komen weder ongeveer 1600 nieuwe, door mij in de *Exposé*, etc. (Verh. Dl. VIII) afgeleide formulen. Voorts nog de integralen, die na de uitgave der tafels eerst het licht zagen; en eindelijk eenige formulen, uit de geheele verzameling door mij afgeleid. De gezamenlijke som zal dus niet veel afwijken van het oorspronkelijke getal.

3°. Door het meerendeels wegvallen der bibliographische aanhalingen, waarvoor althans bij de 4200 onder 1° in de plaats moet komen (IV....) (de stippen duiden het cijfer der bladzijde aan), of (VIII....), in zoo verre zij in de *Exposé* zijn afgeleid, terwijl deze laatste aanhaling ook te gebruiken is bij de 1600 onder 2° — wordt de druk veel eenvoudiger, en kunnen er meermalen twee formulen op denzelfden regel voorkomen.

Deze tafels, waaraan ik in den laatsten tijd bijna uitsluitend werkte, hebben echter daardoor zulk eene verandering ondergaan, dat vele daarvan wegvallen, vele in twee of meer onderdeelen moeten worden gesplitst, dat enkele, geheel nieuwe, daar bijkomen, en dat dus een nieuwe titel *Nouvelles Tables*, etc. wel geregtvaardigd schijnt.

Deze *Nouvelles Tables d'Intégrales Définies* wenschte ik der Akademie aan te bieden: de bouwstoffen daarvoor zijn grootendeels afgewerkt. Maar, vóór ik verder ga, wilde ik

haar hiervan kennis geven, opdat zij de noodige maatregelen zoude kunnen nemen, — ik mag toch wel hopen, dat zij zulks wel zal willen doen, — om tot de uitgave van het werk te kunnen geraken, en mij daaromtrent eenige zekerheid te verschaffen.

Immers, ik hoop, dat men daarin niet zal zien een gebrek aan ijver om het werk te voleindigen: maar, daar ik nu vele jaren aan het IV en VIII Deel uwer Verhandelingen en aan dit werk heb gearbeid, zoo zoude ik, — en dit zult Gij mij wel niet ten kwade duiden, of onnatuurlijk vinden, — ongaarne te vergeefs werken, gaarne daarentegen weten, dat mijn arbeid bij de voltooijing ook het licht zal kunnen zien, en niet eerst zal behoeven te verouderen."

De Secretaris, uitgenoodigd om uit het administratif oogpunt over dezen herdruk zijne meening te uiten, zegt daarvoor de grootst mogelijke sympathie te gevoelen, wenscht zijnen hooggeachten ambtgenoot geluk met den lof overal aan dezen reusachtigen arbeid geschonken, en verheugt zich daarnevens ook dat de Akademie de uitgave daarvan heeft durven ondernemen. Het is intusschen bekend, dat de gezegde *Tables* het geldelijk beheer der Akademie in groote moeijelijkheid bragten, waaruit zij zich nog maar ten deele herstelde. — De Secretaris mag dus uit het zuiver administratif oogpunt der Afdeeling den raad niet geven, dat zij, op eigen kracht steunende, de uitgave van den herdruk aanvaarde. — Het is hem bekend, dat de boekhandel, zoowel in het binnen- als in het buitenland, ongenegen is, de uitgave op zich te nemen.

In dezen staat van zaken stelt de Secretaris voor, dat de Afdeeling zich tot 's lands regering wende, en tot dit doel eene tijdelijke verhooging van hare subsidiën vrage. Na ontvangen voorlichting des uitgevers van de werken der Akademie acht Spreker, dat daartoe *f* 3500 gevorderd zullen worden. Vermits echter met het drukken wel twee jaren zullen heengaan, zoude voor elk jaar de helft dezer som voldoende wezen. — Met eenparige stemmen vereenigt de Vergadering zich met dit voorstel, en wordt dien overeenkomstig besloten.

De Heer STARING doet de kies zien van een Mammouth (*Elephas primigenius*), onlangs in den IJssel bij Zutphen gevonden.

Bij de wetenschappelijke wisseling van denkbeelden daarover, openbaart zich verschil van meening omtrent de wijze, waarop de kiezen in de tandkassen des Olifants geplaatst zijn. De Heer VROLIK verzoekt en erlangt vergunning zijne meening daaromtrent in de volgende vergadering uit een te zetten en met voorwerpen toe te lichten.

De Heer DONDERS spreekt over *de bepaling van den brandpunts-afstand van lensen* en biedt daarover eene verhandeling aan voor de *Verslagen en Mededeelingen*, welke in handen wordt gesteld der Commissie van redactie.

De Heer DONDERS spreekt over *de formulen der accomodatie-breedte, getoetst aan de inwendige veranderingen van het oog*, en biedt daarover eene Verhandeling aan, welke in handen wordt gesteld der Commissie van redactie.

Niemand heeft iets verder voor te stellen en de Vergadering wordt gesloten.

INHOUD

VAN

DEEL XV. — STUK 2.

---

bladz.

De volledige bepaling van persoonlijke fouten bij Sterrekundige Waarnemingen. Door F. Kaiser. *(Met eene Plaat.)* .... 173.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 27 December 1862 .... 221.

Nog iets over Electrische Ringen. Door V. S. M. van der Willigen. 229.

Beschrijving en afbeelding van eene nieuwe soort van Brama (*Abramis*) uit de omstreken van Leiden. Door P. Bleeker. *(Met eene Plaat)* 235.

Description de quelques espèces nouvelles de Cyprinoïdes de Ceylan. Par M.- P. Bleeker .... 239.

Description d'une nouvelle espèce du genre Nemacheilus. Par M.- P. Bleeker.. 254.

Sur une nouvelle espèce de Poisson du Japon, appartenant à un nouveau genre. Par M.- P. Bleeker............................ 257.

Notice sur les noms de quelques genres de la Famille des Cyprinoïdes. Par M.- P. Bleeker.. 261.

Dixième notice sur la Faune Ichthyologique de l'île de Ternate. Par M.- P. Bleeker .... 265.

Nieuwe methode om het aantal en den duur der Hartslagen te registreren. Door Dr. P. Q. Brondgeest, *Assistent aan het Physiologisch Laboratorium te Utrecht* .... 267.

Gewone vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 31 Januarij 1863 .... 286.

Vierde Verslag over den Paalworm. *(Met vier Tabellen)* .... 293.

Gewone vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 28 Februarij 1863............................ 311.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken .... blz. LXXIII – CIV.



GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Vijftiende Deel. — Derde Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1863.

VOORLOOPIG VERSLAG

DER

WAARNEMINGEN OMTRENT DE PLANEET *MARS*,

BIJ HAREN

TEGENSTAND IN HET JAAR 1862,

VOLBRAGT AAN DE STERREWACHT TE LEIDEN.

DOOR

F. KAISER.

De planeet Mars, wier afstand tot de aarde op den eenen tijd acht malen grooter kan zijn dan op den anderen, komt voor ons, telkens na verloop van twee jaren en een paar maanden, in tegenstand met de zon en alzoo op haren tijdelijken kortsten afstand van de aarde. Wegens de groote uitmiddelpuntigheid van hare loopbaan kan de planeet echter, bij den eenen tegenstand, nog twee malen verder dan bij den anderen van de aarde verwijderd blijven en, eerst na een tijdsverloop van vijftien jaren, keeren de tegenstanden der planeet terug, bij welke haar afstand tot de aarde weinig verschilt van zijn kleinst mogelijk bedrag. Reeds voor een paar eeuwen wist men, dat de naauwgezette waarneming der planeet Mars, als zij zoo digt mogelijk bij de aarde gekomen is, bij uitstek geschikt moest

zijn om sommige duistere deelen der sterrekunde toe te lichten en de reden, waarom die waarneming nog niet de gewenschte vruchten heeft gedragen, ligt in de onvolkomenheid der vroegere hulpmiddelen, vereenigd met den grooten afstand, waarop de planeet, ook onder de gunstigste omstandigheden, van ons verwijderd blijft. Nu de werktuigen en de kunst van waarnemen zoo veel volkomener zijn dan weleer, mag men van de waarneming der planeet Mars, bij een' gunstigen tegenstand, gewigtige uitkomsten verwachten.

De parallaxis der zon, die de volstrekte afmetingen des zonnestelsels bepaalt, was, gedurende een paar eeuwen, de steen der wijzen voor de sterrekundigen. Men meende dien steen reeds voor lang te hebben gevonden, maar nu wordt weder aan de echtheid van het gevondene getwijfeld. Wij kennen de getallen, die de verhouding tusschen de grootte van de loopbanen der hoofdplaneten uitdrukken, tot op een twee-honderd-duizendste deel van hun bedrag, maar er kan geen bevredigend antwoord worden gegeven op de onlangs opgerezene vraag, of de volstrekte grootte van die loopbanen naauwkeuriger dan op een dertigste deel van haar bedrag is bepaald geworden. Zulk eene onzekerheid is bij de tegenwoordige sterrekunde niet te dulden, en hare opheffing, in deze eeuw, laat zich alleenlijk van de waarneming der planeet Mars verwachten.

Nademaal de verhouding tusschen de afmetingen des zonnestelsels naauwkeurig is bepaald, zullen wij het volstrekt bedrag van die afmetingen en van de tijdelijke afstanden der planeten tot de zon en tot elkander kennen, indien slechts de parallaxis en daarmede de volstrekte afstand van eene enkele planeet, voor een enkel tijdstip, met de noodige naauwkeurigheid zal zijn bepaald geworden. Die parallaxis is echter altijd uitermate klein en voor hare juiste bepaling zijn ook de fijnste waarnemingen nog te grof.

Komt de planeet veel digter dan de zon bij de aarde, zoo zal hare parallaxis in dezelfde verhouding grooter zijn en zullen de onvermijdelijke fouten der waarnemingen, ook in dezelfde verhouding, een' minderen invloed op de einduitkomst uitoefenen. De twee planeten Venus en Mars zijn de eenige, die aanmerkelijk digter dan de zon bij ons kunnen komen. Van den beginne heeft men, voor de kennis van de volstrekte afmetingen des zonnestelsels, zijne hoop op die twee planeten gevestigd, en wij hebben onze tegenwoordige kennis van die afmetingen ook alleenlijk aan haar te danken.

De eerste dragelijke bepaling van de parallaxis der zon is uit de waarneming der planeet Mars afgeleid. Die planeet moest daartoe, aan ver van elkander verwijderde oorden der aarde, bij dezelfde vaste ster worden vergeleken, en het verschil tusschen de plaatsen, die men haar aan die oorden, met betrekking tot die ster, zag innemen, verbonden met hare naauwkeurig bekende schijnbare beweging, moest tot de bepaling van hare parallaxis leiden. Tot dat onderzoek leent de planeet Mars zich veel beter dan Venus, nademaal deze, als zij op haren kortsten afstand van de aarde is gekomen, zich zeer digt bij de zon vertoont en zich niet bij kleine, in hare nabijheid geplaatste sterren laat vergelijken. Venus heeft echter boven Mars de gelukkige eigenschap, dat zij zich tusschen de zon en de aarde kan plaatsen en, uit de aarde gezien, voorbij de zonneschijf kan henen gaan. Zij doet dat juist als zij op haren kortsten afstand van de aarde is gekomen en heeft men, bij zulk eene gelegenheid, aan verwijderde oorden der aarde, de tijdstippen waargenomen, waarop zij de zonneschijf bereikte of verliet, zoo verkrijgt men daardoor, zonder metingen, het verschil tusschen de parallaxen van Venus en de zon, met eene naauwkeurigheid, die de metingen nimmer schenen te zullen bereiken.

Reeds sedert lang beschouwde men de overgangen van Venus voorbij de zonneschijf als de eenige verschijnselen, waaruit de parallaxis der zon zich met naauwkeurigheid liet bepalen, maar ongelukkiglijk kan meer dan eene eeuw verloopen eer zulk een verschijnsel wederkeert. Bij de laatste overgangen der planeet Venus, in de jaren 1761 en 1769, heeft men moeite noch kosten gespaard om die verschijnselen aan ver verwijderde oorden der aarde waar te nemen, maar zoowel de hulpmiddelen als de handelwijzen stonden ver beneden die van den tegenwoordigen tijd. ENCKE heeft de toen volbragte waarnemingen uitgeput en hetgeen nu voor de parallaxis en den afstand der zon wordt aangenomen, is de uitkomst door hem uit die waarnemingen afgeleid. De eerstvolgende overgangen van Venus zullen plaats hebben in de jaren 1874 en 1882, maar die verschijnselen zullen dan voor de bepaling van de parallaxis der zon niet gunstig zijn, en het is twijfelachtig of zij iets zullen kunnen bijdragen om onze kennis van die grootheid te verhoogen.

Naar de waarschijnlijkheidsrekening kan men aan de parallaxis der zon, door ENCKE uit de overgangen van Venus afgeleid, eene onzekerheid toeschrijven, zoo groot als een driehonderdste deel van haar bedrag. Zonder goede gronden daarvoor, heeft men veelal aangenomen, dat de parallaxis der zon binnen die grenzen met zekerheid was bepaald geworden, maar met de bereikte naauwkeurigheid niet tevreden en zonder hoop op de aanstaande overgangen van Venus, wilde men andermaal zijne toevlugt nemen tot de regtstreeksche metingen, die sedert bijna eene eeuw waren opgegeven. In het jaar 1847 werd door den Hoogleeraar GERLING te Marburg voorgesteld *), dat men eene poging zoude aanwenden om de parallaxis der planeet Ve-

*) *Astr. Nachr.* Vol. 25. pag. 363.

nus te bepalen, door haar, ten tijde van hare zoogenaamde stilstanden, aan verschillende oorden der aarde, mikrometrisch bij kleine, in hare nabijheid geplaatste, sterren te vergelijken. Dit plan heeft in Noord-Amerika eene levendige belangstelling gevonden en reeds in het jaar 1849 begaven zich eenige sterrekundigen, onder het bestuur van den Luitenant ter zee GILLISS, met eene draagbare sterrewacht en eenen schat van keurige werktuigen naar Santiago in Chili, om aldaar, in overeenstemming met sterrekundigen in Europa en Noord-Amerika, voor de bepaling van de parallaxis der zon, gedurende eenige jaren, niet slechts de planeet Venus bij hare stilstanden, maar ook de planeet Mars bij hare tegenstanden waar te nemen. Mijne voorspelling dat men in zijne verwachting zoude worden teleurgesteld *) is, tot mijn leedwezen, al te letterlijk vervuld. De verrigtingen der Noord-Amerikanen in Chili zijn beschreven in een werk, bestaande uit drie deelen, waarvan het laatste uitsluitend is toegewijd aan de waarnemingen, die voor de bepaling van de parallaxis der zon zijn volbragt geworden †). De sterrekundige GOULD heeft, met groote talenten en groote zorgen, die waarnemingen bearbeid, maar zij hebben geene verbetering onzer kennis van de parallaxis der zon opgeleverd. Gebrek aan overeenstemmende waarnemingen heeft medegewerkt om alle toenmalige pogingen te verijdelen. Terwijl de Noord-Amerikanen in Chili 217 waarnemingen hadden volbragt, werden, in overeenstemming met deze, niet meer dan 19 waarnemingen te Washington, 5 te Cambridge en 4 te Greenwich verkregen. De zending is, ook ten gevolge daarvan,

*) *De geschiedenis der Ontdekkingen van planeten*, enz. Te Amsterdam, bij J. C. A. SULPKE. 1851. Bladz. 385.

†) *The U. S. Naval Astronomical Expedition to the Southern Hemisphere, during the Years* 1849 – 52. Vol. III. *Observations to determine the Solar parallax, by Lieut.* J. M. GILLISS Washington, 1856.

ten eenemale mislukt, en ook naar de uitspraak van een bevoegd beoordeelaar *) kan men aan de weinige uitkomsten, die zij met zoo veel inspanning heeft voortgebragt, niet de minste waarde hechten.

Na de mislukte zending der Noord-Amerikanen heeft het vraagstuk om de parallaxis der zon te bepalen een geheel ander aanzien verkregen dan te voren, nademaal onderscheidene sterrekundige onderzoekingen van de laatste jaren uitkomsten hebben opgeleverd, die alle schijnen aan te wijzen, dat de overgangen van Venus, door deze of gene onbekende oorzaak, een merkbaar te gering bedrag voor de parallaxis der zon hebben doen vinden, of dat aan onze theorie nog iets ontbreken moet. Met dat bedrag laat zich namelijk de coëfficiënt van de parallactische vereffening der maan niet vereenigen, zoo als die door HANSEN en AIRY is afgeleid uit zeer talrijke waarnemingen, te Dorpat en te Greenwich volbragt. Eene storing in de beweging der aarde, door de maan teweeg gebragt en door LEVERRIER naauwkeurig bepaald, doet eene andere waarde vinden voor de parallaxis der zon, indien zij met de naauwkeurigste bepaling van de massa der maan wordt vereenigd. De bewegingen van het perihelium der planeet Mars en van den knoop der loopbaan van Venus, zijn blijkens de waarnemingen, kennelijk grooter dan de uitkomsten die LEVERRIER daarvoor heeft gevonden, de massa der aarde aannemende, zoo als die uit de snelheid van vallende ligchamen aan hare oppervlakte, verbonden met de parallaxis der zon, naar de bepaling van ENCKE, wordt afgeleid. Naar iedere dier uitkomsten zoude de aangenomene waarde van de parallaxis der zon met een dertigste deel van haar bedrag moeten worden vergroot, en het is uiterst merk-

*) De Hoogleeraar C. A. F. PETERS in de *Astronomische Nachrichten*. Vol. 50. bladz. 15.

waardig, dat onlangs eene onderzoeking, van de bovengenoemde hemelsbreed onderscheiden, diezelfde vergrooting van de parallaxis der zon heeft aangewezen. LÉON FOUCAULT heeft onlangs de volstrekte snelheid van de voortplanting des lichts, onafhankelijk van alle sterrekundige waarnemingen bepaald *). Hij vond die snelheid aanmerkelijk kleiner dan zij naar de naauwkeurig bekende aberratie der vaste sterren, verbonden met de aangenomene parallaxis der zon, wezen moest en ook LÉON FOUCAULT leidde, onafhankelijk van alle andere beschouwingen, uit zijne onderzoeking de gevolgtrekking af, dat de aangenomene parallaxis der zon met een dertigste deel van haar bedrag vergroot moest worden. Dat dertigste deel bedraagt niet meer dan drie tiende deelen eener boogsecunde, maar het kan eene volle secunde geven in het verschil tusschen de schijnbare standplaatsen der planeet Mars, als zij, bij haren kortsten afstand van de aarde, aan ver van elkander verwijderde oorden, b.v. aan de sterrewacht op den Pulkowa en die aan de Kaap de Goede Hoop, wordt waargenomen. Men mag veronderstellen, dat een verschil van eene volle secunde zich, met de hulpmiddelen van den tegenwoordigen tijd, op eene ondubbelzinnige wijze laat bepalen, en zijn de metingen niet zoo naauwkeurig als men wenschen moet, zij zijn vermoedelijk toch naauwkeurig genoeg om de onzekerheid op te heffen, die de tegenwoordige sterrekundigen billijkerwijze verontrust.

Op het einde van dit jaar zoude de planeet Mars in tegenstand met de zon komen, op eenen afstand van de aarde, nagenoeg zoo klein als die immer worden kan. De planeet Mars zoude alzoo eene zeer gunstige gelegenheid voor de bepaling van hare parallaxis aanbieden en niets is zoo billijk als de wensch der sterrekundigen, dat die ge-

*) *Compte rendu*, 1862. LV. p. 501.

legenheid met ernst en ijver zoude worden aangegrepen. Reeds in de lente van dit jaar ging van de sterrewacht te Washington een voorstel uit, aan alle werkzame sterrewachten der aarde, om de planeet Mars stelselmatig waar te nemen. De tegenwoordige bestuurder der sterrewacht te Washington, de Heer GILLISS, wenschte, dat, van den 27sten Augustus tot den 7den November, elken dag waarop de luchtsgesteldheid het zoude toelaten, door zeer veelvuldige waarnemingen, het verschil in Afwijking zoude worden bepaald, tusschen de planeet Mars en eene kleine, door hem uitgezochte en aangewezen ster, die zeer weinig met haar in Afwijking verschilt. GILLISS wenschte, dat dit naar een vast plan zoude geschieden, met behulp van groote kijkers, die met draden-mikrometers zijn toegerust. Werktuigen van dien aard zijn thans verspreid over alle deelen der aarde en er was naauwelijks aan te twijfelen, dat zij tot het gewenschte doel zouden leiden, indien zij, waar zij bestaan, met de noodige vaardigheid en volharding werden aangewend.

Een ander plan van aanval op de planeet Mars werd, in de lente van dit jaar, den sterrekundigen aanbevolen, door den Heer WINNECKE op den Pulkowa *). In overeenstemming met den bestuurder van de sterrewacht aldaar, wenschte WINNECKE, dat de planeet Mars bij kleine sterren in hare nabijheid zoude worden vergeleken, niet met behulp van den kijker met eenen draden-mikrometer toegerust, maar met behulp van den Meridiaan-cirkel. Van den 20sten Augustus tot den 7den November zoude men dagelijks, naar een vast plan, het verschil in Afwijking tusschen de planeet Mars en acht, door WINNECKE uitgekozen

*) De gedrukte circulaire van GILLISS schijnt in geen tijdschrift te zijn geplaatst. Die van WINNECKE is ook opgenomen in de *Mélanges mathématiques et astronomiques de l'Ac. de St. Petersbourg.* Tom. III.

en aangewezene sterren, met den Meridiaan-cirkel bepalen. De sterrewacht op den Pulkowa zoude zich tot het stelselmatig volbrengen van die waarnemingen verbinden en allen, die eenen Meridiaan-cirkel ter hunner beschikking hebben, werden uitgenoodigd dit voorbeeld na te volgen. Het plan van WINNECKE is door den sterrekundige PIAZZI SMYTH te Edimburg afgekeurd, die, voor het genoemd onderzoek, aan den kijker met mikrometer toegerust, boven den Meridiaan-cirkel, de voorkeur meende te moeten geven *). De bedenkingen van PIAZZI SMYTH zijn, in mijn oog, volkomen gegrond; maar ook met den Meridiaan-cirkel kan een hooge graad van naauwkeurigheid worden bereikt. Door de gelijktijdige aanwending van beide hulpmiddelen wordt de kans op een gelukkig slagen vergroot en het zoude zeer te betreuren zijn, indien aan het zuidelijk halfrond der aarde waarnemingen met den Meridiaan-cirkel werden volbragt, die, bij gemis aan overeenstemmende waarnemingen aan het noordelijk halfrond, onbruikbaar moesten blijven.

De planeet Mars kon, bij haren tegenstand in het tegenwoordig jaar, behalve door de metingen voor de bepaling van hare parallaxis, den sterrekundigen de handen vol arbeids geven. De groote onzekerheid, die omtrent de afmetingen van haar eigen ligchaam had bestaan, werd wel opgeheven nadat de meesterhand van den Heer OUDEMANS, op mijn verzoek, de door BESSEL nagelatene metingen bearbeid had †), maar de toen verkregen uitkomst stond nog geheel op haar zelve en was nog door geen onderzoek van dezelfde waarde bevestigd. Het geschil omtrent de onnatuurlijke afplatting der planeet Mars was ook nog geens-

---

*) *Monthly notices of the Royal astronomical Society*. Vol. XXII. pag. 281.

†) *Astr. Nachr.* Vol. 35, pag. 351.

zins op eene bevredigende wijze beslecht geworden en verdiende nu vooral, na de uitgave der metingen van ARAGO, eene nieuwe onderzoeking. Eene naauwkeurige kennis van de afmetingen der planeet Mars vorderde, bij eenen tegenstand zoo gunstig als die van het tegenwoordig jaar, dat dat ligchaam gedurende eenige weken, zoo dikwijls als dit door de luchtsgesteldheid werd toegelaten, met de fijnste hulpmiddelen van den tegenwoordigen tijd en met de grootste zorgvuldigheid werd uitgemeten.

Bij haren tegenstand in het tegenwoordig jaar, behoorde de planeet Mars nog tot eene onderzoeking te leiden, die van de reeds genoemde geheel en al verschilt. Niets is zoo natuurlijk als onze wensch om eenige kennis te dragen van het wezen der ligchamen, die in de schepping dezelfde rol vervullen als de aarde die wij bewonen, maar de groote afstanden, waarop die ligchamen van ons verwijderd zijn, hebben zich steeds tegen de vervulling van dien wensch verzet. Onder de planeten zijn er geene, die zoo digt bij de aarde kunnen komen als Venus en Mars en beide die ligchamen zouden dus het meest geschikt zijn voor onderzoekingen omtrent hun wezen, indien de planeet Venus zich niet, bij haren kortsten afstand van de aarde, in de onmiddellijke nabijheid van de zon vertoonde en zich daardoor aan die onderzoekingen onttrok. De planeet Mars daarentegen vertoont zich, als zij op haren kortsten afstand van de aarde is gekomen, juist tegenover de zon. Zij is dan gedurende den geheelen of het grootste gedeelte van den nacht aan den hemel, en vooral bij eenen tegenstand als die van dit jaar, biedt zij eene gelegenheid aan tot onderzoekingen omtrent haar wezen, die al te spaarzaam wederkeert.

Om bepaalde redenen moest een onderzoek omtrent het wezen der planeet Mars, bij haren tegenstand in dit jaar, buitengewoon belangrijk zijn. Reeds kort na de uitvin-

ding der verrekijkers heeft men oneffenheden op de planeet Mars bespeurd en die nu en dan trachten af te beelden. Men wist echter zelf niet regt wat men zag en zeer lang werden de oneffenheden op de planeet Mars voor hoogst veranderlijk gehouden. Eerst in het jaar 1822 begon KUNOWSKY die veranderlijkheid in twijfel te trekken en toen de Heeren BEER en MÄDLER te Berlijn hunne sterrekundige loopbaan, in het jaar 1830, met hunne beroemde onderzoekingen omtrent de planeet Mars hadden aangevangen, bleek het, dat men omtrent het wezen van dat ligchaam in groote dwalingen had verkeerd. Toen werd veel naauwkeuriger dan te voren de tijd bepaald, in welken de planeet eene wenteling om hare as volbrengt en men leerde de Areographische ligging kennen van vele oneffenheden op dat ligchaam, die zich, althans gedurende de waarnemingen, standvastig betoonden. BEER en MÄDLER konden geenen zamenhang vinden tusschen hunne afbeeldingen der planeet Mars en die welke vroeger gegeven waren, en van de oneffenheden dier planeet, door hen in het jaar 1830 afgebeeld, vindt men naauwelijks een spoor terug in de talrijke afbeeldingen der planeet, door hen zelven bij latere tegenstanden vervaardigd. Dit verschil kon zijnen grond hebben in de verschillende standen, die de omwentelingsas der planeet, op verschillende tijden, met betrekking tot de aarde inneemt en omtrent het wezen der planeet liet zich weinig beslissen, tenzij afbeeldingen onderling werden vergeleken, die, na verloop van jaren, bij denzelfden stand der omwentelingsas vervaardigd zijn. Bij den tegenstand der planeet in het jaar 1845 was hare omwentelingsas, met betrekking tot de aarde, even zoo geplaatst als in het jaar 1830, maar er is geen spoor te vinden van onderzoekingen omtrent het wezen der planeet, in het jaar 1845 volbragt. Bij den tegenstand der planeet in dit jaar moest hare omwentelingsas andermaal zoo-

danig geplaatst zijn als in het jaar 1830. Werd de planeet alzoo, zoo dikwijls mogelijk, met groote zorgvuldigheid afgebeeld, zoo opende de vergelijking van die afbeeldingen met de vroegere van BEER en MÄDLER het uitzigt op eene zeer naauwkeurige bepaling van den omwentelingstijd der planeet, terwijl die vergelijking tevens zoude beslissen, of de oppervlakte der planeet in het tijdvak van 32 jaren al of niet op eene kennelijke wijze veranderd is.

Het was mijn wensch, dat de sterrewacht te Leiden, die met de daartoe noodige hulpmiddelen is toegerust, deel zoude nemen aan al de onderzoekingen, waartoe de planeet Mars, bij haren tegenstand in dit jaar, aanleiding moest geven, maar tegen de volledige vervulling van dien wensch verzette zich het gebrek aan personeel en materieel, waaraan die sterrewacht te lijden heeft. Zij was bepaaldelijk uitgenoodigd om beide stelsels van waarnemingen te volbrengen door de Heeren GILLISS en WINNECKE ontworpen. Het een vorderde, dat een waarnemer zich lang achtereen met den Meridiaan-cirkel bezig hield en door het ander werd de bestendige tegenwoordigheid van eenen waarnemer, op denzelfden tijd, bij den refractor gevorderd. Op denzelfden tijd moesten, met een derde werktuig, de metingen op het ligchaam der planeet Mars en de onderzoekingen omtrent zijn wezen worden volbragt. Terwijl te Greenwich zes waarnemers elkander bij de onderzoekingen met den Meridiaan-cirkel afwisselen, terwijl overal één werktuig meer te doen geeft dan één waarnemer kan volbrengen, moet de sterrewacht te Leiden zich, in het geheel, met éénen observator tevreden stellen. De bestuurder, die elders geacht wordt, wegens zijne verpligte werkzaamheden, aan de waarnemingen zelve geen deel te kunnen nemen, is te Leiden bovendien met de vervulling van een hoogleeraarsamb belast. Buitengewone waarnemingen vorderen gewoonlij eenige buitengewone hulpmiddelen, waarvoor men eene ma

tige geldsom beschikbaar hebben moet, maar de jaarlijksche toelage der sterrewacht te Leiden is naauwelijks toereikende voor de behoorlijke onderhouding van het geheel. De onmogelijkheid om het etmaal langer te maken dan vier entwintig uren, verbiedt het ook de hulptoestellen zelf te vervaardigen, die onverwacht kunnen noodig zijn. In weerwil van alle bezwaren heeft de Observator, de Heer N. M. KAM, zich met mij vereenigd om, *zoo veel mogelijk*, alles te volbrengen, wat door de planeet Mars werd te doen gegeven. Ik heb natuurlijkerwijze gezorgd, dat de door ons verkregene einduitkomsten daar bekend werden, waar zij gebruikt zullen worden, maar bij de onzekerheid of de talrijke door ons volbragte metingen en de door mij vervaardigde afbeeldingen ooit volledig zullen kunnen worden uitgegeven, kwam het mij doelmatig voor een kort verslag van de door ons volbragte werkzaamheden, bij de koninklijke Academie van Wetenschappen over te leggen.

De Heer KAM heeft zich, bij de twee stelsels van waarnemingen, die hij te volbrengen had, zoo streng mogelijk gehouden aan de twee programma's, die van Noord-Amerika en van Rusland zijn uitgegaan, maar nademaal hij twee werktuigen gelijktijdig bedienen zoude, moesten de waarnemingen van het eene stelsel min of meer door die van het andere lijden. De maanden September en October van dit jaar leverden buitengewoon veel heldere nachten, maar nimmer was de lucht rustig en meestal was het golven der lucht zoo hevig, dat men in verzoeking werd gebragt om de waarnemingen, als onmogelijk, op te geven. De waarnemingen van den Heer KAM, met den Meridiaancirkel, vangen aan met den 10den September en eindigen met den 31sten October. In dat tijdvak werd de planeet Mars op niet minder dan 29 dagen in den Meridiaan waargenomen en op verreweg de meeste dier dagen was het mogelijk de planeet bij iedere van het achttal, door

WINNECKE aangewezene. sterren te vergelijken. Slechts op enkele dagen ging de waarneming van eene of een paar der vergelijkingssterren, door de wolken, verloren. Ik heb vroeger aangetoond *), dat met den Meridiaan-cirkel te Leiden, in geoefende handen, eene volstrekt ongewone naauwkeurigheid bereikt kan worden en ik twijfel niet, dat die naauwkeurigheid zich ook zal openbaren in de waarnemingen der planeet Mars, door den Heer KAM volbragt, hoezeer de onrust der lucht zijne pogingen tegenwerkte. De door hem verkregene uitkomsten zijn afhankelijk van de fouten der verdeelingsstrepen, die voor geene volledige bepaling vatbaar zijn. Daar de planeet elken dag op eene andere hoogte dan den vorigen moest worden waargenomen, terwijl de vergelijkingssterren, wier aantal vrij groot was, telkens na verloop van eenige dagen door andere moesten worden vervangen, zijn zeer vele strepen der verdeeling gebruikt, en mag men veronderstellen dat de fouten der verdeeling elkander grootendeels zullen opheffen, bij de einduitkomst, die eenmaal uit de talrijke waarnemingen, te Leiden volbragt, zal worden afgeleid. Er zoude in dit opzigt veel gewonnen zijn, indien beide cirkels van het werktuig hadden kunnen worden afgelezen, maar bij het gemis van een' tweeden observator was dit onmogelijk.

Het was den Heer KAM niet mogelijk den refractor benevens den Meridiaan-cirkel aan te wenden, zonder gestadig van het eene werktuig naar het andere over te loopen, hetgeen den waarnemer in een onrust en eene gejaagdheid brengen moest, hoogst nadeelig voor de naauwkeurigheid der waarnemingen. Indien de luchtsgestelheid het toeliet, werden de waarnemingen met den refractor, vóór en na

*) *Eerste waarnemingen met den Meridiaan-cirkel, aan de nieuwe sterrewacht te Leiden*, in de *Verslagen en Mededeelingen* der Kon. Akad. van Wetenschappen, Afdeeling *Natuurkunde*, Deel XIII.

die met den Meridiaan-cirkel, volbragt, en op enkele dagen werden waarnemingen met den refractor verkregen, terwijl de planeet, bij haren doorgang door den Meridiaan, achter wolken verborgen was. Op sommige dagen liet de nevelachtige lucht niet toe de kleine vergelijkingster te onderscheiden, terwijl niettemin de waarneming der meer heldere voorwerpen met den Meridiaan-cirkel gelukte, en enkele gunstige gelegenheden werden aan de voortzetting der waarnemingen omtrent kleine planeten opgeofferd. De waarnemingen met den refractor strekken zich uit van den 12den September tot den 31sten October en in dat tijdvak werd de planeet op 20 verschillende dagen mikrometrisch bij de door GILLISS uitgekozene ster vergeleken. Veelal was het mogelijk twee reeksen van waarnemingen op denzelfden dag te volbrengen en het getal waarnemingen van elke reeks was, naar de omstandigheden, veranderlijk van 6 tot 32. De waarschijnlijke fout der einduitkomst van elke reeks was veelal kleiner dan een tiende deel eener secunde en klom slechts tweemalen tot twee tiende deelen eener secunde op. De waarnemingen werden volbragt met den refractor van de oude sterrewacht herkomstig, die eene opening heeft van 6 Par. duimen. Om de scherpte van het instellen te vergrooten waren, in den mikrometer, twee aan elkander evenwijdige draden gespannen, wier afstand iets kleiner was dan de schijnbare middellijn der planeet. De draden werden op zulk eene wijze voor de schijf der planeet gebragt, dat men van onder en van boven gelijke segmenten zag uitsteken. Daardoor werd men van de middellijn der planeet onafhankelijk en ontging men het in aanraking brengen van eenen draad met den rand der planeet, dat nooit met de noodige juistheid geschieden kan. Hoezeer ik het betreur, dat de Heer KAM niet meer door de rust der lucht is begunstigd, verheugt het mij, dat de sterrewacht te Leiden, bij deze gelegenheid, meer waarne-

mingen heeft opgeleverd, dan de overeenstemmende, die de Noord-Amerikanen, bij hunne zending naar Chili, van alle bestaande sterrewachten te zamen, ontvingen.

Ik heb het uitmeten en afbeelden der planeet Mars, bij haren tegenstand in dit jaar, voor mijne rekening genomen, maar werd de Heer KAM uitermate in zijne pogingen belemmerd door het aanhoudend hevig golven der lucht, nog veel meer moest dit met mij het geval zijn, die een zoo veel teederder en fijner werk te volbrengen had. Ik bediende mij van den nieuwen refractor, die eene opening van 7 Par. duimen heeft, en wapende dien met den mikrometer van AIRY. Bij eene vroegere gelegenheid *) heb ik trachten aan te toonen, dat het uitmeten van de middellijnen der planeten, zoo men de begeerde naauwkeurigheid wil bereiken, alleenlijk met eenen mikrometer kan geschieden, die op het beginsel der dubbele beelden rust. De meest volkomene mikrometer met dubbele beelden is de heliometer, maar de waarschijnlijkheid dat een zoo kostbaar werktuig nimmer in mijne handen zoude komen, heeft mij mijn heil in den zeer onkostbaren mikrometer van AIRY doen zoeken, en ik vermeen bewezen te hebben dat dat werktuig, als men zich eene honderdvoudige moeite wil getroosten, bij het uitmeten van planeten, eene naauwkeurigheid toelaat, die althans destijds nog nimmer met den heliometer was bereikt geworden. Ik heb mij zelven ten taak gesteld alle grootere planeten met den mikrometer van AIRY uit te meten en in dien arbeid, met welken ik reeds tot eene zekere hoogte ben gevorderd, moest ook de planeet Mars worden opgenomen. Het vroeger beschreven, hoogst omslagtig, onderzoek van het werktuig moest

---

*) *Eerste onderzoekingen met den mikrometer van* AIRY enz. Uitgegeven door de Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, C. G. VAN DER POST, 1857.

hernieuwd en op eene veel grooter schaal dan te voren worden volbragt, en dit werd gestadig verdaagd, omdat daarvoor beide refractoren, gedurende ten minste een paar maanden, buiten dienst gesteld zouden moeten worden. Eindelijk heb ik besloten het onderzoek van den mikrometer van AIRY op zoodanig eene wijze aan te leggen, dat geen werktuig daardoor tijdelijk werd onbruikbaar gemaakt. Ik bevestigde aan eene zware zwarte plank een aantal verzilverde koperen schijfjes, met middellijnen van 0,5 tot 6 Ned. duimen en bovendien twee kleine schijfjes, op eenen afstand van 50 duimen. De afstand van de laatstgenoemde schijfjes en de middellijnen der eerstgenoemde werden, met behulp van eene, in halve millimeters verdeelde, halve el, zoo naauwkeurig als mij mogelijk was, uitgemeten. De onderdeelen van millimeters bij schatting moetende bepalen, kon ik de zekerheid niet verder dan tot op 0,03 m.m. drijven. Eene zekerheid tot op 0,01 m.m. zoude noodig zijn geweest, maar om die te kunnen bereiken, behoefde ik hulpmiddelen, die ik mij, wegens gebrek aan fondsen, niet verschaffen kon. De plank met schijfjes werd aan het oude observatorium bevestigd en van uit het nieuwe werd de afstand van de evengenoemde kleine schijfjes, met den, aan den 7 duims refractor bevestigden, draden-mikrometer uitgemeten. Daardoor leerde ik, met naauwkeurigheid, de angulaire waarde van de middellijnen der overige schijfjes kennen, die vervolgens met den mikrometer van AIRY, bij iedere van zijne verschillende vergrootingen, moesten worden uitgemeten. Op die wijze kon men de waarde van de schroefomgangen bepalen die, bij den mikrometer van AIRY, met de grootte van den gemeten hoek veranderlijk is, maar de fouten, die men bij die zamengestelde bewerking begaat, worden niet, zoo als bij den heliometer, verkleind op de uitkomst, die men zoekt, overgebragt. Ik heb reeds vrij wat uren, ook bij het afgrijslijkst weder, voor

een open venster doorgebragt om die schijfjes uit te meten. Ik ben met de herleidingselementen voor de metingen op de planeet Mars gereed, maar ik zal nog duizendtallen van metingen te volbrengen hebben, voor dat ik het onderzoek van den mikrometer van AIRY als gesloten zal kunnen beschouwen. Ongelukkiglijk is het werktuig op eene wijze ingerigt, die de vereffening of bepaling van de mogelijke periodieke ongelijkheden der schroef, met het werktuig zelf, onmogelijk maakt. Dit zoude door eenen hulptoestel kunnen geschieden, maar het heeft mij nog steeds aan de middelen, voor de aanschaffing van zulk eenen hulptoestel, ontbroken.

Ik ben gewoon, bij het uitmeten van planeten alle drie vergrootingen des mikrometers van AIRY aan te wenden, omdat elke vergrooting, op zich zelve staande, herleidingselementen vordert en de kleine fouten in de bepaling dier elementen begaan, zoo als ook de periodieke ongelijkheden der schroef, die ik tot heden niet bepalen kon, zich, althans gedeeltelijk, moeten vereffenen in de einduitkomst, uit de metingen met alle vergrootingen afgeleid. Bij de planeet Mars mat ik elken nacht, waarop het door de luchtsgesteldheid werd toegelaten, met elke vergrooting, vijf malen de middellijn, die door de zuidelijke polair-vlak loopt en vijf malen de middellijn, die daarop loodregt staat; zoodat de volledige uitkomsten van elken nacht op 120 instellingen rusten. Die metingen moesten volstrektelijk zoo kort mogelijk vóór en na den tegenstand worden volbragt en ik was zoo gelukkig van in het tijdvak tusschen den 12den September en den 24sten October, op 20 verschillende dagen, metingen te kunnen volbrengen, terwijl op 17 van die dagen de metingen volledig zijn. Ik moest mij echter zeer dikwijls met eenen toestand der lucht behelpen, bij welken het onmogelijk was de gewenschte naauwkeurigheid te bereiken. Op eenige dagen heb ik ook den

standhoek der zuidelijke polair-vlak bepaald, en vooral daarin eene groote moeijelijkheid gevonden.

Nooit heb ik zoozeer moeten worstelen om mijn doel te bereiken, als onder mijne pogingen om de planeet Mars, bij haren tegenstand in dit jaar, stelselmatig af te beelden. De planeet, die zich zeer nabij den Aequator des hemels ophield, steeg niet tot eene aanzienlijke hoogte en daarom moest het meten, zoowel als het afbeelden, zoo digt mogelijk bij den doorgang der planeet door den Meridiaan geschieden. Het meten kostte veelal zoo veel tijds, dat voor het afbeelden geen tijd overbleef en dit te minder, daar ik vermeen des nachts te twee ure mijne werkzaamheden te moeten staken, als ik den volgenden morgen te acht ure moet optreden, om academische lessen te geven. Ik vond eene ongelooflijke belemmering in de omstandigheid, dat het beweegbaar dak des grooten torens zich destijds, zelfs met aanwending van reuzenkrachten, ter naauwernood een weinig draaijen liet. Dit ongemak is volkomen hersteld, maar die herstelling was eerst op den 14den November voltooid, toen de metingen reeds sedert lang gesloten waren. Het was mijn voornemen, mij, met grooten ernst, op het afbeelden der planeet toe te leggen, als ik haar op twintig verschillende dagen zoude hebben uitgemeten, maar toen ik zoo ver gekomen was, werd het weder gruwelijk slecht en kon ik slechts enkele malen in mijne pogingen slagen. In het geheel is het mij op 17 verschillende dagen gelukt eene schets of eene afbeelding der planeet Mars te vervaardigen, maar ik moest mijne pogingen voortzetten, tot dat de planeet reeds tweemalen zoo ver als bij haren tegenstand van de aarde verwijderd was.

Door een' vermogenden kijker ziet men op de planeet Mars, behalve de welbekende witte polair-vlakken, een aantal meer of min begrensde donkere vlakken, van verschillende tinten en schakeringen. De planeet vertoont zich

altijd zeer klein, en, zelfs onder de gunstigste omstandigheden, moet men gedurende eenigen tijd op de planeet hebben gestaard, om de mengeling van oneffenheden te kunnen ontwarren, die zich in die kleine ruimte vertoont, en zich zelven bewust te worden van hetgeen men eigenlijk ziet. Bij eene volkomene rustige lucht zoude men, bij het gebruik van eenen kijker als de 7 duims refractor te Leiden, omtrent hetgeen men ziet niet in twijfel staan, maar zoo vele oneffenheden ontwaren, dat zelfs een vlugge teekenaar meer dan een uur zoude behoeven om die, in eenige volledigheid, af te beelden, en in dat tijdsverloop heeft de planeet, die zich in ruim 24 uren om hare as wentelt, haar voorkomen aanmerkelijk veranderd. Indien de kleine en flaauwe oneffenheden op de planeet Mars, wegens de onrust der lucht, in eene aanhoudende golvende beweging verkeeren, is het onmogelijk haar juisten vorm te vatten en blijven alle pogingen, om eene juiste afbeelding der planeet te vervaardigen, vruchteloos, hoeveel tijds men daaraan wijden moge. Mijne afbeeldingen hebben, naar de omstandigheden waaronder zij vervaardigd zijn, zeer verschillende waarden, maar er zijn eenige, bij welke dezelfde zijde van de oppervlakte der planeet naar de aarde was toegekeerd, en die zoo volkomen op elkander gelijken, alsof de eene eene kopij van de andere ware. Slechts zelden mogt het mij gelukken, de bijzonderheden, die de planeet Mars vertoont, in de gewenschte volledigheid af te beelden. Nu en dan kon ik slechts eene schets maken van den omtrek der grootere vlakken, terwijl het onmogelijk was bijzonderheden te onderscheiden en veelal heb ik het afbeelden, na eene lange worsteling, als volstrekt onmogelijk moeten opgeven.

De Heeren BEER en MÄDLER hebben de planeet Mars, bij haren tegenstand in het jaar 1830, op 13 verschillende dagen afgebeeld en de vergelijking van hunne afbeeldingen

met de mijne leidt tot eenige belangrijke gevolgtrekkingen. De teekeningen van de Heeren BEER en MÄDLER zijn harder en minder uitvoerig dan de mijne en op verschillende tijden werd dezelfde vlak, door hen, onder vrij verschillende vormen voorgesteld, hetgeen zich uit de onbepaaldheid van hetgeen men meende te zien verklaren laat. Onder mijne afbeeldingen is er echter geene enkele, die niet met volkomene zekerheid onder die van BEER en MÄDLER wordt terug gevonden. Ik heb, op een doorschijnend papier, naar een schaal zoo groot als die van mijne afbeeldingen, orthographische ontwerpen vervaardigd der Meridianen en parallellen op de planeet Mars, zoo als die zich, naar de tijdelijke standen van de omwentelingsas der planeet, uit de aarde moesten vertoonen. Worden die ontwerpen op mijne afbeeldingen gelegd, zoo laat zich de Areographische ligging der vlakken onmiddellijk aflezen en de aldus gevondene Areographische liggingen, van de meest kennelijke hoofdpunten op de planeet, komen, op eene treffende wijze, met die overeen, welke de Heeren BEER en MÄDLER in het jaar 1830 bepaalden. Het is niet slechts mogelijk, maar ook waarschijnlijk, dat, door wolken in den dampkring der planeet Mars, het voorkomen van dat ligchaam voor ons min of meer wordt gewijzigd, maar het blijkt, dat de voorname oneffenheden op die planeet, in 32 jaren, geene kennelijke verandering hebben ondergaan. Ik vermeen zelfs eene schets der planeet Mars, door HUYGENS, op den 13[den] Augustus 1672, met de schrijfpen in zijn dagboek geteekend, in mijne afbeeldingen terug te vinden. Men weet, dat de zeeën der aarde zich, uit een ver verwijderd oogpunt, als donkere vlakken moeten vertoonen, en vermoedelijk zien wij niet anders dan het onderscheid tusschen zee en land in de standvastige donkere en lichte vlakken op de planeet Mars, die in zoo veel opzigten met onze aarde overeenkomt.

Uit de onderlinge vergelijking van mijne afbeeldingen met die van de Heeren BEER en MÄDLER laten zich, op 10 of 15 minuten na, onderscheidene tijdstippen afleiden, waarop de planeet Mars in de jaren 1830 en 1862 dezelfde zijde van hare oppervlakte naar de aarde keerde. De planeet heeft, in dat tijdsverloop, omtrent 12,000 wentelingen om hare as volbragt en haar omwentelingstijd zoude zich alzoo op minder dan een tiende deel eener secunde na laten bepalen, indien het met zekerheid bekend ware, hoeveel volle omwentelingen om hare as de planeet in het tijdsverloop tusschen het vervaardigen der afbeeldingen heeft volbragt. De omwentelingstijd van Mars, door de Heeren BEER en MÄDLER bepaald, is echter eenige secunden onzeker en daardoor is nog eene onzekerheid van ééne eenheid in het evengenoemd aantal omwentelingen der planeet overgebleven. Ik heb naar eene tusschen-waarneming gezocht, waardoor die onzekerheid zoude worden opgeheven, maar ik heb niets mogen vinden dat mij dienen kon. Uit mijne afbeeldingen laten zich drie tijdvakken afleiden, waarvan een de ware omwentelingstijd der planeet moet voorstellen, maar eerst latere waarnemingen kunnen beslissen, welke der drie verkregene uitkomsten zal moeten worden aangenomen.

De tegenstand der planeet Mars in het tegenwoordig jaar was, voor de waarneming van dat ligchaam, niet in alle opzigten gunstig, daar het niet tot eene groote hoogte boven den horizon stijgen kon. Op den 1sten December 1864 zal de planeet Mars andermaal in tegenstand met de zon komen. Haar kortste afstand van de aarde, die nu 0,406 bedroeg, zal dan grooter zijn, namelijk 0,534; maar de planeet zal dan eene noordelijke Afwijking bereiken van 24 graden. Het bezwaar, uit den eenigzins grooteren afstand voortvloeijende, zal dan ruimschoots worden opgewogen door de mogelijkheid, om de planeet veel langduriger en op eene veel grootere hoogte waar te nemen. De aan-

staande tegenstand van de planeet Mars zal alzoo, voor de waarneming van dat ligchaam, veel gunstiger zijn dan die van dit jaar, en ik hoop dat zij, bij die gelegenheid, een voorwerp van ijverige onderzoeking zal zijn aan de sterrewacht te Leiden, ook dan, als zij op dien tijd, niet meer het tooneel van mijne werkzaamheden wezen zal.

Onder het schrijven van dit opstel ontving ik het eerste nummer van het 23ste deel der *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*. Het verrastte mij daarin het berigt te vinden, dat de Heer ROBERT MAIN, de tegenwoordige bestuurder der sterrewacht te Oxford, omtrent de planeet Mars, bij haren laatsten tegenstand, onderzoekingen heeft volbragt, die geheel en al met de mijne overeenstemmen. De Heer MAIN heeft elf afbeeldingen der planeet Mars vervaardigd, die vermoedelijk door de *Astronomical Society* zullen worden uitgegeven, en, met den grooten heliometer van Oxford, in het tijdvak tusschen den 18den September en den 26sten October, op 18 verschillende dagen, metingen volbragt, omtrent de polaire en aequatoriale middellijn der planeet. Ofschoon de Heer MAIN erkent, dat de mogelijke standvastige fouten zijner metingen nog een onderzoek vorderen, dat eerst volbragt zal kunnen worden, als de planeet zich onder hare kleinst mogelijke middellijn vertoont, heeft hij de voorloopig door hem verkregene uitkomsten bekend gemaakt, hoofdzakelijk omdat die hem eene zeer sterke afplatting bij de planeet Mars deden vinden. Om eene daartegenoverstaande reden, zal ik het voorbeeld navolgen, door den Heer MAIN gegeven, maar ik moet nadrukkelijk verklaren, dat de uitkomsten mijner voorloopige herleiding eene kleine wijziging zullen kunnen ondergaan, als ik in de mogelijkheid zal zijn geweest om de vroeger vermelde schijfjes naauwkeuri-

ger uit te meten, de periodieke ongelijkheden der schroef te bepalen en, in het aanstaand voorjaar, bij de kleinst mogelijke middellijn der planeet, te onderzoeken, welke standvastige fouten de werkingen der natuur, de eigenschappen van den gebezigden toestel en de persoonlijkheid des waarnemers, bij mijne metingen kunnen hebben teweeggebragt. Bij de volgende zamenstelling der door mij verkregene einduitkomsten heb ik, even als de Heer MAIN, de schijngestalte der planeet, ook voor de polaire middellijn, en den invloed der straalbuiging in rekening gebragt, hoe onbeduidend die wezen mogt.

EINDUITKOMSTEN VOOR DE POLAIRE EN DE AEQUATORIALE MIDDELLIJN DER PLANEET MARS, AFGELEID UIT ALLE METINGEN, IN HET JAAR 1862, AAN DE STERREWACHT TE LEIDEN, OP DENZELFDEN DAG VOLBRAGT EN VOORLOOPIG HERLEID TOT DE EENHEID DER AFSTANDEN.

1862.	POLAIRE MIDDELLIJN.	AEQUATORIALE MIDDELLIJN.
18 September	9'',450	9'',472
19 "	9 ,346	9 ,447
20 "	9 ,469	9 ,473
22 "	9 ,404	9 ,508
23 "	9 ,445	9 ,520
29 "	9 ,420	9 ,590
1 October	9 ,412	9 ,547
5 "	9 ,421	9 ,478
6 "	9 ,412	9 ,466
7 "	9 ,405	9 ,443
8 "	9 ,392	9 ,451
9 "	9 ,409	9 ,440
10 "	9 ,431	9 ,451
11 "	9 ,401	9 ,412
14 "	9 ,401	9 ,420
16 "	9 ,353	9 ,439
21 "	9 ,337	9 ,404
Midden . .	9'',4063	9'',4683

Het is niet onbelangrijk, deze uitkomsten bij die te vergelijken, welke, in de laatste jaren, door andere waarnemers voor de middellijn der planeet Mars zijn verkregen.

De Heer MAIN verkreeg, in het jaar 1852, aan de sterrewacht te Greenwich, met den mikrometer van AIRY, voor de aequatoriale middellijn *). . . 9",84.

In datzelfde jaar leidde de Heer OUDEMANS, uit de nagelatene metingen van BESSEL, zoowel voor de polaire als aequatoriale middellijn, de waarde af †). 9",328.

In het jaar 1856 verkreeg de Heer WINNECKE, door metingen met den kleinen heliometer aan de sterrewacht te Berlijn, voor iedere van beide middellijnen §). . . . . 9",227.

In het jaar 1862 verkreeg de Heer MAIN, met den grooten heliometer te Oxford, voor de aequatoriale middellijn der planeet **). . . . . 9",38.

Door de uitkomst, die de Heer MAIN, in het jaar 1852, met den mikrometer van AIRY heeft verkregen, wordt de gegrondheid bevestigd van mijne vroegere verklaring, dat dat werktuig geene bruikbare uitkomsten kan geven, tenzij het op eene geheel andere wijze worde aangewend, dan dit door den Heer MAIN geschiedde. De overeenstemming tusschen de vier laatst verkregen uitkomsten bewijst ook dat ik, niet ten onregte, den draden-mikrometer, voor het uitmeten van planeten, heb afgekeurd.

Er bestaat een zeer groot verschil tusschen de waarschijnlijke fouten der metingen, waaruit de bovengemelde einduitkomsten zijn afgeleid. Herleidt men de waarschijn-

---

*) *Memoirs of the Royal Astr. Society*, Vol. XXV, pag. 41.

†) *Astronomische Nachrichten*, Vol. XXXV, pag. 351.

§) *Astronomische Nachrichten*, Vol. XLVIII, pag. 97.

**) *Monthly Notices of the Royal Astr. Soc.*, Vol. XXIII, pag. 27.

lijke fout door den Heer OUDEMANS, voor elke meting van BESSEL gevonden, op de voor BESSEL meest voordeelige wijze, zoo heeft men voor de waarschijnlijke fout van elke bepaling, als die herleid is tot den afstand, 1°:

Bij BESSEL . . . . 0",072
〃 WINNECKE, pol. middellijn. 0 ,113
〃 〃 aeq. middellijn. 0 ,080
〃 MAIN 1862 aeq. middellijn. 0 ,039

De laatstgenoemde waarschijnlijke fout is door mij afgeleid uit de uitkomsten voor de aequatoriale middellijn der planeet, zoo als die door den Heer MAIN zijn medegedeeld. Het verdient de aandacht, dat de laatste metingen van den Heer MAIN, met den heliometer te Oxford volbragt, zoo onvergelijkelijk scherper zijn dan alle overige bekende metingen, die de heliometer heeft opgeleverd. De weinige metingen omtrent de planeet Mars, die JOHNSON met den heliometer van Oxford heeft volbragt, leiden tot een ongerijmde einduitkomst en de uitkomsten door hem, met dat werktuig, voor de middellijnen der planeten Jupiter en Saturnus verkregen, loopen geweldig uit elkander. Hoezeer de metingen met den heliometer, in de handen van den Heer MAIN, mogen zijn vooruitgegaan, mijne metingen, met den mikrometer van AIRY volbragt, zijn nog scherper dan de zijne. Men vindt namelijk, uit de bovenstaande opgaven, voor de waarschijnlijke fout mijner uitkomsten van elken dag:

bij de polaire middellijn . . . . 0",023
〃 〃 aequatoriale 〃 . . . . 0 ,033
alle metingen dezelfde waarde toekennende. 0 ,028

De heliometer van Oxford heeft vermoedelijk meer dan

veertig duizend gulden gekost. De mikrometer van AIRY is een kleine toestel, die bij elken kijker kan worden aangebragt, en op naauwelijks twee honderd gulden komt te staan. Het is nu bij hernieuwing gebleken, dat kleine hoeken, met beide werktuigen, even scherp kunnen worden uitgemeten en het is daarom van te meer belang, de metingen met den mikrometer van AIRY van de standvastige fouten te bevrijden, die uit het wezen van dat werktuig voortvloeijen. Dit kost een' naauwelijks gelooflijken arbeid, maar ik vermeen de uitvoerbaarheid daarvan reeds met de daad te hebben aangetoond. '

Zulke metingen als de laatstvolbragte van den Heer MAIN moeten bij uitstek geschikt zijn om een einde te maken aan het geschil over de onnatuurlijke afplatting, die, sedert lang, aan de planeet Mars werd toegekend. Terwijl de afplatting van Mars, naar de theorie, naauwelijks zoo groot als die der aarde wezen kan, vond de oudere HERSCHEL, op het einde der verledene eeuw, dat zij niet minder dan $\frac{1}{16}$ bedroeg. SCHRÖTER, daarentegen, leidde uit zijne metingen de gevolgtrekking af, dat de afplatting van Mars zekerlijk kleiner dan $\frac{1}{81}$ wezen moest. In deze eeuw heeft ARAGO jaren lang heviglijk gestreden voor de uitkomst, uit zijne zeer talrijke metingen afgeleid, volgens welke de afplatting van Mars niet minder dan $\frac{1}{31}$ kon bedragen, en zelfs LAPLACE beijverde zich vruchteloos, om dit verschijnsel uit eene natuurlijke oorzaak te verklaren. De Heer OUDEMANS kon echter in de metingen van BESSEL geen spoor van eene afplatting vinden en de Heer WINNECKE vond dit evenmin in zijne metingen, die opzettelijk waren volbragt om den vorm der planeet Mars te bepalen. De Heer MAIN vond weder, door zijne metingen van het jaar 1852, dat de afplatting van Mars $\frac{1}{61}$ bedragen moest. Toen ik vroeger over den mikrometer van AIRY handelde, heb ik de laatstgenoemde uitkomst bestreden, niet omdat ik eene afplatting van Mars, strijdende tegen onze

theoriën, voor onmogelijk zoude durven verklaren, maar omdat de metingen van MAIN mij veel te grof toeschenen, om eenige gevolgtrekking omtrent de afplatting van Mars toe te laten. Ik durf datzelfde omtrent de metingen van BESSEL en WINNECKE beweren. Waar één paar honderdste deelen eener secunde moeten beslissen, verkrijgt men geene zekerheid, als de waarschijnlijke fout van elke bepaling tot meer dan een tiende deel eener secunde opklimt.

Het is uiterst merkwaardig, dat de Heer MAIN uit zijne laatste metingen, die alle vroegere zoo aanmerkelijk in scherpte overtreffen, weder eene verbazend groote afplatting der planeet Mars heeft afgeleid. De onderlinge vergelijking der door MAIN verkregene waarden van de polaire en aequatoriale middellijnen der planeet, doet voor haar een schijnbare afplatting van $\frac{1}{46,58}$ vinden. Brengt men daarbij den hoek in rekening, onder welken de aequator der planeet uit de aarde werd gezien, zoo verkrijgt men voor de ware afplatting der planeet een bedrag van $\frac{1}{39,04}$.

Mijne metingen omtrent de planeet Mars zijn voor het minst zoo scherp als die van MAIN en haar komt alzoo hetzelfde stemregt toe. Het is eenigzins gewaagd met uitkomsten te voorschijn te treden, verkregen met eenen toestel, wiens onderzoek ik nog niet voor gesloten kan verklaren, maar ik geloof niet, dat het nader onderzoek een grooten invloed op het verschil tusschen twee nagenoeg gelijke middellijnen uitoefenen zal. Uit de voorgaande tabel ziet men, dat ik, bepaaldelijk elken dag, de aequatoriale middellijn der planeet iets grooter heb gevonden da[n] de polaire. Gemiddeld is het verschil 0″,0620 en dit geef[t] aan de planeet eene schijnbare afplatting van $\frac{1}{153}$. Oo[k] door mij is alzoo eene afplatting bij de planeet Mars ge[-] vonden, maar die, wegens haar uiterst gering bedrag, vr[ij] onzeker is gebleven. Ik zoude zekerlijk, en te regt, va[n] overdrijving worden beschuldigd, indien ik durfde bew[eren]

ren, dat mijne bovengemelde einduitkomsten, op twee honderdste deelen eener secunde na, zeker zijn. Stelt men nu, dat ik de polaire middellijn der planeet slechts 0″,02 te klein en de aequatoriale slechts 0″,02 te groot heb gevonden, dan wordt het vroeger verkregen verschil tot op 0″,0220 verminderd, hetgeen eene afplatting van $\frac{1}{110}$ geven zoude, die reeds kleiner is dan men haar, naar de theorie, zoude verwachten. Neemt men de bovengenoemde fouten in een tegenovergestelden zin, zoo wordt de afplatting van Mars $\frac{1}{53}$, en dus nog twee malen kleiner dan zij door den Heer MAIN gevonden werd. Uit deze beschouwing blijkt het, dat de afplatting der planeet Mars, tenzij die verbazend groot mogt wezen, wegens het gering bedrag van de schijnbare middellijn dier planeet, voor geene juiste bepaling vatbaar is. Ik durf mij ook geene uitspraak omtrent het juist bedrag van die afplatting veroorloven, maar ik vermeen toch te kunnen verklaren, dat de wonderbaarlijke grootte, die haar door den Heer MAIN, naar aanleiding van zijne jongste metingen, wordt toegekend, door mijne metingen niet bevestigd wordt.

Leiden, 22 December 1862.

NASCHRIFT.

Terwijl het voorgaand Verslag zijne uitgave verbeidde, heb ik, bij de voortzetting mijner onderzoekingen omtrent de planeet Mars, eenige niet onbelangrijke uitkomsten verkregen, die mij toeschijnen hier nog eene korte voorloopige melding te verdienen.

In mijne afbeeldingen der planeet Mars heb ik al de

kennelijke vlakken teruggevonden, die door BEER en MÄDLER, bij hunne onderzoekingen van het jaar 1830, met letters waren geteekend. Ik vond ook eene vlak terug, die, in het jaar 1813, door ARAGO herhaaldelijk is waargenomen; eene andere, die herhaaldelijk waargenomen werd door HERSCHEL in het jaar 1783 en nog eene, die in het jaar 1672 waargenomen was door CHRISTIAAN HUYGENS. Die overeenstemmingen hebben mij in staat gesteld tot eene zeer naauwkeurige bepaling van den tijd, in welken de planeet Mars eene wenteling om hare as volbrengt.

HERSCHEL bepaalde den siderischen omwentelingstijd van de planeet Mars op 24u39'21",67 en BEER en MÄDLER verkregen daarvoor 24u37'23",7. Eene van deze twee bepalingen moest, op eenige secunden na, naauwkeurig zijn, en haar groot verschil van twee minuten was een gevolg hiervan, dat BEER en MÄDLER der planeet, in een tijdvak van twee jaren, eene wenteling meer dan HERSCHEL hadden toegeschreven. De onderzoekingen van de genoemde sterrekundigen bewijzen wel, dat, of aan de eene of aan de andere zijde, grootere fouten zijn begaan dan zich lieten verwachten, maar zij gedogen niet met zekerheid te beslissen, aan welke zijde de waarheid ligt. Mijne waarnemingen van het jaar 1862, die twee en eene halve maand omvatten, waren in zich zelve toereikende, om het boven twijfel te verheffen, dat men zich aan BEER en MÄDLER houden moet.

De waarnemingen van ARAGO dienden mij, na die beslissing, om met zekerheid het aantal volle omwentelingen te bepalen, die de planeet, in het tijdvak tusschen de jaren 1830 en 1862, volbragt moest hebben. Dit stelde mij verder in staat om uit eene verbinding van mijne waarnemingen met die van BEER en MÄDLER eene zeer naauwkeurige bepaling van den omwentelingstijd af te leiden, en daardoor weder mijne waarnemingen met die van HERSCHEL en HUYGENS te verbinden. Ik verkreeg alzoo drie naauw-

keurige bepalingen van den omwentelingstijd, namelijk door de verbinding van mijne waarnemingen met die van:

BEER en MÄDLER	in 1830	....	24u37′22″,59
HERSCHEL	„ 1783	....	22 ,62
HUYGENS	„ 1672	....	22 ,64
		midden	24u37′22″,62

De drie verkregene uitkomsten hebben omtrent hetzelfde gewigt, omdat de naauwkeurigheid der waarnemingen nagenoeg omgekeerd evenredig is aan haren ouderdom. De fout der uitkomst kan bezwaarlijk meer dan vijf honderdste deelen eener secunde bedragen.

Ik heb erkend, dat de periodieke ongelijkheden der schroef des mikrometers een' niet onbelangrijken invloed op de uitkomsten mijner metingen, omtrent de planeet Mars, konden uitoefenen. Het ontbrak mij aan de middelen voor het aanschaffen van eenen toestel, waardoor die periodieke ongelijkheden zich zouden laten bepalen en daar het schijnt dat die middelen mij zullen blijven ontbreken, heb ik mij zelven trachten te helpen. Met behulp van een mikroskoop, aan een klein universaal-instrument ontleend, maakte ik zelf eenen toestel, voor mijn doel volkomen toereikend. Ik vond de periodieke ongelijkheden der schroef zeer aanzienlijk en zeer verschillend aan hare verschillende deelen; zoodat hare juiste bepaling het volbrengen van duizende metingen en het ontwerpen van niet minder dan zeven formulen vorderde. Ik heb al mijne onderzoekingen omtrent de fouten van den mikrometer en al mijne metingen omtrent de planeet Mars van den invloed dier periodieke ongelijkheden gezuiverd en, na die metingen aan eene geheel nieuwe herleiding te hebben onderworpen, de volgende einduitkomsten verkregen, voor de schijnbare afmetingen der planeet Mars, op de eenheid der afstanden:

polaire middellijn . . . . 9″,437
aequatoriale middellijn . . . 9 ,518
schijnbare afplatting. . . . . $\frac{1}{118}$

De mogelijke standvastige fout dezer uitkomsten zal eerst bepaald kunnen worden, als de planeet op haren grootsten afstand van de aarde gekomen zal zijn. De metingen der polaire middellijn zijn zeer bevredigend, en de waarschijnlijke fout der bepaling van elken dag is niet meer dan 0″,021. De metingen omtrent de aequatoriale middellijn openbaren zonderlinge verschijnselen, die zich misschien eerst na den tegenstand der planeet in het jaar 1864 zullen laten verklaren.

Ik zoude alleenlijk in eene zeer uitgebreide verhandeling rekenschap van mijne onderzoekingen omtrent de planeet Mars kunnen afleggen. Ik zal bereid zijn zulk eene verhandeling te schrijven, als het uitzigt bestaat dat zij zal worden uitgegeven.

27 Februarij 1863.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 28sten MAART 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, R. VAN REES, A. H. VAN DER BOON MESCH, A. W. M. VAN HASSELT, J. G. S. VAN BREDA, C. J. MATTHES, F. J. STAMKART, C. H. D. BUYS BALLOT, P. HARTING, M. C. VERLOREN, E. H. VON BAUMHAUER, P. ELIAS, L. J. A. VAN DER KUN, R. LOBATTO, C. A. J. A. OUDEMANS, J. VAN GEUNS, F. C. DONDERS, W. VROLIK, J. P. DELPRAT, F. KAISER, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, J. VAN DER HOEVEN, G. J. VERDAM, F. W. CONRAD. Van de Letterkundige Afdeeling, J. BAKE.

Het Proces-Verbaal der gewone Vergadering van den 28sten Februarij j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Worden gelezen brieven, waarmede de H.H. BLEEKER en VAN OORDT zich verontschuldigen over het niet bijwonen dezer Vergadering. — Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 28 Februarij 1863, N°. 140, 3e. Afdeeling Waterstaat), waarin onder dankbetuiging voor het vierde Verslag over den Paalworm, van dit verslag, op denzelfden voet, als ten vorigen jare, zeventig exemplaren verlangd worden.

Tevens wordt berigt, dat de bij Koninklijk besluit van 23 Febr. 1855, N°. 1, toegelegde subsidiën ten behoeve der proefnemingen omtrent de verwoestingen door den Paalworm, voor zooveel het jaar 1863 betreft, bij Zijner Majesteits besluit van 19 Februarij l.l. N°. 107 met *ƒ* 100 is verhoogd.

Omtrent het nemen van proeven met het Yari-Yari hout uit West-Indië, zal het gevoelen van Zijne Excellentie nader medegedeeld worden.

Wordt besloten het laatste gedeelte van den brief des Ministers aan te nemen voor berigt, en omtrent de toezending der zeventig Exemplaren van het vierde Verslag aan het verlangen van Zijnen Excellentie te voldoen.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Koloniën ('s Gravenhage, 25 Maart 1863 Lett. A^AZ. N°. 18 van den volgenden inhoud:

„Nadat, ten vorigen jare, door het Congres-Bestuur van het, in de maand Junij j.l., te Middelburg gehouden XVIIe Nederlandsche Landhuishoudkundig Congres, eene voorloopige mededeeling had plaats gehad der op genoemd Congres te behandelen punten rakende den kolonialen landbouw, heeft mijn ambtsvoorganger uit de mede ter behandeling gestelde vraag, omtrent het wederstandsvermogen

van verschillende houtsoorton in Nederlandsch Indië tegen den invloed van den Paalworm, aanleiding genomen tot het verzoek aan den Gouverneur-Generaal van Nederlandsch Indië, om van de daartoe betrekkelijke, door genoemden Minister, den Directeur der Burgerlijke Openbare Werken in Nederlandsch Indië, en door den Inspecteur voor het Boschwezen in Nederlandsch Indië, den Heer J. H. G. JORDENS, aan het Indisch bestuur gedane voorstellen, een afschrift aan het Departement van Koloniën te doen toekomen en daarbij tevens over te leggen den bijbehoorenden overzigtstaat van hetgeen hieromtrent door de hoofden van gewestelijk bestuur op en buiten Java, alsmede door de chefs van de Waterstaats-afdeelingen is gerapporteerd.

„Die afschriften zijn bij mijn Departement ontvangen, en ik heb de eer ze aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ter kennisneming aan te bieden, met vrijlating om daarvan bij nadere Verslagen omtrent den Paalworm, voor zooveel het der Akademie wenschelijk zal toeschijnen, gebruik te maken.

„Na gebruik worden de stukken bij het Departement van Koloniën terug verwacht."

Wordt besloten dezen brief met zijne drie Bijlagen in handen te stellen van de Commissie over den Paalworm, met verzoek om daarop der Afdeeling te dienen van berigt, voorlichting en raad.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 3 Maart 1863, N°. 120, 5e Afdeeling; 7 Maart 1863, N°. 195, 6e Afdeeling; 17 Maart 1863, N°. 118, 5e Afd.; 19 Maart 1863, N°. 164, 5e Afdeeling; 26 Maart, N°. 144, 5e.

Afd.; 28 Maart 1863, N°. 119, 3e Afdeeling Waterstaat); 2°. Hoofddirecteur van het Koninkl. Nederl. Meteorologisch Instituut te Utrecht; 3°. C. G. VON REEKEN, (Monnikendam, 7 Maart 1863); 4°. BELLERMANN, Archivar van het Verein von Alterthumsfreunden im Rheinlande (Bonn, 20 Januarij 1863); 5°. WOHLER, Secretaris der Königliche Gesellschaft te Göttingen (Göttingen, 21 Februarij 1863); 6°. JAMES D. DANA (Newhaven, Dec. 1. 1862).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. GUNNING, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, 2 Maart 1863); 2°. Curatoren van het Athenaeum Illustre te Amsterdam (Amsterdam, 3 Maart 1863); 3°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap te Utrecht (Utrecht, 7 Maart 1863); 4°. VAN BENEDEN, buitenlandsch lid der Akademie (Leuven, 29 Januarij 1863); 5°. C. WIEDMANN, bibliothecaris der K. Hof- und Staats-Bibliotheek in Munchen (Munchen, 25 Maart 1863); 6°. WEBER, Secretaris van het Naturhistorisch Verein der preussischen Rheinlande u. Westphalen (Bonn, 17 Januarij 1863); 7°. CH. LASSEN, buitenlandsch lid der Akad. (Bonn, 27 Maart 1863); 8°. W. BARING, Secretaris van India office (Londen, 2 Maart 1863); 9°. J. WINTER JONES, Bibliothekaris van het British Museum (Londen, 3 Maart 1863); 10°. FARADAY, Buitenlandsch

lid der Akademie (Londen, 2 Maart 1863); 11°. JOHN WARLINGTON, Secretaris van de Commissioners der Admirality (Londen, 28 Februarij 1863); 12°. G. B. AIRY, Buitenlandsch lid der Akademie (Greenwich, 27 Febr. 1863); 13°. A. P. STUWART, H. LEE, Bibliothekarissen van de Royal Medical and Chirurgical Society te Londen (Londen, 26 Maart 1863); 14°. BENOIT MILLO attaché au Secrétariat de l'Académie Royale des Sciences de Turin (Turijn, 11 Maart 1863). Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Heer BLEEKER (Leiden, 25 Maart 1863), ten geleide eener Verhandeling, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, onder den titel van: *Notices sur une collection de Poissons de la nouvelle Hollande faite à Port Jackson.* Zij wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

De Secretaris deelt mede brieven ontvangen te hebben van de H.H. C. en P. VAN DER STERR (Helder, 7 Maart, Amsterdam 7 Maart 1863), ten geleide van Tabellen van waargenomen waterhoogten, welke hij der Commissie over de daling van den bodem in Nederland ter hand heeft gesteld.

De Secretaris berigt, dat de verhandelingen, aangeboden door de H.H. VERDAM, DONDERS, MIQUEL

en VAN REES, door de Commissie van redactie zijn aangenomen.

De Heer CONRAD draagt eene Verhandeling voor *over den tegenwoordigen stand der werken van het kanaal van Suez,* welke door een groot aantal kaarten, platen en teekeningen wordt toegelicht. Zij wordt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden en gesteld in handen der Commissie van redactie.

De Heer VROLIK licht hetgeen hij in de vorige Vergadering omtrent de plaatsing der maaltanden bij den Olifant gezegd heeft toe door medegebragte voorwerpen. — De Heer VAN BREDA zegt daaromtrent alsnu met den Heer VROLIK zaam te stemmen, en heldert zulks ook op door eenige medegebragte voorwerpen. De Heer VROLIK toont daarbij eene Mammouthskies, onlangs tusschen Huissen en Pannerden door grindvisschers uit den Rijn opgehaald en hem door den Heer H. J. VAN DEN BRINK te Rijsenburg bij Driebergen welwillend gezonden.

De Heer VAN BREDA deelt eenige berigten mede omtrent het meteoor, den 4den Maart j.l. hier te lande waargenomen. — Spreker stelt zich voor, deze tot een overzigt zaam te voegen en dit ter plaatsing in de *Verslagen en Mededeelingen* aan te zullen bieden. — Een vermeende meteoorsteen, aan den Heer VAN BREDA gezonden, wordt tot onderzoek in handen gesteld van den Heer VON BAUMHAUER.

De Heer KAISER gaf een *berigt omtrent de photographische onderzoekingen aan de sterrewacht te Leiden*. Vooraf trad hij in eene beoordeeling van de waarde, die, bij den tegenwoordigen toestand der kunst, aan het photographisch afbeelden van hemellichten moet worden toegekend en de uitkomst was, dat de photographie belangrijke diensten aan de sterrekunde kan bewijzen maar voor die wetenschap nog niet beantwoord heeft aan de groote verwachtingen die zij heeft opgewekt. De Spreker herinnerde de groote bezwaren aan het photographisch afbeelden van hemellichten verbonden, vooral als men geene sterrewacht bezit, die voor dat doel opzettelijk is ingerigt, en gaf een verslag van de pogingen daartoe te Leiden door zijnen zoon Dr. P. J. KAISER aangewend.

De Spreker bragt vervolgens een reeks van photographische afbeeldingen van sterrekundige werktuigen, van de zon en maan ter tafel, vervaardigd door den Heer P. J. KAISER, en stelde de aanwezige leden in staat die photographiën te vergelijken met de beste voortbrengselen van denzelfden aard, van het buitenland. Het berigt, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

De Heer VAN DER BOON MESCH deelt, als een vervolg op zijne vroegere mededeeling over Japansche kleurstoffen, den uitslag mede van het scheikundig onderzoek eener roode kleurstof, waarvan eene zeer dunne laag een porseleinen kopje inwendig bedekt, dat afkomstig is uit 's Rijks Japansch Museum von Sie-

bold. Het is gebleken carthamin, de roode kleurstof uit de Saflor, *Carthamus tinctorius* L., te zijn. De Spreker vermeldt vervolgens de wijze, waarop de Japanezen deze kleurstof uit de saflor afzonderen, waaruit blijkt, dat zij de in de saflor aanwezige gele en roode kleurstof van elkander weten te scheiden, en daarin eene manier volgen, die in beginsel overeenkomt met de latere methoden van de Europesche scheikundigen DUFOUR, KASTNER en SCHLIEPER, en toont de klimmende waardij dezer kleurstof aan voor het tegenwoordig fabriekwezen.

De Heer VON BAUMHAUER deelt mede, met Dr. SEELHEIM eene scheikunde analyse te hebben verrigt van de zoogenoemde *Kaapsche meteoor-ijzermassa*, in de Vergadering van 29 November j.l. door den Heer VAN BREDA ter tafel gebragt, en treedt in eenige beschouwingen over de daarover voorkomende Widmannstätsche figuren; hij zegt daarover eene mededeeling toe voor de *Verslagen en Mededeelingen.*

De Heer BUYS BALLOT deelt het volgende mede:

„Over het meteoor van 4 Maart j.l. heb ik van vele „zijden berigten ontvangen Terwijl ik mij jegens de wel- „willende berigtgevers zeer verpligt gevoel, en ieder de „eene of andere bijzonderheid zoo juist mogelijk heeft trach- „ten te vermelden, mag ik hier in de Akademie alleen „twee waarnemingen ter spraak brengen.

„Professor HOEK, te Utrecht, zag uit eene straat het licht- „verschijnsel, iets ten westen van het Zenith voorbijgaan

„te 6u 53½′, en hoorde juist 2½ minuut later een hevigen „slag.

„De luitenant ter zee VAN ASPEREN deelt mede, dat het „zich naar het ZZO. bewoog, en op omstreeks 20° hoogte „boven den horizont verdween.

„Professor SCHROEDER VAN DER KOLK schrijft van Maas-„tricht uit twee onafhankelijke waarnemingen, dat het „lichtverschijnsel zich van het Z. t. O. naar het N. t. W. „bewogen heeft, en aldaar verdwenen is op omstreeks 30° „hoogte in het Azimuth van omstreeks 13½° ten westen „van het noorden. Aldaar is wel eenig geluid vernomen, „maar niet sterk.

„Bij deze waarnemingen voegen zich nog berigten uit „alle oorden des lands, waaruit volgt, dat het geluid het „sterkst is waargenomen in de provincie Utrecht, zuidelijk „Gelderland, Noord-Brabant; dat het lichtverschijnsel ge-„schat werd, ten tijde van zijn helderst licht gezien te „worden, als de halve of de geheele volle maan; dat het „een staart achter zich voerde als uit spranken bestaande, „omstreeks 4° lang, en dat het volgens sommigen, bij het „verdwijnen uiteenspatte.

„Ik wacht nog verdere berigten van Horst, bij Venlo. „Indien het aldaar gezien is zich te bewegen van WNW. „naar ONO., zoo zoude dit overeenkomen met de meeste „andere berigten, en dan zou, in verband met de berigten „uit België, door den Heer QUETELET medegedeeld (*Extrait „des Bulletins*, 2e Série, T. XV, N°. 3), eenige uren ten „noorden van Venlo tusschen die plaats en 's Hertogen-„bosch de ontploffing moeten hebben plaats gehad en al-„daar welligt eenige stukken gevallen zijn.

„Van de zuidelijke plaatsen blijkt niet, of het meteoor „al of niet door het Zenith is gegaan.

„Het geluid wordt door sommigen vergeleken met een „kanonschot, met het rijden van een spoortrein over eene

„brug, met het rommelen van den donder. Uit Zeeland, „Noord-Holland en Groningen maakte men er geene mel- „ding van, slechts in het voorbijgaan uit Overijssel.”

De Heer OUDEMANS biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* eene mededeeling aan, opgehelderd door gekleurde teekeningen, aangaande een vrouwelijk exemplaar van *Pandanus Spurius*, dat in de maand Januarij j.l. in den kruidtuin te Amsterdam bloeide. — Zij wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

Voorts vertoont de Heer OUDEMANS een stuk wortelhout van *Echitis Scholaris*, eene Borneosche plant behoorende tot de verzameling van wijlen den Hoogleeraar G. VROLIK, aan den Hortus Botanicus te Amsterdam geschonken door de erfgenamen van dezen uitstekenden geleerde. Op grond van zijne ligtheid en van zijne anatomische structuur komt het Spreker voor, dat dit hout de zelfstandigheid levert, waaruit de Dajakkers de ligchaampjes vervaardigen, welke zij aan het achtereinde hunner pijlen bevestigen tot besturing van deze.

Niemand heeft iets verder voor te stellen en de Vergadering wordt gesloten.

OVER DE

CYCADEËN IN NIEUW-HOLLAND.

DOOR

F. A. W. MIQUEL.

Hebben de belangrijke reizen, die in de laatste jaren naar de onbekende binnenlanden en naar de noordelijke streken van Nieuw-Holland door MITCHELL, LEICHARDT, GREGORY, FERD. MUELLER, OLDFIELD, STUART en anderen ondernomen werden, over de Flora van die gewesten veel licht verspreid, aanzienlijk waren vooral de aanwinsten onzer kennis van de orde der Cycadeën. — Door de welwillende toezending van voorwerpen ben ik in staat gesteld, aan de Akademie een overzigt van die ontdekkingen mede te deelen, waardoor niet alleen de verspreiding dier gewassen wordt opgehelderd, maar ook geheel onbekende vormen aan het licht gebragt worden, die op sommige punten eene wijziging in de classificatie noodzakelijk maken.

In het begin van onze eeuw was slechts eene Cycadee van Nieuw-Holland bekend, *Zamia spiralis*, door SALISBURY beschreven. R. BROWN, die FLINDERS expeditie als Botanist vergezelde, beschreef in 1810 twee nieuwe soorten van het geslacht *Cycas*, uit de noordelijke streken van Nieuw-Holland. In mijne Monographie beschreef ik eene aan *Zamia spiralis* verwante soort, door Fransche reizigers in het Swan-

rivier-gebied ontdekt en vereenigde beide onder het geslacht *Macrozamia*.

De aldus bekend geworden vier soorten bleven tot in den jongsten tijd de eenige vertegenwoordigers der Cycadeën in Nieuw-Holland, en toen ik voor eenige jaren een overzigt der geheele orde, die door ontdekkingen in Zuid-Afrika en vooral in Mexico eene zoo aanzienlijke uitbreiding verkregen had, zamenstelde (*Prodromus Systematis Cycadearum*), kon ik slechts met een enkel woord gewag maken van de nieuwste ontdekkingen, die op hetzelfde tijdstip door FERD. MUELLER in zijne *Fragmenta Phytographiae Australiae*, te Melbourne uitgegeven, bekend werden gemaakt. Thans met volledige bouwstoffen toegerust, kan ik tevens de vraag over de vaststelling der geslachten *Macrozamia* en *Lepidozamia* nader toetsen.

Het is bekend, dat LEHMANN van het geslacht *Zamia* LINN. de Afrikaansche soorten, als een afzonderlijk geslacht, *Encephalartos*, heeft afgescheiden, waarin hij tevens *Zamia spiralis* opnam. Eene nadere vergelijking dezer soort en van hare aanverwante, die in westelijk Nieuw-Holland ontdekt was, deed een niet onbelangrijk verschil met de toen bekende Afrikaansche soorten kennen, weshalve ik de Nieuw-Hollandsche soorten als een afzonderlijk geslacht, *Macrozamia*, van de Afrikaansche vormen scheidde. Sedert echter zijn de bloemorganen van andere Afrikaansche soorten bekend geworden en de onlangs ontdekte nieuwe soorten van Australië verschillen van de oorspronkelijke *Macrozamiae* in meer dan een opzigt. Eene nieuwe vergelijking der beide geslachten is daardoor noodzakelijk geworden. Wilde men beiden behouden, dan zouden hunne karakters moeten gewijzigd worden en een derde zou voor eene afzonderlijke soort van Nieuw-Holland moeten worden vastgesteld. Ik zie in eene zoodanige vermeerdering der geslachten geen voordeel voor de wetenschap, en wanneer ik daarbij in aan-

merking neem, dat de bloemorganen van onderscheidene *Encephalarti* nog onbekend zijn, schijnt het geraden, aan het geslacht *Encephalartos* eene eenigzins ruimere beteekenis te geven, en het in ondergeslachten te verdeelen.

Is op die wijze dit geslacht èn in Zuid-Afrika èn in een grooter deel van Nieuw-Holland door talrijke soorten vertegenwoordigd, in landstreken dus, die op grooten afstand door de zee van elkander gescheiden zijn en waarbij de tusschenliggende eilanden geene soorten van dit geslacht bezitten, erkennen wij daarin een eigenaardigen band tusschen twee Flora's, die overigens geheel verschillend, slechts zwakke analogiën in enkele natuurlijke orden aanbieden. Het schijnt mij toe, dat deze verwantschap, die eene der oudste typen van het plantenrijk betreft, haren oorsprong heeft van een vroeger tijdvak, waarin deze groep eene meer algemeene verspreiding had.

Het geslacht *Lepidozamia*, door REGEL op eene soort gegrond, waarvan het vaderland en de bevruchtingsorganen geheel onbekend waren, wordt door de nieuwere ontdekkingen op zijne ware plaats gebragt. Vóór de ontdekking toch van den zoo eigenaardigen *Encephalartos Denisonii* kon men niet gissen, dat haar vaderland in Australië moest gezocht worden.

De soorten van het geslacht *Cycas* vertegenwoordigen de Indische typen in de Flora van het noordelijk gedeelte van Nieuw-Holland. De door R. BROWN aldaar ontdekte *C. angulata* en *C. media* werden door de uitmuntende afbeeldingen van FERD. BAUER beter bekend dan uit de zoo zeer beknopte beschrijvingen van den *Prodromus Florae Novae Hollandiae*. Eene derde soort, door ongedoornde bladstelen zeer afwijkend, vond ik in het Herbarium van *Sir* W. J. HOOKER, bij Port Essington ontdekt, maar eene scherpe omschrijving dier soort was wegens de onvolledigheid der exemplaren niet mogelijk. Dezelfde of eene althans zeer

aanverwante soort ontdekte GAUDICHAUD op het eiland *Rawak*, maar ook van haar is niets bekend dan eene oppervlakkige omschrijving. Eene belangrijke soort werd nu onlangs op den beroemden togt van GREGORY door het noordelijk gedeelte van Nieuw-Holland ontdekt, zoodat thans vier soorten dit geslacht in die gewesten vertegenwoordigen, meer dan in Indië en op den Indischen Archipel.

Stond aldus tot voor korten tijd Nieuw-Holland onder de landen, waar de Cycadeën zwak, slechts door vier soorten, vertegenwoordigd werden, thans is het getal reeds tot 10 geklommen en staat dit werelddeel niet meer achter bij die gewesten, waar deze groep zijne voornaamste zetels heeft.

CYCADEAE IN NOVA-HOLLANDIA HACTENUS DETECTAE.

CYCAS LINN.

a. *petiolis spinosis.*

1. CYCAS MEDIA R. BR. — *Nova Hollandia borealis.*

2. CYCAS ANGULATA R. BR. — *Ibidem.*

3. CYCAS GRACILIS MIQ. n. sp. Petioli utrinque spinulosi; rhachis dorso crasso-convexa, antice rectangulo-prominens; foliola densa linearia spinoso-acuta, marginibus incurvula, juniora subtus floccoso-pubera; squamae coni masc. anguste cuneatae, lamina sterili rufo-lanata apiceque brevi-spinosa terminatae; carpophylla gracilia praesertim versus apicem griseo-lanata, tri-tetrogono-angulata, utrinque 4-3-ovulata, lamina sterili parva obovato-rhombea superne serrulata apice acutata.

Crescit in *Nova Hollandia bor. orient.* in regione fluminis Burdikin, prope Prom. Upstart: F. MUELLER.

Foliorum rhachi *C. angulatae*, carpophyllis *C. mediae* accedit *Foliola* inferiora breviora, media 9—8 poll. longa, vix 2 lin. lata, firma, nervo medio utrinque praesertim subtus prominente et in apicem pungentem continuato, supra saturate viridia, subtus pallida et nunc hic illic indumento rufulo crispulo detergibili adspersa.

Comi masc. Squamae complures suppetunt pollice paullo longiores, angustiores quam in omnibus reliquis speciebus, parte pollinifera anguste cuneiformi, praesertim deorsum contracta, supra glabra, subtus antheris pallidis plerumque quaternatim aggregatis obtecta, parte sterili (lamina) triangulari in apiculum brevi-spinosum reflexo-arrectum excurrente, pallide rufo-tomentella, crassiuscula, utraque facie secundum medium subcarinata, quam pars pollinifera triente breviore, vel in inferioribus subaequilonga.

Carpophylla ovulis vel seminibus instructa, habitu gracili et lamina sterili parva ab iis congenerum distincta, 7—7½ poll longa, tomento molli denso tenui pallido sensim exuendo, in parte superiore diutius persistente, obducta, e foveis lateralibus usque prope laminam obviis satis profundis utrinque *ovulis* 3—4 ellipsoideis angulatis glabris instructa, itaque 6—8-ovulata, apice abrupte in parvam laminam submuticam dilatata; haec enim apice vix in acumen distincte excurrit. *Semina* matura obovoideo-ellipsoidea glabra, sub pellicula succosa, putamine conformi lignoso, 1¾ poll. longa.

b. *petiolis inermibus.*

4. CYCADIS *species dubia*, in *Nova Hollandia bor.* prope portum Essington collecta (*C. media var. β mihi* in *Prodr. Syst. Cycad. p. 7 et 17*).

ENCEPHALARTOS LEHM.

§ 1. *Macrozamia.* Folia (in sp. 1 et 2) vernatione spiraliter torta, foliolis basi antrorsum callo glanduloso quasi auriculata. Squamae masc. et fem. e vertice pungenti-acuminatae.

1. ENCEPHALARTOS FRASERI MIQ. *sub Macrozamia in Monogr. Cycad. p.* 37. (Macrozamia Preissii LEHM — Encephalartos Preissii F. MUELLER. — Zamia spiralis FERD. BAUER *Illustr. ined.* olim a me perperam ad E. spiralem itata).

Crescit in *Nova Hollandia austro-occid.* in regione *Swan-river,* ad *Sinum maris Geographorum, King George Sound, Esperance Bay,* secus *Freemantle,* caet., ab extrema parte occid. austr. usque ad 29° Lat. austr. In regione *Sinus Stokes Inlet* MAXWELL legit. Prope portum Lincoln, ubi in itinere Flindersiano indicatus est, hodie haud repertus est.

Observ. Hujus et sequentis speciei discrimen, mihi olim haud ab omni parte perspicuum, comparatis speciminibus fructiferis, satis constat. In errorem incidi quum pulcherrimas BAUERI tabulas ad sequentem retulerim.

2. ENCEPHALARTOS SPIRALIS LEHM. (Zamia spiralis SALISB. — Z. spiralis R. BR. quoad formam minorem in Australia orient. crescentem; forma majore enim superior species intelligitur. Macrozamia spiralis MIQ. *excl. tabb. Bauerianis* in Monogr. etiam pro parte repetitis).

Var. β major, foliolis numerosioribus (usque 160) distantioribus gracilioribus (*var. Miquelii* MUELL. qui heic formam agnoscit sub calidiore coelo subtropico luxuriantem sed conspecificam).

Crescit in *Nova Hollandia orientali extratropica usque subtropica,* locis sterilibus *Novae Austro-Cambriae,* a Sinu maris *Broad-Sound* et *Moreton* (Lat. austr. 27° 30'), ad

Portum *Jackson*; prope *Jervis-Bay*: F. MUELLER; ad *Sinum Moreton*: STUART; inter *Mont-Bay* et *Broad-Sound*: *herb.* MUELLERI.

Observ. *Zamia tridentata* WILLD. (Encephalartos tridentatus LEHM. (cf. tab. meam in *Linnaeae Vol.* XXI, *tab.* VI) hujus vel alicujus affinis speciei forma juvenilis, foliis minoribus, foliolis paucioribus, angustioribus, apice tridentatis, probabiliter habenda. Planta hortensis, a WILLDENOVIO descripta, cujus specimen authenticum examinavi, capensis credita est ob similitudinem cum aliis speciebus e Prom. B. Spei allatis.

E. Fraseri.	*E. spiralis.*
Statura omnium partium major,	perspicue minor.
Truncus demum elatus cylindricus,	humilis, ellipsoidens vel brevi-cylindricus.
Folia longiora,	breviora.
Foliola numerosiora, utrinque usque 70, densa, rigida, basi minus contracta, subtus nervis usque 15 notata, stomatum zonis minus regularibus, adulta lanceolato-linearia, spinoso-acutata,	minus numerosa, in var β. tamen usque 80 utrinque, magis flexibilia, lucida, basi contracta, inter nervos 8—10 stomatifera, angustiora, versus apicem magis attenuata.
Conus masc. pedunculo crasso suffultus, elongato-cylindricus (juvenilis ellipsoideus) vulgo fere pedalis, aliquando adhuc longior, fusco-lanatus sensim glabrescens. *Squamae polliniferae* oblongo-cuneatae, 1—1½ poll. longae, in acumen pungens elongatum	multo minor, pedunculo tenuiore (pennae olorinae) suffultus, cylindricus, ⅓—½ pedis longus. *Squamarum* apex minus elongatus, *corpore pollinifero* saepe ½ brevior, in supremis tantum illud adaequans vel longior, spinoso-pungens, antice et postice

excurrentes; *areae pollini-ferae* satis discretae,	gibboso-tumens. Squamae ½- vix 1 poll. longae. *Areae polliniferae* confluentes.
Conus fem. crasso pedunculo suffultus, pedalis, ellipsoideo-cylindraceus. *Squamarum corpus* peltatum compressum, basi cordatum, apice in acumen longum denticulatum vel integerrimum excurrens, maturum magis intumescens,	sesquipedalis vel saepe brevior. Squamae paullo pruinosae, *corpore* peltato pollice breviore subreniformi glaberrimo, in acumen pungens lineari-vel angusto-lanceolatum integerrimum diametro squamae aequilongum vel sublongius excurrente.
Semina magna, oblongo-ellipsoidea, 1½—2 poll. aequantia,	minora, magis globoso-ellipsoidea, circiter pollicaria.

Adnot. Truncus *E. Fraseri,* prope *Freemantle* observati, gracilis, in regione *King George-Sound* vero valde abbreviatus visus, conos 2—3 proferens; ad *Esperance-Bay* 9—10 conos (masc.?) protulit, teste cl. F. MUELLER *in litt.* — Ad extremitatem occid. regionis *Great Australian Bright* specimina observata fuisse videntur truncis 20 pedes altis et totidem (?) in ambitu. An ejusdem speciei?

3. ENCEPHALARTOS OLDFIELDII MIQ. *n. sp.* (Macrozamia Preissii OLDF. *herb., non* LEHM.) Truncus...; folia lanceolata rigida, plana, foliolis densis patulis, inferioribus et superioribus minoribus, rhachi semiteriti-trigonae dorso crasse convexae antice inter sulcos laterales obtuse productae concinne insertis, latiuscule linearibus plerumque falcatis spinoso-acutis, basi antrorsum obsolete calloso-subincrassatis, deorsum angusto-decurrentibus (siccatis glaucescentibus), supra enerviis, subtus 8—4-nerviis, marginibus incurvis; —? conus masc. illi E. spiralis similis.

Crescit in *Nova Hollandia austro-occid.,* in regione *Swan-river,* probabiliter in regionibus interioribus: OLDFIELD.

Speciem distinctam esse, dubium haud videtur. Foliolorum basi vix callosa a duobus superioribus primo adspectu discernitur. An conus masc. ex eodem specimine carptus sit, in schedula haud indicatum est, verisimile tamen videtur. — Foliis *Diooni eduli* et *Enc. Pauli Guilielmi* quodammodo accedit, coni autem structura ab hac specie valde differt. — *Rhachis folii* calami scriptorii crassitiei obtuso-tetragona, dorso praesertim incrassata, antice magis depressa sed inter foliolorum insertionem prominula. *Foliola* 5—4½ poll. longa. 2—1¾ lin. lata, rigida, crassa, in sicco supra convexa, subtus concavo-canaliculata, basi parum angustiora, apice parum contracto spinoso-acuta, suprema valde abbreviata et angustiora.

Conus masc. ab illo E. Fraseri mole multo minore pedunculoque elongato valde diversus. *Pedunculus* 8½ poll. longus subcylindricus leviter angulatus, sursum pedetentim incrassatus, nunc glaber, sub cono leviter pilosulus. *Conus* oblongo-ellipsoideus, fere 4½ poll. longus, 2½ crassus, fere maturus, sed antherae adhuc clausae, *squamis* arcte imbricatis, infimis abbreviatis muticis, reliquis spinoso-acutatis, superiorum acumine longiore. *Squamae mediae* cuneatae compressae durae, e corpore pollinifero in laminam sterilem ovato subtriangularem apice reflexo spinosam terminatae, 10—11 lin. longae, 5 latae.

§ 2. *Lepidozamia* (REGELIO genus. Cf. *Prodr. Syst. Cycad.* p. 10). Folia vernatione recta, foliolis lata basi seriebus in antice rhacheos facie valde approximatis subcontiguis insertis, basi haud callosis. Coni squamae haud in acumen excurrentes.

4. ENCEPHALARTOS DENISONII F. MUELLER, *in Transact. Pharm. Soc. of Victoria* II, p. 90. (Macrozamia Denisonii MOORE et F. MUELL. *in Fragm. Phytogr. Austr.* I, *p.* 41). Truncus cylindrico-elongatus; folia longa, foliolis

numerosis lineari-lanceolatis falcatis, basi lata deorsum decurrente insertis, parallele plurinerviis, subtus praesertim inter nervos (in sicco fusco-) stomatoso-punctatis; coni masc. squamae cuneiformes, apice in corpus sterile securiformi-rotundatum tomentellum vertice saepe in brevem apiculum contractum expansae; fem. pedicellato-peltatae, pelta transverse compressa in brevem cuspidem coriaceam recurvam sericeo-velutinam excurrente, matura valde incrassata.

Crescit in *Nova Hollandia orientali extratropica australiore*, v. c. in regione fl. *Manning:* STEPHENSON; in *distr. fl. Burnett:* C. MOORE; in confinibus *Sinus Moreton*, in sylvis prope *Durando*: W. HILL; in tractu montium *Expedition-range* usque ad plagam altam *Buckland Tableland*, in jugis nemorosis basalticis, ad 1000—2000 ped. alt: A. C. GREGORY.

Omnium spectatissima species. *Truncus* usque 18—20 pedum alt., cylindricus. *Folia* numerosa, 12—7 pedes longa, saturate viridia, lucida, *petiolis* 2—3-pedalibus basi valde incrassata fulvo-tomentellis, caeterum glabris, semicylindrico-tetragonis, dorso convexioribus; *rhachi* inferne subtetragona superne a lateribus compressa, antice utrinque sulco folioligero instructa. *Foliola* numerosissima, usque 240, densa, sed non imbricata, rhachi antice inserta, basi lata haud callosa, omnia falcata, inferiora opposita, superiora alterna, infima duplo breviora, superiora haud multum abbreviata, omnia circiter 6—8—10 poll. longa, ½ lata, 12—15-nervia, coriacea, flexibilia, plana, supra astomatosa, subtus praesertim inter nervos tenues sed bene distinctos dense stomatosa.

Conus masc. valde elongatus, cylindricus, aliquando 3½ pedes adaequans, ingentis cornu ad instar e foliorum corona emersus, utplurimum autem oblongo-ovoideus, ¾—1 pedes longus, 4—7 poll. crassus. *Squamae* 1½—3 poll. longae, parte extrorsum exserta indumento griseo-fuscescente

sericeo obductae, caeterum deorsum cuneiformi-compressae, supra glabrae, subtus *antheris* (locellis polliniferis) pallide fuscescentibus dense obtectae (areis confluentibus), marginibusque inflexis subcylindrico-canaliculatae, *corpore sterili* subsecuriformi-rhombeo apiculato basi transverse incrassato, apiculo centrali ipso coriaceo, in lateralibus squamis patente, in supremis reflexo; vertex ipse magis minusve transverse acutatus.

Conus femineus sesquipedalis, ovoideus. *Squamae* pedicellato-peltatae, (pedicello angulato), cordato-reniformes transverse subalato-compressae, maturae tumentes et magis distincte peltatae, supra medium sericeo-velutinae, indumento cano-fusco, sensim in acumen breve (in lateralibus lamina brevius, in superioribus eam adaequans) coriaceum compressum recurvum aequaliter sericeo-velutinum productae, *foveis ovuliferis* (sub maturatione pedetentim profundioribus) profundis, $1\frac{1}{2}$—2 poll. longae, 2—3 latae. *Ovula* glabra angulata papillata. Squamae infimae numerosae vacuae.

Semina saepe sesquipollicaria, pollicem circiter crassa, angulata, nunc sulcis latis exarata et hinc obtusangula, in universum ellipsoideo-globosa, testa carnosa intus flavescente, *putamine* (endopleura) lignoso, poris hili copiosis.

Adnotatio. Huic quam maxime affinis (fere eadem) est *Lepidozamia Peroffkyana* REGEL, (in *Act. Mosquens. anni* 1856 fuse descripta; cf. *Prodr. Syst. Cycad. p.* 10 et 23), tum habitu, tum rhacheos forma, foliolorum insertione et structura atque stomatum dispositione. In speciminibus a REGELIO benevole mecum communicatis *folia* 6-pedalia, *petiolis* bipedalibus, *foliolis* numerosis, 12 poll. longis, $\frac{2}{3}$ latis, usque 10-nerviis, rectis vel saltem haud perspicue falcatis; flores incogniti. Revera unice differt foliolis angustioribus rectis, nervis paucioribus; quare quam ad specimen in Horto Petropolitano cultum juvenile descripserit speciem, conspecificam esse crederem. — Specimina alia, adhuc

magis juvenilia, a cl. VAN HOUTTE ex hortis Anglicis advecta, olim *Lepidozamiae minoris* nomine provisorie distinxi. Si perpendemus, E. Denisonii in *Nova Hollandia* variis locis esse inventum, sane haud miremur specimina, e seminibus in Europam advectis, exorta in caldariis nostris occurrere.

§ 3. *Paruzamia*. Squamae utriusque sexus, masc. breviter, pedicellatae. Foliola basi vix callosa.

5. ENCEPHALARTOS PAULI GUILIELMI FERD. MUELL. *Transact. Pharm. Soc. Vict.* II, *p.* 91. (Macrozamia HILL et MUELL. *Fragm.* I, *p.* 86 et 243, II, *p.* 479). Humilis; petioli ad basin dense lanati; foliola densa numerosa (utrinque fere 80) anguste linearia acuta, basi subtetragona, sursum canaliculata, valide 5-nervia; coni glabri; squamae masculae e pedicello brevi cuneatae apice brevi-cuspidulatae.

Crescit in *Nova Hollandia orientali australiore*, in regione *Sinus Moreton* rara: W. HILL; ad *Maitland* et in *Nova Anglia* 1000′: MUELLER; in clivis arenosis rupestribus *Expedition-range*, ad 1200—1500 ped. alt.: A. C. GREGORY; in vicinitate fluminum *Mackenzie* et *Maranoo*: COBHAM; in *Nova Austro-Cambria interior.*: MOORE; Colitur in Horto Houtteano.

Teste cel. F. MUELLER rarissima species, quae foliis E. cycadifolium in mentem revocat, etsi statura humili et organorum genitalium indole ab illo longe remota sit. Specimina mihi transmissa inter se valde differunt; foliola enim in aliis breviora, rigidiora, in aliis multo longiora angustiora laxioraque; in novella stirpe apud VAN HOUTTE culta foliola pauca, distantia, basi parce pilosula.

Truncus subterraneus turgidus, vel spithamae altitudine epigaeus, dense cinereo-lanatus.

Folia 2—3-pedalia, vernatione et serius etiam subspiraliter torta, novella pilosa. *Petiolus* basi dense pallide

ochrascenti-lanatus, validus, subsemicylindrico-compressus, antica facie lata vix concavatus, dorso subtrigono-convexus; rhachis conformis vel subconformis

Foliola utrinque lateraliter inserta, serie utraque interjecta rhacheos facie dilatata satis distante, densa, utrinque usque 80, angusto-linearia, 6—10 poll. longa, 1—1½ raro 2 lin. lata, superiora et inferiora breviora, infima brevissima, spinuloso-acuta, integerrima (plantae novellae apice paucidentula), subtus concavo-canaliculata, deorsum fere tetragono-canaliculata, ima basi subcylindrica, sed nullomodo auriculato-callosa, 5-nervia, nervis subtus prominentibus quasi sulcato-nervosa, colore in sicco caesio-glaucescentia.

Conus masc. glaber. *Squamae* ex ima basi in *pedicellum* manifesto contracta in *corpus polliniferum* cuneato-rotundatum subrhombeum dilatatae, apice *corpore sterili* in apiculum brevem spinoso-acutum erectum reflexum excurrente terminatae, 4—5 lin. longae totidemque circiter latae, *corpore pollinifero* supra concaviusculo, subtus convexo, *antheris* (locellis) sordide pallidis per aream apice bilobam dispositis.

Conus femineus semipedalis, *pedunculo* circiter quadripollicari, praeter basin attenuatam tomentosam glabro. *Squamae* pedicellato-peltatae, *pedicello* angulato demum compresso, *peltae* hemidiametro transversali breviore, *pelta* transverse dilatata, angulis lateralibus deorsum flexis semina subobtegentibus, vertice dilatato rhombeo e crista transversali acuta in brevem processulum spinosum reflexo-arrectum excurrente.

Semina ellipsoideo-subglobosa, irregulariter vario modo obtusangula, pollicaria vel paullo majora, testa carnosa rubella, hilo ovali, *putaminis* lignosi area terminali seu micropylari sulculis circiter 11 (in reliqua ejus superficie longitrorsis magisque obsoletis) notata.

Observ. Huic speciei adscripsi specimina queaedam sub nomine *E. spiralis* missa, in *Nova Anglia* et ad *Maitland* collecta, nec non *formam foliolis bifidis bipartitis*, (potius 2 basi connatis), a cl. MOORE in *Nova Austro-Cambria int.* detectam, quae lusum potius quam constantem formam exhibere videntur. Foliolorum structura, nervatio et color nullum obferunt discrimen.

§ 4. *Species incertae affinitatis.*

6. ENCEPHALARTOS MACDONELLI F. MUELL. *mss.* (Macrozamia *ej. mss. in Fragm.* II, *p.* 170). Foliola lanceolata-linearia sursum angustata acuta plana, marginibus subtus leviter laevigato-incrassatis, (haud incurvis), coriacea, utrinque concolora et dense stomatifera, subtus nervis 6 obsoletis notata, 2—8 poll. longa, 2 lin. lata, suprema multoties minora, basi latiuscula inserta, antrorsumque leviter callosa.

Nova Hollandia centralis, ad flumen *Neales* in *Macdonnell-range,* unde reportavit cel. perigrinator J. M. STUART.

Species certissima, foliorum structura facili negotio cognoscenda, sed conis incognitis affinitas obscura.

AANTEEKENING OP DE VERHANDELING

OVER DE

HOOFDASSEN VAN LIGCHAMEN,

VOORKOMENDE IN DEEL XIV (BLADZ. 149 EN VERV.)
VAN DE VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN DER KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN WETENSCHAPPEN, AFDEELING NATUURKUNDE,

DOOR

G. J. VERDAM.

Aan de vereerende belangstelling van den Heer LOBATTO in mijne beschouwingen over hoofdassen van ligchamen, ben ik eene aanmerking verschuldigd, van welke de juistheid buiten twijfel is. Daar zij eene misstelling betreft, acht ik het niet ongepast de verbetering te geven; — eenige opmerkingen, aangaande enkele punten, in opgenoemde Verhandeling of Bijdrage ontwikkeld, vermeld of aangeduid, mogen daarbij eene plaats vinden, gelijk mede de aanwijzing van later nog ontdekte feilen.

Op bladz. 184 van Deel XIV voornoemd *) is de zamengestelde derdemagtsvergelijking gegeven, door welke

*) Van de Verhandeling of Bijdrage zijn overdrukken genomen, en van deze zijn de bladzijden genommerd 1—121. Bls. 184 van Deel

men eene regtstreeksche oplossing zou hebben van het Voorstel, ter bepaling van de rigtingen der hoofdassen voor een gegeven punt van een stoffelijk ligchaam, of voor een punt dat, ten opzigte van een stoffelijk ligchaam, eene bepaalde en gegevene plaats heeft, en met het ligchaam als verbonden wordt beschouwd. Deze vergelijking is verkregen door het elimineren van b uit het paar vergelijkingen op bladz. 183 (35) gesteld. En deze twee zijn, tot meer beknopte voorstelling, genomen in plaats van de beide, die op bladz. 182 (34) voorgaan, zoodat de coëfficienten α, β, γ, enz. geene symbolen van willekeurige getalwaarden zijn, maar van die bepaalde uitdrukkingen, welke zijn de coëfficienten der beide vergelijkingen op blz. 182 (34). Dit is dan ook, gelijk moest, bij het elimineren onder het oog gehouden. De teekens der termen van de vergelijkingen op blz. 183 (35) zijn dezelfde als die der beide onmiddellijk voorgaande vergelijkingen op blz. 182 (34). Zij zijn zoo verkregen, èn door de algemeene berekeningen, èn ten gevolge van de vormen, aan de uitdrukkingen der coëfficienten gegeven. Maar zonder deze vormen te veranderen, kunnen sommige van die teekens andere zijn, zoo als ligtelijk uit de inzage der pas bedoelde uitdrukkingen blijkt, indien men in aanmerking neemt, dat de integralen F, G, H niet onveranderlijk een zelfde teeken, en dus ook niet altijd gelijke teekens zullen hebben. Het schijnt nu dat ik deze omstandigheid bij het eerste gedeelte der eliminatie heb voorbijgezien, en van daar dan de onjuiste stelling op blz. 183 (35), regel 10—7 van onder, namelijk: „Het bij„zondere der teekens, en voornamelijk het verschil in teeken

XIV der *Verslagen en Mededeelingen* is bladz. 36 in de overdrukken of afzonderlijke exemplaren. Bij aanhaling van bladzijden zullen èn van die in Deel XIV, èn van die der overdrukken, de nommers vermeld worden, maar de laatste, tusschen haakjes, na de eerste.

„der twee laatste termen, geeft eene vergelijking van twee „graden lager.”

Die twee laatste termen zijn $(-\varepsilon a+\zeta b)$ en $(-\varepsilon' a+\zeta' b)$. Bij de bewerking der eliminatie komt terstond deze tweeledige uitdrukking $(\varepsilon\zeta'-\varepsilon'\zeta)$, dat is $(FG.FG-F^2G^2)$. Zij is derhalve *nul*. Hierdoor wordt de geheele uitdrukking, die de uitkomst is van het eerste gedeelte der bewerking van het elimineren, deelbaar door a, en dit maakt dat de eind-uitdrukking, die, bij volstrekt willekeurige waarden der coëfficienten $\alpha, \beta \ldots\ldots \varepsilon', \zeta'$, van de *negende* magt zou moeten zijn, van den *achtsten* graad wordt. Maar dit heeft ook plaats, welke de teekens van die twee laatste termen, gelijk ook van de overige, zouden mogen wezen, dewijl altijd $FG.FG = + F^2.G^2$, en daarom altijd $(\varepsilon\zeta'-\varepsilon'\zeta)=0$ is, welk ook het teeken zij dat aan F en aan G toekomt. Het verder afdalen van de 8^e tot de 6^e magt, is alleenlijk een gevolg der bijzondere wijze van zijn of zamengesteld zijn der uitdrukkingen, die door α, β enz. worden voorgesteld of zijn vervangen geworden; want deze uitdrukkingen voor α, β, $\gamma\ldots$ substituerende in de verkregene uitdrukking van de 8^e magt, verdwijnt hare laatste van a onafhankelijke term, en de uitdrukking, die overblijft, zal dan door a^2 kunnen worden gedeeld.

De opmerkingen op blz. 183 (35), aangaande den graad der eindvergelijking, maar inzonderheid aangaande den invloed der teekens van de te behandelen twee vergelijkingen, hadden ganschelijk achterwege kunnen blijven. Het doel der uitwijding was slechts toelichting van hetgeen, bij uitvoering der bewerking van het elimineren, zou blijken. Een bewijs toch, dat de eindvergelijking moet zijn van de zesde magt en van den derdemagtsvorm, zou met deze toelichting niet gegeven zijn. Maar ook lag het geven van bewijs hiervan niet in de bedoeling; er is geen bewijs noodig; men weet, uit den aard der zaak, die hier be-

schouwd wordt, of waartoe hetgeen men verrigt betrekking heeft, wat er zal moeten komen. Wilde men nogtans een bewijs, het zou, naar aanleiding van de aanmerking, door den Heer LOBATTO aan mij medegedeeld, dit zeer eenvoudige kunnen zijn. Van voren weet men, dat a en b elke niet meer dan drie van elkander verschillende waarden kunnen hebben. Bovendien wordt aan de beide te behandelen vergelijkingen, blz. 182 of 183 (34 of 35), ook voldaan, als men a en b tegelijk in $-a$ en $-b$ verandert. Daaruit volgt dan, dat de eindvergelijking van een *even* graad, derhalve hier van de 6e magt, zal moeten zijn, maar tevens noodzakelijk van den derdemagtsvorm.

Het lag niet in het plan der behandeling van het onderwerp der Bijdrage, om een bewijs te geven van het bestaan van drie hoofdassen voor elk punt van een ligchaam, of voor eenig punt, tot een ligchaam behoorende of betrekking hebbende. Zoo ook behoefde niet gewaagd te worden van het meerendeel bewijzen, voor dat bestaan door onderscheidene voorname wiskundigen gegeven. Slechts van enkele werd dit gedaan, voor zooveel betrof de verschillende wijzen, waarop de vergelijkingen kunnen worden verkregen, om het voorstel, ter bepaling der rigtingen van hoofdassen, op te lossen. Het was mij daarbij ontgaan, dat de Heer LOBATTO mede een bewijs voor genoemd bestaan had gegeven in het *Eerste Deel* (blz. 166) van het *Tijdschrift voor de Wis- en Natuurkundige Wetenschappen*, uitgegeven door de Eerste Klasse van het voormalig Koninklijk Nederlandsch Instituut van Wetenschappen, Letterkunde en Schoone Kunsten (Deel I verschenen in 1848).

In een Naschrift maakt de Heer LOBATTO melding van een kort bewijs van CLAUSEN, voorkomende in Deel V van het *Journal für die reine und angewandte Mathematik* van

CRELLE. Ten gevolge van eene opmerking uit dit bewijs van CLAUSEN, kan ik thans aanvullen, hetgeen in mijne Bijdrage, blz. 177 (29), regel 6 tot 1 van onder, is uitgedrukt. Het gelijk zijn van de verhoudingen

$$\frac{1}{a}\int xx'\partial m\,,\ \frac{1}{b}\int yx'\partial m\,,\ \frac{1}{c}\int zx'\partial m,$$

(en eveneens dat der twee andere drietallen, op blz. 177 (29) gevonden wordende) kan namelijk uit zeer eenvoudige gronden blijken. Men heeft toch (zie b. v. blz. 171 (23)), als x', y', z' zijn de coördinaten van een punt der massa met betrekking tot de hoofdassen, gaande door een gegeven punt, dat als oorsprong van coördinaten is aangenomen, — en dat dan ook het snijpunt is van drie andere regthoekig gerigte assen van coördinaten x, y, z, —

$$x = ax' + a'y' + a''z',$$
$$y = bx' + b'y' + b''z',$$
$$z = cx' + c'y' + c''z'.$$

Derhalve

$$\frac{1}{a}\int xx'\partial m = \int (x')^2\partial m + \frac{a'}{a}\int y'x'\partial m + \frac{a''}{a}\int z'x'\partial m;$$

dat is, uithoofde van $\int y'x'\partial m = 0$ en $\int z'x'\partial m = 0$,

$$\frac{1}{a}\int xx'\partial m = \int (x')^2\partial m.$$

Eveneens komen

$$\frac{1}{b}\int yx'\partial m = \int (x')^2\partial m \text{ en } \frac{1}{c}\int zx'\partial m = \int (x')^2\partial m,$$

waaruit dan de gelijkheid der boven uitgedrukte verhoudingen volgt.

Om nu, uit de vergelijkingen (19), blz. 178 (25), tot

de drieledige vergelijking (16), blz. 169 (21), te komen, merke men op, dat uit

$$x' = ax + by + cz$$

(zie blz. 177 (29), regel 6 van boven) zal volgen:

$$\frac{1}{a}\int xx'\partial m = \int x^2\,\partial m + \frac{b}{a}\int xy\partial m + \frac{c}{a}\int xz\partial m = \int x^2\partial m + \frac{Gc + Hb}{a};$$

$$\frac{1}{b}\int yx'\partial m = \int y^2\,\partial m + \frac{Fc + Ha}{b};\ \frac{1}{c}\int zx'\partial m = \int z^2\,\partial m + \frac{Fb + Ga}{c}.$$

Van deze drie vergelijkingen zijn nu de eerste leden, ingevolge het boven bewezene, gelijk; weshalve uit de gelijkheid der tweede leden wordt afgeleid:

$$\frac{Fc + Ha}{b} = \frac{Gc + Hb}{a} + \int x^2\,\partial m - \int y^2\,\partial m,$$

$$\frac{Fb + Ga}{c} = \frac{Gc + Hb}{a} + \int x^2\,\partial m - \int z^2\,\partial m.$$

Deze substituerende in de eerste vergelijking (19), dat is in

$$A_1 = \left(A - \frac{Gc + Hb}{a}\right)a^2 + \left(B - \frac{Fc + Ha}{b}\right)b^2 + \left(C - \frac{Fb + Ga}{c}\right)c^2,$$

daarbij voor B en C stellende $\int x^2\,\partial m + \int z^2\,\partial m$ en $\int x^2\,\partial m + \int y^2\,\partial m$, komt

$$A_1 = \left(A - \frac{Gc + Hb}{a}\right)a^2 + \left(\int (y^2 + z^2)\partial m - \frac{Gc + Hb}{a}\right)b^2 +$$
$$+ \left(\int (y^2 + z^2)\,\partial m - \frac{Gc + Hb}{a}\right)c^2;$$

en dewijl $\int (y^2 + z^2)\,\partial m = A$ is, zal dan

$$A_1 = \left(A - \frac{Gc + Hb}{a}\right)(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{Aa - Gc - Hb}{a}$$

zijn. Eveneens zal verkregen worden, door te substitueren

$$\frac{Gc + Hb}{a} = \frac{Fc + Ha}{b} + \int y^2 \partial m - \int x^2 \partial m,$$

$$\frac{Fb + Ga}{c} = \frac{Fc + Ha}{b} + \int y^2 \partial m - \int z^2 \partial m,$$

$$A_1 = \frac{Bb - Fc - Ha}{b},$$

en op gelijkvormige wijze

$$A_1 = \frac{Cc - Fb - Ga}{c}.$$

Hieruit dan de drieledige vergelijking (16), en zoo ook de beide andere uit de tweede en derde vergelijking (19).

De vergelijkingen (16) worden derhalve gemakkelijk afgeleid uit de vergelijkingen (19), zonder gebruik te maken van de vergelijkingen (18), indien eerst bewezen is

$$\int x^2 \partial m + \frac{Gc+Hb}{a} = \int y^2 \partial m + \frac{Fc+Ha}{b} = \int z^2 \partial m + \frac{Fb+Ga}{c}.$$

Maar nog gemakkelijker heeft men de vergelijkingen (16) uit deze laatste drieledige vergelijking zelve, dat is zonder op de vergelijking (19) te letten. Want zij

$$\int (x^2 + y^2 + z^2) \partial m = P,$$

dan is

$$\int x^2 \partial m = P - \int (y^2 + z^2) \partial m = P - A,$$

$$\int y^2 \partial m = P - \int (x^2 + z^2) \partial m = P - B,$$

$$\int z^2 \partial m = P - \int (x^2 + y^2) \partial m = P - C.$$

De substitutie hiervan in de voorgaande drieledige vergelijking, doet haar overgaan in deze:

$$P-\frac{Aa-Gc-Hb}{a}=P-\frac{Bb-Fc-Ha}{b}=P-\frac{Cc-Fb-Ga}{c},$$

waaruit dan volgt

$$\frac{Aa-Gc-Hb}{a}=\frac{Bb-Fc-Ha}{b}=\frac{Cc-Fb-Ga}{c}.$$

Nader lettende op alle de betrekkingen, verkregen op blz. 177 en 178 (29 en 30), ontdekte ik in de laatste (blz. 178 (30), regel 5 van onder) een wezenlijken misslag. Aldaar staat:

$$\text{niet} = 0,\ \text{maar} = 1,$$

hetgeen zijn moet:

$$\text{niet} = 0,\ \text{maar} = \frac{1}{a''}\int xz'\partial m = \frac{1}{b''}\int yz'\partial m = \frac{1}{c''}\int zz'\partial m.$$

Om de zeer eenvoudige uitkomst, op blz. 239 (91) door de vergelijking (52) uitgedrukt, te verkrijgen, moest eene berekening worden gemaakt, die lang of wijdloopig is. Zij begint op blz. 235 (87), en in weerwil dat slechts het voornaamste der uitvoering is terug gegeven, vult zij *vier* bladzijden. Naar de voorgestelde of gevolgde wijze, door middel van transformatie der coördinaten, kon zij niet korter wezen. Vooraf verwachtte ik een zoo langen weg niet, maar deze eenmaal ingeslagen zijnde, wilde ik er niet van afgaan, en later vond ik geene overwegende reden een korteren te zoeken. Het lag niet in mijn plan om telkens van al het bijzondere de verschillende wijzen van onderzoek

of van vinden te ontvouwen, terwijl ook de uitgebreidheid der Bijdrage binnen gepaste grenzen moest blijven. Op die lange berekening, ter verkrijging eener zoo eenvoudige uitkomst, is de bijzondere aandacht van den Heer LOBATTO gevallen. Hij wenschte eene kortere, maar dan moest zij ook een ander punt van uitgang hebben, dat is in wijze van de gegevene ganschelijk verschillen. Uit de beteekenis van het product $\xi \,.\, \eta$, in de formule (52), werd zij gevonden, en de welwillend aan mij medegedeelde kortere afleiding laat ik hier volgen.

De vergelijking 32 is op blz. 236 (88) gesteld onder den vorm

$$\{(b^2-a^2)pq+ab(p^2-q^2)+ab(\mathrm{B}'-\mathrm{A}')\}\{(\mathrm{C}'-\mathrm{B}')bp-(\mathrm{C}'-\mathrm{A}')aq\}$$
$$-ab(\mathrm{B}'-\mathrm{A}')(bp-aq)r^2=0.$$

Substitueer hierin

$$(\mathrm{C}'-\mathrm{B}')\,bp-(\mathrm{C}'-\mathrm{A}')\,aq=-\frac{ab}{c}(\mathrm{B}'-\mathrm{A}')\,r$$

(verkregen uit de vergelijking (50)), dan komt, na deeling door $ab\,(\mathrm{B}'-\mathrm{A}')\,r$,

$$(b^2-a^2)pq+ab(p^2-q^2)+ab(\mathrm{B}'-\mathrm{A}')+c(bp-aq)\,r=0,$$

dat is

$$(bp-aq)\,(ap+bq)+ab\,(\mathrm{B}'-\mathrm{A}')+cr\,(bp-aq)=0,$$

of

$$(ap+bq+cr)\,(aq-bp)=ab\,(\mathrm{B}'-\mathrm{A}').$$

Wordt, uit eenig punt P der doorsnede van het vlak V met het oppervlak G, eene loodlijn PS gedacht op de in V gelegene lijn k, — wordt eveneens gedacht de lijn OP van het zwaartepunt O naar het punt P, — dan ziet men ligtelijk in, dat $(ap+bq+cr)$ zal zijn de uitdrukking van de grootte der projectie OS van OP op de lijn k (zie dit ook opgemerkt blz. 188 (40)).

De coördinaten van het punt P zijn OR $= p$, RQ $= q$, PQ $= r$. Die van S zullen zijn, OU $=$ OS $. a$, UT $=$ OS $. b$, ST $=$ OS $. c$. Van deze drie laatste behoeft men slechts de beide eerste te kennen, van welke de uitdrukkingen zullen zijn

$$(ap + bq + cr)\,a \text{ en } (ap + bq + cr)\,b.$$

De inhoud van den driehoek OQT is

$$= \tfrac{1}{2}\,(\mathrm{OU}\,.\,q - \mathrm{UT}\,.\,p) = \tfrac{1}{2}\,(aq - bp)\,(ap + bq + cr),$$

dat is, volgens de boven verkregene vergelijking,

$$\text{Inh. OQT} = \tfrac{1}{2}\,ab\,(\mathrm{B}' - \mathrm{A}').$$

Maar de driehoek OQT is de projectie van den regthoekigen driehoek OPS; daarom OQT $=$ OPS. $\cos.\theta$, en

$$2\,\mathrm{OPS}\,.\cos.\theta = ab\,(\mathrm{B}' - \mathrm{A}').$$

Is nu OS $= \xi$ en SP $= \eta$, dan is 2 OPS $= \xi\,.\,\eta$; weshalve

$$\xi\,.\,\eta = \frac{ab\,(\mathrm{B}' - \mathrm{A}')}{\cos.\,\theta},$$

dat is, naar hetgeen op blz. 234 (86) is gevonden,

$$\xi\,.\,\eta = \mathrm{S}.$$

Men heeft mij de opmerking gemaakt, dat de stelling 4, blz. 268 en 269 (120 en 121), met welke de Bijdrage wordt besloten, te weinig is ontwikkeld, zoodat het gereede begrip van hare waarheid te wenschen overig laat.

Moest zij zijn voorgedragen als stelling in een leerboek, dan zou er inderdaad veel te weinig zijn verklaard. Zoodanige was hier de strekking niet. Hetgeen wel had mogen zijn uitgedrukt, — en hetgeen derhalve als ongenoegzaam kan worden aangemerkt, — is, dat de twee bollen d_1 en

d_2 moeten gedacht worden hunne middelpunten te hebben in het zwaartepunt der massa m.

De rigtingen der assen, evenwijdig aan de centrale hoofdas van het kleinste traagheidsmoment, en voor of ten opzigte van welke de traagheidsmomenten alle zullen zijn even groot $= mk^2$, zullen niet onderscheiden zijn van de rigtingen der beschrijvende lijnen van een regt cirkelvormig cylindervlak, hebbende d_1 tot straal van regthoekige doorsnede. Eveneens zijn de assen van even groote traagheidsmomenten mk^2, evenwijdig aan de centrale hoofdas van het grootste traagheidsmoment mC', gerigt volgens de beschrijvende lijnen van een regt cirkelvormig cylindervlak, welks regthoekige cirkelvormige doorsnede een radius heeft $= d_2$. Denkt men nu, door het zwaartepunt, lijnen in alle mogelijke rigtingen, — die der centrale hoofdassen uitzonderende, — dan zullen de momenten van traagheid, ten opzigte van deze lijnen, grooter zijn dan het kleinste en kleiner dan het grootste der centrale hoofdmomenten. Gevolgelijk zullen de assen van even groote traagheidsmomenten mk^2, aan elke van deze lijnen evenwijdig gerigt, uitmaken de beschrijvende lijnen van even zoo vele regte cirkelvormige cylindervlakken, welker stralen zullen zijn grooter dan d_2 en kleiner dan d_1. In plaats nu van dit oneindig aantal cylindervlakken is het eenvoudiger zich voor te stellen de twee concentrische bollen d_1 en d_2, van welke de twee bovengenoemde cylindervlakken, die d_1 en d_2 tot stralen hebben, rakende cylindervlakken zullen zijn. Deze bollen zullen door geene der beschrijvende lijnen der overige oneindig vele cylindervlakken geraakt worden Hare rigtingen hebben tot het zwaartepunt der massa afstanden, die grooter zijn dan de straal d_2 van den kleinsten bol, en kleiner dan de radius d_1 van den grootsten bol. Men kan derhalve zeggen. dat zij tusschen de beide bollen doorgaan. Zelfs is dit toepasselijk op de assen, die evenwijdig

aan de centrale hoofdas van het grootste traagheidsmoment zijn gerigt, en die den kleinsten bol aanraken. Derhalve geldt het, zoo als op blz. 269 (121) staat uitgedrukt, voor *alle* assen van even groote traagheidsmomenten mk^2, mits uitzonderende die, welker rigtingen den grootsten bol d_1 aanraken, want van deze is klaarblijkelijk geen enkel punt in de ruimte tusschen de beide bollen.

In de laatste plaats volgt hier de aanwijzing van eenige nog ontdekte feilen, bij het nalezen der afgedrukte bladen der Bijdrage niet opgemerkt, en dus ook niet vermeld onder de verbeteringen op blz. VIII van Deel XIV der *Verslagen en Mededeelingen.*

Blz.			reg.				*staat:*		*lees:*	
Blz.	156	(8),	reg.	18	v.	b.	*staat:*	dezen vlakken	*lees:*	deze vlakken
"	171	(23),	"	9	"	"	"	$F(b'c+b'c)$	"	$F(b'c+bc')$
"	195	(47),	"	5	"	o.	"	s moeten	"	s moet
"	202	(54),	"	18	"	"	"	zijne	"	zijde
"	235	(87),	"	8	"	b.	"	$z=$	"	$r=$
"	261	(113),	"	12	"	o.	"	$B_1 C'_1$	"	$B'_1 C'_1$
"	"	"	"	11	"	"	"	$(B'_1-A'_1)(C'_1-A'_1)=0,$ *lees:* $(B'_1-A'_1)(C'_1-A'_1)x^2=0.$		
"	"	"	"	8	"	"	"	$(B'_1-A'_1)(C'_1-B'_1)=0,$ *lees:* $(B'_1-A'_1)(C'_1-B'_1)y^2=0,$		
"	"	"	"	5	"	"	"	$(C'_1-A'_1)(C'_1-B'_1)=0.$ *lees:* $(C'_1-A'_1)(C'_1-B'_1)z^2=0.$		
"	"	"	"	2	"	"	"	$C'_1 z$	*lees:*	$C'_1 z^2$

Leiden, Februarij 1863.

OVER

ELECTRISCHE ONTLADING

IN HET LUCHTLEDIGE.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

II.

TER VERKLARING DER STRATIFICATIE VAN HET LICHT.

Sints verscheidene jaren heb ik mij bezig gehouden met het onderzoek der electrische ontlading in het zoogenaamde luchtledige; telkens heb ik dit onderwerp laten varen, in den waan van er voor geruimen tijd afscheid van te nemen; nu eens werd ik echter door onderzoekingen van anderen aangemoedigd om er weêr op terug te komen, dan weder was het de eene of andere wijziging eener proef, die mij tot verder onderzoek noopte. In Februarij 1860, heb ik voor de laatste maal en wel onder bovenstaanden meer gewijzigden en meer passenden titel, een stukje over dit onderwerp voor de *Verslagen en Mededeelingen* in deze Akademie aangeboden. De verklaring van het wezen en de wording der lagen in de pluim was toen ten slotte het raadsel, dat ik zocht op te lossen; maar genoemd laatste stukje toonde reeds in een paar eenvoudige proeven, dat ik vóór alles naar eene of andere wijziging van het verschijnsel zocht en eene juiste kennis trachtte te erlangen van de voortleiding, waarbij die stratificatie tot stand komt. Vroeger had ik mij aan eene verklaring van het wezen dier lagen, zonder evenwel over de oorzaak harer wording te

beslissen, gewaagd *). Maar noch die, noch de meer volledige verklaring van den heer RIESS, die ook eene wijze van wording omvat, maar waarmede de mijne voor zoo ver het wezen der lagen betreft zeer overeenkomt, noch die van den heer GROVE, of van de heeren GASSIOT, QUET en SEGUIN †) en REITLINGER §) konden mij bevredigen, vooral niet wat betreft de wijze van wording. En inderdaad schijnt ook geen natuurkundige een van allen als boven allen twijfel verheven te hebben aangezien.

In dat laatste stukje heb ik mij door een paar proeven rekenschap trachten te geven van den electrischen toestand, waarin het lichtende gas verkeert; en ik geloof met eenig regt daaruit te mogen opmaken, dat elk gasdeeltje daarbij zich in eene soort van polair geladenen toestand bevindt, geheel onderscheiden van dien van deeltjes, welke alleen met een der beide electriciteiten geladen zijn.

Het is alsof de stroom bestond in de voortleiding van een polairen toestand, zoo als ook FARADAY vooronderstelt, en alsof die polaire toestand in de slecht geleidende gasdeeltjes gedurende eenigen tijd blijft voortbestaan, terwijl hij in beter geleidende dampdeeltjes spoediger verdwijnt en van het eene op het andere overgaat; door het isolerende gas gaat hij dan met lichtende verschijnselen over en door geleidenden damp gaat hij zonder lichtopwekking voort. Wil men al voor de voortleiding van den stroom door een goeden geleider, als een metalen draad, eene vloeistof of een geleidenden damp, niet toelaten, dat die wijze van voorstelling juist de ware is — ik zal haar niet gaan verdedigen; maar, de voortleiding door slechte

---

*) *Electrisch Spectrum* VII.

†) *Annales de Chimie*, LXV, p. 317.

§) *Berichte der kaiserlichen Academie der Wissenschaften.* Wien. XLIII, S. 15, of *Annales de Chimie*, LXVII, p. 114.

geleiders en isolatoren bepaald voor den geest roepende, dan zijn er velerlei verschijnselen, die naar zulk eene wijze van voortplanting henenwijzen, als b. v. de voortleiding der electriciteit door half-geleiders in de proeven van GAUGAIN *), de verschijnselen van inductie in het algemeen en die van de statische electriciteit in het bijzonder, het indringen der lading in den isolator b. v. glas enz.

Maar nog algemeener wil ik liever het verschijnsel voorstellen. Ik denk den stroom voortgeleid door een mengsel van isolerend gas en geleidenden damp, hetwelk de eerste voorwaarde voor laagvorming wel degelijk schijnt te zijn, dan worden alle deeltjes voor een oogenblik tot gedeelten van den weg waarlangs de stroom vloeit — zij worden allen als zoo vele *stroom-elementen* — en die stroom gaat door den damp veel ligter voort dan door het gas, of wel, houdt in het gas veel langer aan dan in den damp. Zoodoende blijf ik geheel buiten eene beschouwing omtrent het eigenlijk wezen van den stroom en toch laat zich het verschil tusschen voortleiding door eene isolerende en door eéne geleidende middenstof voldoende begrijpen. Alle deeltjes van het mengsel, zoowel isolerende als geleidende, vormen voor een oogenblik als zoo vele schakels van den keten, die tusschen de beide metalen geleiders wordt uitgespannen, schakels echter, die daarbij hunne eigene bewegelijkheid niet behoeven te verliezen. In gassoorten moet nu die toestand der deeltjes een zekeren duur bezitten, veel langer dan in dampen, en daarbij veel moeijelijker worden voortgeleid; daardoor schijnt vooral het lichten te ontstaan; onderscheidene proeven met luchtledige buizen, b. v. het zoogenaamde nalichten, kunnen hieruit gemakkelijk worden verklaard.

Waterdamp geleidt stellig de ontlading zonder te lichten en zeker veel beter dan een gas; daaruit verklaart zich de

*) *Annales de Chimie*, LIX, LX, LXIII en LXIV.

aanmerkelijke afneming van het licht wanneer een weinig waterdamp in overmaat in de buis aanwezig is. Om dezelfde reden schijnt dit ook het geval te zijn met terpentijndamp enz.

Dat nu de stroom het vermogen bezit om de geleidende dampdeeltjes als uit de isolerende gasmassa op te zoeken en tot zich te trekken zal niemand verwonderen. Men neme maar waar, hoe de gewone electriciteit als vonk tusschen twee metalen bollen in terpentijn overgaande alle kleine stofjes en draadjes, die in de vloeistof zweven en zeker beter geleiden dan de terpentijn, als tot een draad tusschen de beide bollen uitspint, zoo zelfs dat de vonk niet meer wil overgaan, zoo lang men dien draad niet met geweld heeft verbroken en daardoor dien geleidenden overgang heeft opgeheven. Evenzoo zal ook de stroom in de luchtledige buis eene sortering bewerken en eene keuze kunnen doen tusschen de geleidende en niet geleidende deeltjes, tusschen de geleidende met hunnen snellen en de niet geleidende met hunnen meer vertraagden overgang. Tot dus ver heb ik niet meer gedaan dan eenige feiten geresumeerd. De proeven, waarop ik mij beroep, zijn zoo eenvoudig, dat ze door velen gemakkelijk zijn te herhalen, en dat ze wel reeds dikwijls, zonder bepaald resultaat te zoeken, zijn in het werk gesteld.

2. Eigenlijk dacht ik al zeer weinig om die stratificatie van het licht en had ik alle bespiegelingen omtrent hare eigenlijke oorzaak, ten einde tot eene bruikbare en afgewerkte verklaring te geraken, reeds lang laten varen, toen ik door een geheel anderen gang mijner gedachten daarheen terug geleid werd. De Hollandsche Maatschappij van Wetenschappen te Haarlem heeft voor eenigen tijd twee prijsvragen uitgeschreven, die betrekking hebben op het wezen dier stratificatie; maar de eene is reeds ingetrokken, en de termijn ter inzending voor de andere is reeds verstreken; anders had ik mogelijk haar een antwoord doen toekomen en mijne verklaring in

een anderen vorm ingekleed. Nu echter wil ik mij eenvoudig bepalen tot eene voorstelling van de overeenkomst van het verschijnsel met een ander, dat daarmede gelijkvormig is, in verband met de beschouwingen die ik zoo even deed voorafgaan.

Van dezen winter hield ik mij bezig met een onderzoek van het magnetismus. Men kent de oude proef: ijzervijlsel wordt gestrooid op een uitgespannen vel papier, waaronder een magneet ligt, en met eenig tikken rangschikken zich de ijzerdeeltjes op het papier tot meer of min afgewerkte kromme lijnen *) — de magnetische krommen. Men denke zich de gebogen oppervlakken rondom den magneet en zijne polen, over welke de aantrekking op alle punten constant of gelijk is, de evenwigtsoppervlakken (surfaces de niveau), dan zullen die kromme lijnen op het papier overal normaal op die evenwigtsoppervlakken moeten staan.

Even als de magneet bezit ook een metalen draad, door welken een galvanische stroom gaat, magnetische eigenschappen en kan daarom ijzervijlsel aantrekken; de evenwigtsoppervlakken rondom dien draad zijn cylinders, welke zijne as tot gemeenschappelijke as hebben. Welnu, ik maakte in de twee overstaande zijden van een houten raampje groeven en legde daarin een rood koperen draad van 3 millim. dik en plakte toen over het raampje een vel papier; ik voerde den stroom van 12 Grovesche elementen van gewone grootte, tot 4 grootere vereenigd, door den draad en zifte op het papier eenig zeer fijn ijzervijlsel en begon tegen het scherm te tikken om magnetische lijnen voor den dag te brengen, die hier regte lijnen moeten zijn. Spoedig vereenigde zich het ijzervijlsel tot lijnen, dwars over den draad loopende en op afstanden van wel 2 en 3 millim.

---

*) Een belangrijk werk hierover is: J. B. BERGER, *Die Systeme der magnetischen Curven ausgeführt in graphischen Darstellungen*. Leipz. 1844.

van elkander verwijderd, ongeveer als in fig. 1. Hoe langer ik tikte, wanneer het ijzervijlsel maar fijn genoeg was, des te verder rukten die lijnen uit elkander, en des te dikker werden zij ook, door de ophooping van het ijzervijlsel, tot wel één en twee millim. dik. Hoe ik juist tot die proef gekomen ben, weet ik niet meer; maar al terstond viel het mij in, dat dit verschijnsel eene groote overeenkomst had met het gestratificeerde licht en het was mij als had ik eene afbeelding voor mij van de in lagen verdeelde pluim. Ik liet toen aan een koperen schijf twee draden solderen als in fig. 2, en legde die draden in de groefjes (onder het papier) en strooide weêr ijzervijlsel op het papier. Het vijlsel toonde mij nu boven de draden weder strepen en boven de schijf cirkels, wier middelpunten op de draden nog binnen de soldeerpunten lagen. Kopervijlsel of andere geleidende poeders geven deze lijnen natuurlijk niet. Als de stroom maar sterk genoeg is, kan deze stratificatie ook nog veel versterkt worden. Bij dunner draad werden de lagen dunner en fijner, maar veel scherper geteekend. Het schijnt alsof, wanneer de draad oneindig dun was en zamenviel met de vlakte van het papier, de stratificatie geheel zou verdwijnen. Wanneer men den draad eene bogt geeft en wel onder een scherpen hoek terug leidt, ziet men de rigting der lagen, steeds loodregt op den draad blijvende, mede zich langzaam omwenden, waarbij zij zich fraai en zeer geregeld draaijen.

3. En nu de toepassing van dit verschijnsel ter verklaring van de stratificatie van het licht. PLÜCKER *) heeft eene gelukkige directe toepassing gemaakt van de bekende magnetische krommen op den vorm der lijnen en vlakken, waaronder het verstrooide negatieve licht in eene luchtledige buis zich stelt, wanneer die buis gelegd wordt op een

*) POGGENDORFF's *Annalen*, CIV, p. 622.

magneet. Zoo ver mag ik niet gaan. De moeijelijkheid toch was gemakkelijk opgelost en de overgang wel geleidelijk inderdaad daargesteld, wanneer ik stoutweg zeide, dat de zoo sterk magnetische zuurstof (volgens FARADAY niet eens viermaal zwakker dan ijzer) en zoo ook alle zuurstof houdende gassoorten zich even als ijzervijlsel in lagen verdeelden ten aanzien van den overgevoerden stroom. Ik had dan echter te veel bewezen en derhalve niets; want mij restte te bewijzen, dat overal waar lagen gevormd worden zuurstof of zuurstofhoudende gassoorten in de buis aanwezig zijn en dat juist die en geene andere de lichtgevende stoffen vormen. Maar daarenboven had ik ook het zwaartepunt van het verschijnsel op eene verkeerde plaats gelegd, daar het, zoo als later blijken zal, eerder de donkere niet lichtende dan wel juist de lichtende stoffen zijn, die wij als proprio motu gestratifiëerd moeten aanmerken. — In het algemeen komt mijne verklaring hierop neder: de verdeeling in lagen van het ijzervijlsel boven den uitgespannen geleider en de lagen in het electrische licht zijn overeenkomstige verschijnselen. Beiden zijn het gevolg van eene laterale of transversale aantrekking van den stroom; *zoowel de magnetische aantrekking als de aantrekking die aan de lagen van het licht ten grondslag ligt, worden sterker voortgeplant door een eerst, tweede en volgende tusschengeplaatste deeltjes, dan wanneer zij eenvoudig door de ledige ruimte werken. Gelijk een eerste ijzerdeeltje, dat boven den draad zijne plaats gaat innemen, een tweede, derde en zoo alle volgenden aan zich bindt en eene laag of streep vormt, zoo is ook een eerste van nature voor aantrekking meer geschikt deeltje in onze buis, dat zich eene vaste plaats naast of op den hoofdweg van den stroom ziet aangewezen, het punt van uitgang, dat in eene laterale rigting eene menigte andere gelijksoortige met zich vereenigt en tot meer of min zuiver afgewerkte lagen te zamen brengt.*

De voortleiding van het magnetisme van deeltje tot deel-

tje rangschikt het ijzervijlsel in lijnen normaal op de evenwigtsoppervlakken, ook dan wanneer de stroom zich over eene vlakte gaat uitbreiden. Zoo ook rangschikt in de pluim die laterale aantrekking de deeltjes, waarvan hier sprake is, in vlakken zoowel platte als bol-oppervlakten, die steeds loodregt staan op de evenwigtsoppervlakken van het magnetismus. En welke, vraagt men nu, zal die aantrekkingskracht zijn, die hier op de deeltjes van het vacuum inwerkt? Eenvoudig de onderlinge aantrekking van evenwijdige stroomelementen, die, bij hunne gemakkelijke beweeglijkheid, zich in twee soorten, de meer en minder goed geleidende, of wil men de sterker en zwakker stroom voerende, verdeelen; waarbij die welke den sterksten stroom voeren, elkander ook het sterkste aantrekken — even als magnetische deeltjes b. v. die tusschen kopervijlsel gemengd zijn — en zich in lagen dwars door of over den stroom vereenigen, zooals zulks de ijzerdeeltjes zouden doen uit soortgelijk mengsel van ijzer- en kopervijlsel. Hoe ver zich zulk eene aantrekking kan uitstrekken, heb ik willen ophelderen door de proef met de vonk in terpentijn, die ik boven vermeldde; de fijnste stofjes, die geleiden konden, waren spoedig op den hoofdweg vereenigd. Verder echter was die proef hier niet van toepassing. Bij de groote bewegelijkheid, die men gas- en dampdeelen moet toekennen; bij de bepaalde strooming in het gas verder, die men wel op den weg der ontlading in vacuo moet aannemen, waarop ik straks terugkom, kan het optreden van lagen, bij eene enkele doorgevoerde inductie-pluim wel geen bezwaar tegen mijne verklaring opleveren, en dat wel te minder, omdat het bekend is, dat zulk soort van geleiding toch langzaam genoeg is om electrolyse voort te brengen. Het tikken tegen het scherm wordt voor deze laagswijze verdeeling van het licht ruim opgewogen door de groote beweeglijkheid van het gas en de strooming welke bij de ontlading zelve daarin wordt teweeg gebragt.

4. Alle proeven schijnen zich goed met mijne verklaring te laten overeenbrengen. De versterking van het licht der lagen in naauwe buizen digt tegen de wanden, die men dikwijls kan opmerken, pleit voor haar, vooral dan wanneer men aanneemt, dat niet het lichtende maar wel het donkere gedeelte van het mengsel datgene vormt wat sterker aangetrokken wordt en in lagen wordt opgehoopt; evenzoo is het gelegen met het ringvormig voorkomen der lagen, dat ik in buizen ter wijdte van omtrent een centimeter meermalen meen te hebben bespeurd; zoo ook met de onbeweeglijkheid der lagen bij de opvolgende ontladingen. Als ik in een volgend stukje den invloed van de wanden der buis, op de ligging der lagen nader zal hebben aangetoond, hoop ik daarin het hier aangevoerde beter in het licht te laten komen. De proeven in art. 1 van mijn laatste stukje wensch ik hier nogmaals onder de aandacht gebragt, om ze als argumenten voor mijne verklaring aan te voeren. De proeven in art. 2 aldaar toonen, voor het negatieve licht althans, aan, dat er aan geene afstootende werking tusschen de lichtende deeltjes kan worden gedacht en er dus geen toestand als die van lading met eene der beide electriciteiten kan worden aangenomen. De proeven in art. 3 stemmen ook zeer goed met mijne verklaring overeen en versterken mijne argumenten. Het is ook duidelijk, waarom zonder de aanwezigheid van dampen geene donkere lagen voor den dag komen, wanneer wij aannemen, dat juist die dampen zonder lichtverspreiding, de gassoorten daarentegen met lichtverspreiding geleiden. — De wijze van GROVE om de stratificatie voor te komen door plotselinge overvoering, waarover ik in een vroeger stukje berigtte, is zeer goed verklaarbaar; daarbij komt ook geen goed waarneembaar violet-blaauw licht aan de negatieve pool voor den dag. De overgang is te snel en te overhaastig om eene waarneembare sortering en ophooping der stoffen teweeg te brengen.

De opwekking van lagen in de ontlading eener Leidsche

flesch of in die van den conductor door invoeging van eene bevochtigde streng, zoo als ik vroeger aantoonde (waarvoor bij de ontlading van den conductor die streng wel kan gemist worden), sluit weêr volkomen met mijne verklaring.

Maar ik wil liever hier niet meer opsommen, daar onderscheidene en zelfs vele dezer verschijnselen ook met andere verklaringen te rijmen zijn.

5. Naar aanleiding van de tweede der bedoelde prijsvragen van de Maatschappij van Wetenschappen te Haarlem, wil ik nog een enkel woord hieraan toevoegen over het verband tusschen de figuren vroeger door VAN MARUM met behulp van eene sterke Leidsche batterij, door pulverisatie, oxydatie en verdamping van dunne metalen draden verkregen, en de stratificatie van het pluimlicht. Figuur 3 is eene afbeelding aldus door mij verkregen, terwijl de draad tusschen twee stukjes papier stevig geklemd was, met passement-draad (zeer dun verguld geelkoper-draad). Deze figuur komt geheel overeen met de figuren van VAN MARUM; de vlammen links en regts herinneren wel eenigzins de lagen in het licht, maar zij zijn voor mij eerder eene bijzonder goede voorstelling van het groene gas-omhulsel, dat men, bij de ontlading eener groote flesch of eener batterij tusschen geel koperen bollen, rondom de eigenlijke vonk waarneemt. In die vlammen komen echter hier en daar donkere dwarsstrepen voor, die meer de bedoelde lagen herinneren. Ik voeg hierbij echter nog eene teekening, fig. 4, van een op soortgelijke wijze stuk geslagen passement-draad, uit mijne verzameling, waarbij de gelijkenis met de lagen van het licht veel grooter is en die zeer goed den draad uit fig. 1 herinnert en zoo als er geen bij VAN MARUM voorkomt, maar omtrent welke ik niet meer weet te berigten onder welke bijzondere omstandigheid zij gevormd werd. Vooral verdient hierbij opmerking, dat de lijnvormige aanhangsels links en regts even als bij de lagen een geheel

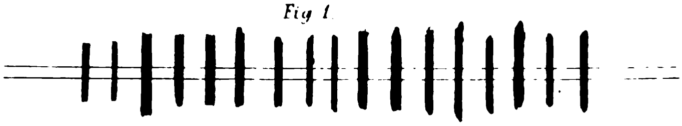
vormen en in elkanders verlengde liggen en niet in het minst ten aanzien van elkander verschoven zijn. Het is daarom zeer wel mogelijk, dat die verstoven en afgespatte deeltjes als stroomvoerende elementen moeten worden beschouwd, die door den zeer vertraagden eigenlijken stroom nog in lagen gerangschikt worden.

6. De proef met het ijzervijlsel boven den draad, die een stroom voert, kan nog haar eigen nut doen; zij geeft, dunkt mij, een eigenaardig middel aan de hand, om enkele gevallen van stroomleiding en stroomdeeling zigtbaar voor te stellen, een middel, dat misschien verfijnd en goed ingerigt wel als hulp bij het onderzoek zal kunnen worden gebezigd. Ik heb b. v. vier stukken metaal (twee van rood koper en twee van ijzer) van gelijke dikte met tin aan elkander laten solderen en aan twee overstaande punten van aanhechting rood koperen draden evenzeer met tin laten bevestigen. De cirkels, door het ijzervijlsel op het papier boven deze plaat gevormd, waren verward, en toonden duidelijk het gevolg dezer verbinding door den invloed van het verschillend geleidend vermogen. Om echter vrij te zijn van alle vreemdsoortige magnetische inwerking, liet ik een soortgelijke zamengestelde plaat maken van koper en zink; ik verkreeg de teekening eenigzins als in fig. 5, de cirkels op het koper zijn daarbij minder gekromd dan op het zink, dat is, hunne middelpunten moeten veel verder op den draad van de plaat verwijderd worden gezocht; *k* is koper en *z* is zink; de veranderde stelling der cirkels is zeer goed met het bekende verschil in geleidend vermogen overeen te brengen.

7. Ik heb nog eene proef te vermelden. Tusschen twee dunne platinadraden heb ik in vrije lucht, door ze digt bij elkander te brengen, pluimlicht laten ontstaan, en ik heb dit onder het mikroskoop, met eene ongeveer 40malige vergrooting, beschouwd. Ik wilde nagaan of ik ook stratificatie konde waarnemen; maar ik zag daaromtrent niets

merkwaardigs. Een ander verschijnsel trok echter mijne aandacht, dat namelijk de kleine gloeijende puntjes die zich van tijd tot tijd vertoonden, zeker losgerukte metaaldeeltjes, wanneer zij van de positieve pool kwamen hunnen weg in de pluim naar de negatieve vervolgden; dat daarentegen die voortgeslingerde deeltjes, wanneer zij van de negatieve pool kwamen, na eene zekere voorwaartsche beweging, met eene zijdelingsche afwijking weêr naar die negatieve pool terugkeerden. Dit pleit, naar mijne meening, voor eene strooming in de lucht van de positieve naar de negatieve pool waarvan ik boven sprak, die ik reeds voorlang, binnen zekere grenzen, had vermoed bij de beschouwing van het pluimlicht in het luchtledige; eene beweging, die misschien niet volslagen heterogeen is met de bekende proef van PORRET. Zulk eene strooming kan zeer goed zamenhangen, of als oorzaak of als gevolg, met de grootere verwarming van den negatieven pooldraad in het vacuum. Wel beschouwd, is er in het verschijnsel der lagen ook iets, dat naar eene zekere strooming in het vacuum henen wijst. Dikwijls namelijk nam ik waar, dat de lichtende lagen aan haren naar de negatieve pool gekeerden kant scherper begrensd waren, dan aan de zijde, die naar de positieve pool gekeerd is. Dit vooronderstelt eene strooming, die van de positieve naar de negatieve pool gaat, mits men tevens aanneemt dat het niet het lichtende maar het donkere gedeelte van de pluim is dat gestratifiëerd wordt; en zulks zoude zich laten nabootsen, door b. v. bij de proef met het ijzervijlsel den positieven pooldraad eene hoogere stelling te geven dan den negatieven en alzoo eene helling en een voortglijden van positief naar negatief in te voeren. De verdeeling in lagen van het donkere zonder lichtverschijnselen en beter geleidende deel in het vacuum laat zich zeer goed aannemen; het is ook merkwaardig, dat bij voortgaande verdunning niet zoo zeer de donkere lagen als wel de lichtende in af-

Fig 1.



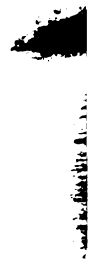


Fig 5.

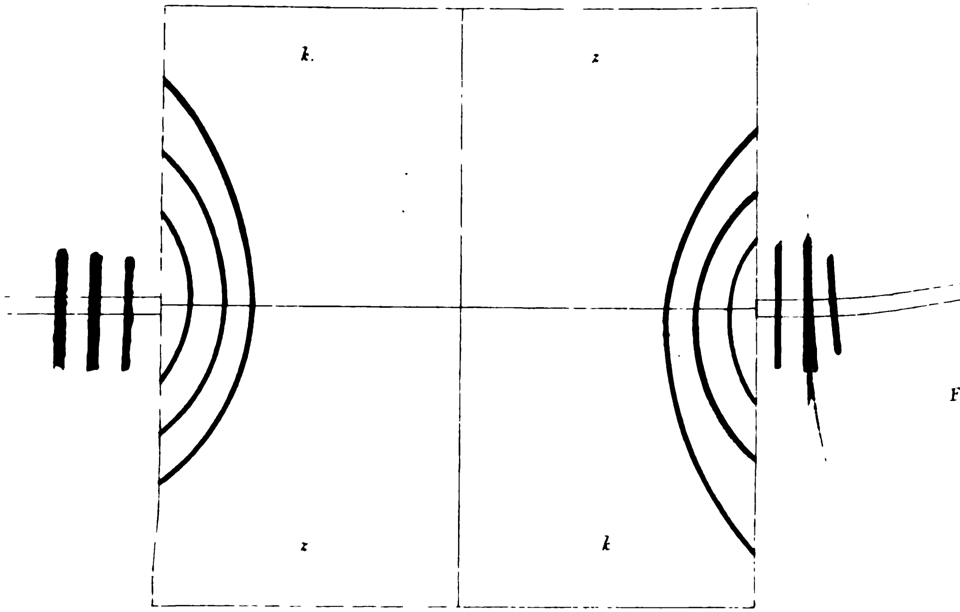
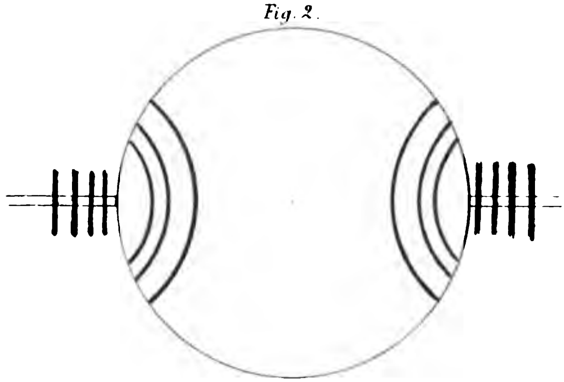


Fig. 4



Fig. 2.



meting, dat is in dikte, toenemen. Met zulk eene opvatting liet zich ook zeer goed de donkere ruimte aan de negatieve pool begrijpen, als eene ophooping van geleidende stof; en het eigenaardig verschijnsel van de persistentie der donkere ruimte met geheele verdwijning der pluim bij toenadering der knoppen in het electrisch ei was dan ook gemakkelijk te verklaren. Maar ik bepaal mij liever bij deze korte vermelding, door te eindigen met aan te stippen van al datgeen wat in mijne verklaring zoude passen, dan wel al deze beschouwingen als zeker op den voorgrond te schuiven en stoutweg als onomstootelijk op te dringen. Ik verwacht naauwgezetter en grondiger beoordeeling, naarmate ik in zekeren zin voor anderen meer te bewijzen overlaat.

8. Met betrekking tot fig. 4 moet ik nog opmerken, dat het mij als mogelijk voorkwam, dat zij aldus geboren was ten gevolge van een paar vruchtelooze ontladingen die voorafgegaan waren. Ik heb daarom eerst door een soortgelijken draad een paar ontladingen laten gaan, die niet toereikend waren om hem te verstuiven, en toen door een derde de volkomene vernieling bewerkt. Ik kreeg op deze wijze fig. 6, die werkelijk eene toenadering van fig. 3 tot fig. 4 vertoont. Het schijnt dus, dat door voorafgaande ontladingen de deeltjes worden losgewoeld en dat daardoor een vorm verkregen wordt waarbij zij minder verstrooid en minder in fijn poeder verdeeld voortvliegen. Die losgerukte deeltjes moeten dan nog stellig aan onderlinge laterale aantrekkingen gehoorzamen, wanneer de boven omschreven verklaring daarvoor zal gelden en de overeenkomst met de lijnen van het ijzervijlsel eene meer dan toevallige zal kunnen zijn.

Deventer, 26 Januarij 1863.

BEPALING

VAN DEN

BRANDPUNTSAFSTAND VAN LENSEN.

DOOR

F. C. DONDERS.

Eene naauwkeurige bepaling van den brandpuntsafstand van lensen is niet zonder bezwaar. Het eenvoudige meten van den afstand, waarop achter de lens zich 't zonnebeeld op een scherm vertoont, geeft slechts de waarde bij benadering. Niet naauwkeuriger is de uitkomst bij het directe meten der geconjugeerde brandpuntsafstanden van eene vlam en haar beeld, waaruit de hoofdbrandpuntsafstand kan berekend worden. Er zijn verschillende andere methoden aangegeven, die tot eene juistere uitkomst leiden, waaronder vooral die van BESSEL en van OUDEMANS verdienen genoemd te worden. Boven deze komt in bijzondere gevallen nog in aanmerking: het meten der *grootte* van een voorwerp en van zijn dioptrisch beeld (beide met behulp van den ophthalmometer), eene methode, naar 't schijnt reeds door HELMHOLTZ toegepast op de kristallens van het oog, doch niet beschreven.

Als voorwerp bezigde ik drie kleine openingen in een

zeer dun zwart gemaakt metalen plaatje (fig. 75 P), achter 't welk voor eene opening in een groot scherm de ballon eener helder brandende lamp geplaatst werd. Dit plaatje is bevestigd aan het einde van een op een voet-

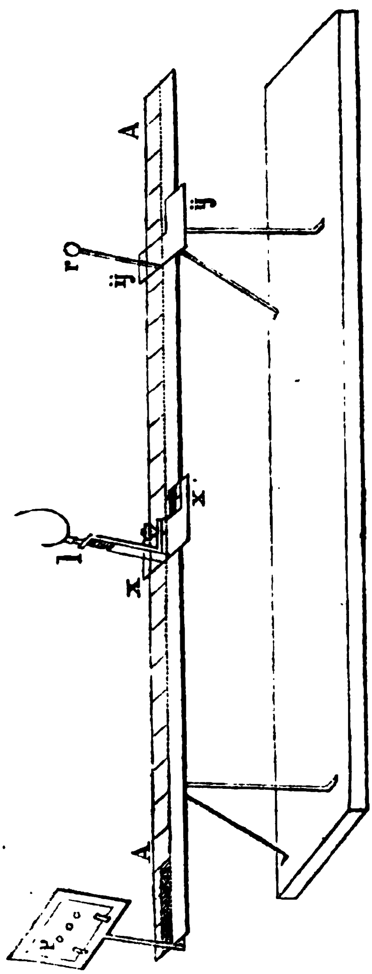
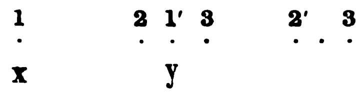


Fig 1.

stuk rustende, met eene naauwkeurige verdeeling voorziene platte koperen liniaal (AA), waarop eene kleine plaat (xx'), met lensdrager (*l*) voorzien, verschuifbaar is. Dit plaatje heeft bij x' een' nonius, waarmede twintigsten van lijnen kunnen worden afgelezen. Op dezelfde liniaal (AA) is een tweede plaatje (ijij') verschuifbaar, dat een' kleinen ring (*r*) draagt. De middelpunten der beide ringen en het middelpunt van het beeld (de drie openingen in het plaatje P) liggen op ééne horizontale lijn, die zoodanig moet gesteld worden, dat zij zamenvalt met de as van den ophthalmometer. Door achtereenvolgens den ophthalmometer scherp te stellen voor de drie verschillende afstanden, kan men zich overtuigen, of aan deze voorwaarde is voldaan: bij bevestigde as van den ophthalmometer moeten zij zich alsdan bij verschuiving van 't oculair achtereenvolgens midden in 't veld van den ophthalmometer scherp vertoonen.

Het eerst meet men nu de grootte van het voorwerp. Zoo als men weet, geschiedt de meting met den ophthalmometer door verdubbeling van het beeld en het aflezen der graden op den ophthalmometer, waarbij de dubbelbeelden om de breedte van het te meten voorwerp uit elkander zijn. Geen voorwerp nu is voor naauwkeurige meting meer geschikt dan drie kleine lichtpunten (Fig. 76, 1, 2, 3).

Fig. 2.



Men kan namelijk zeer volkomen bepalen (methode van BESSEL, in de astronomie in gebruik), wanneer, bij verdubbeling, 1' van het eene beeld (1', 2', 3') juist in het midden komt te staan tusschen 2 en 3 van het andere beeld

(1, 2, 3), en de afstand x y wordt alsdan als voorwerp gemeten. Om dezelfde reden gebruikt men drie lichtpunten, namelijk, de drie reflectie-beelden van drie verwijderde vlammen, wanneer men uit de grootte van het spiegelbeeld den krommingsradius der cornea of van eene andere spiegelende oppervlakte bepalen wil.

Kent men nu de grootte van het voorwerp, dat men naar gezegde methode naauwkeurig meten kon, dan zoekt men de grootte van het dioptrisch beeld, daarvan gevormd door de lens, welker brandpuntsafstand men wenscht te bepalen. Daartoe plaatst men deze in den lensdrager *l* (Fig. 1), brengt die op een' afstand van het voorwerp (het plaatje P), gelijk aan het dubbele van den ongeveer bekenden brandpuntsafstand der lens, en maakt den afstand *rl* gelijk aan *l*P. Den ophthalmometer heeft men, na 't voorwerp (de drie kleine openingen) in het midden van 't veld gemeten te hebben, voor goed vast gezet.

Nu verschuift men het oculair zoodanig, dat men den ring *r* scherp ziet, en men zal nu tegelijkertijd wel het dioptrisch beeld der drie openingen waarnemen. De as der lens evenwel valt dan alleen, zoo als 't behoort, zamen met die van den ophthalmometer, wanneer het dioptrisch beeld *juist in het midden van den ring r* valt. Daarvoor heeft men dus te zorgen, en de naauwkeurigheid, waarmede dit geschieden kan, bepaalt juist de deugdelijkheid der hier gevolgde methode. Terwijl men het dioptrisch beeld ziet, merkt men tevens op, of het in grootte overeenkomt met het voorwerp. In dit geval zullen de lichtpunten dezelfde plaats in betrekking tot elkander innemen als waarbij het voorwerp gemeten werd, dat is, 1' zal staan midden tusschen 2 en 3. Blijkt het, dat het dioptrisch beeld grooter is, dan verwijdert men het plaatje xx' van P; is het daarentegen kleiner, dan nadert men xx' tot P, totdat de stand der beeldjes volkomen dezelfde is als bij

het meten van 't voorwerp. Is dit bereikt, dan heeft men slechts met den nonius x den juisten afstand der lens van het dunne plaatje P af te lezen, om den dubbelen brandpuntsafstand der lens te kennen. Immers, wanneer voorwerp en dioptrisch beeld gelijke grootte hebben, bevinden beide zich op gelijken en wel op den dubbelen brandpuntsafstand van de respectievelijke hoofdpunten der lens, en, geldt het eene biconvexe lens, met gelijken radius harer beide vlakken, — insgelijks op gelijken afstand van haar optisch middelpunt.

Op de voorgestelde wijze kan men gevoegelijk slechts ééne meting doen van het dioptrisch beeld. Scherper resultaten verkrijgt men daarom, wanneer men, zonder te letten op gelijke grootte van voorwerp en dioptrisch beeld, het eerste bekend zijnde, bij een' willekeurigen stand der lens, het laatste eenvoudig meet, en van verschillende bepalingen de gemiddelde neemt. De grootte van voorwerp B en dioptrisch beeld β staan tot elkander als de geconjugeerde brandpuntsafstanden f en f', waarvan f, zijnde de afstand tusschen de lens en 't voorwerp, door aflezing bekend is.

Men vindt hieruit:

$$f' = \frac{B}{\beta} f$$

en verder

$$F = \frac{f\, f'}{f + f'}$$

Herhaalt men de bepalingen bij eenige verschillende waarden van f, dan heeft de gemiddelde eene buitengewone naauwkeurigheid.

Ook den brandpuntsafstand van cylindrische glazen bepaalde ik naar deze methode. De dioptrische beelden worden dan als dunne lijnen gezien.

Lensen van zeer grooten brandpuntsafstand zijn naar deze methode niet te bepalen, omdat voorwerp en dioptrisch beeld dan zoo ver van elkander liggen, dat de ophthalmometer niet toelaat, beide achtereenvolgens te meten.

De ophthalmometer wordt gewoonlijk aangewend, om den krommingsradius van sphaerische vlakken te bepalen *). Men kan dus van de glazen, welker brandpuntsafstand men heeft gevonden, met hetzelfde werktuig ook den krommingsradius der vlakken opzoeken. Uit de kennis van beide vindt men nu verder den lichtbrekingscoëfficiënt door eene eenvoudige berekening.

---

*) Verg. HELMHOLTZ, *Archiv f. Ophthalmologie, herausgegeben von* ARLT, DONDERS, u. V. GRAEFE. B. II, H. 1, S. 1.

DE FORMULE

DER

ACCOMMODATIEBREEDTE,

GETOETST AAN DE

INWENDIGE VERANDERINGEN VAN HET OOG.

DOOR

F. C. DONDERS.

Bij het zoeken naar eene numerische uitdrukking voor de accommodatie-breedte, ging ik uit van de voorstelling, dat deze zich behoort te sluiten aan de verandering, die bij het accommoderen in 't oog tot stand komt. Berustte het accommodatie-vermogen, zoo als men vroeger gemeend heeft, op eene verlenging der gezigtsas, zoo zou de maatstaf der accommodatie-breedte in het quantum dezer verlenging moeten gezocht worden. Maar de verandering, die in 't oog bij 't accommoderen tot stand komt, is van geheel anderen aard, en bepaalt zich, zoo als wij weten, tot het stelsel der kristallens: de voorvlakte neemt aanzienlijk in bolheid toe en treedt daarmede meer naar voren, de achtervlakte wordt een weinig boller, zonder naar achteren te wijken, en met deze gecompliceerde wijzigingen wordt de ligging van de cardinale punten der lens, en daarmede die van 't geheele oog veranderd. Als hoofdzaak dus treedt hierbij op den voorgrond de verkorting van den brand-

puntsafstand der lens: het is [illegible] te verwachten dat eene positieve lens hiertoe aangewezen. Uit den brandpuntsafstand A nu eener zoodanige hulplens, behoort de accommodatie-breedte te worden bepaald; en aangezien de sterkte eener lens omgekeerd evenredig is aan haren brandpuntsafstand, zoo wordt de numerieke uitdrukking der accommodatiebreedte 1 : A. — Wij kunnen daar anderzijds bepalen den afstand R van het verste punt van duidelijk zien r, en den afstand P van 't digtste punt p, beide gerekend tot het oog. Nu hebben wij aangenomen $\frac{1}{P} - \frac{1}{R} = \frac{1}{A}$. Stralen, namelijk, uitgaande van het naaste punt van duidelijk zien, zullen schijnen uit te gaan van het verste punt van duidelijk zien, wanneer (P en R gerekend tot de cornea) ze door eene lens *l* met brandpuntsafstand A gebroken worden. Wordt dus eene zoodanige lens onmiddellijk voor de cornea geplaatst, dan vertegenwoordigt zij de accommodatie-breedte in zoo verre, dat, zonder die lens, de van *r* uitgaande, met die lens de van *p* uitgaande stralen tot vereeniging komen op het netvlies.

Hiermede is de uitdrukking $\frac{1}{P} - \frac{1}{R} = \frac{1}{A}$ echter nog niet geregtvaardigd. De lens, namelijk, die het oog zich bij de accommodatie voor *p* toevoegt, ligt *in* en niet *vóór* het oog, en zij brengt dus andere wijzigingen te weeg in de ligging der cardinale punten dan de accommodatie voor de nabijheid. Daarenboven zal aan het verschil van ligging een verschil van brandpuntsafstand der vereischte hulplens verbonden zijn, en bij gevolg is $\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$ geenszins de lens, die de kristallens van het oog bij accommodatie voor *p* zich toevoegt. De vraag is dus, of wij die formule wel mogen beschouwen als de numerieke uitdrukking der accommodatie-breedte.

Klaarblijkelijk komt het hier slechts aan op evenredige grootten. De formule moet ons dienen, om de verschillende waarden der accommodatie-breedte, onder verschillende omstandigheden, onderling te vergelijken. Is nu de verandering der kristallens, zoo al niet gelijk, althans genoegzaam geevenredigd aan $\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$, dan voldoet deze formule aan alle eischen en vertegenwoordigt ook de veranderingen in het oog. Het zal bewezen worden dat dit werkelijk het geval is.

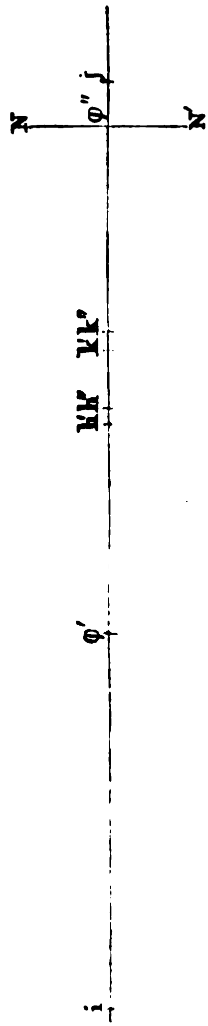


Fig. 1.

Fig. 1 stelt de ligging voor der cardinale punten op de as van een zamengesteld dioptrisch stelsel, bijv. het oog.

φ' is het voorste brandpunt.
φ'' „ „ achterste „ liggende in 't netvlies NN'
h' „ het eerste hoofdpunt
h'' „ „ tweede „
k' „ „ eerste knooppunt
k'' „ „ tweede „
$h'\ \varphi' = F'$ de voorste brandpuntsafstand
$h''\ \varphi'' = F''$ de achterste „
$k'\ \varphi' = G' = F''$
$k''\ \varphi'' = G'' = F'$.

Voorts zij n de lichtsbrekingscoëfficiënt der laatste middenstof (glasvocht) in betrekking tot de eerste (lucht).

Terwijl φ'' in het netvlies ligt, is het oog emmetropisch: evenwijdig in-

vallende stralen komen in het netvlies tot vereeniging. Het punt i heeft daarentegen zijn beeld in j; dat is $k'i = g'$ en $k''j = g''$ zijn geconjugeerde brandpuntsafstanden, van de knooppunten uit gerekend. Door de accommodatie nu verandert het stelsel, zoodat j in 't netvlies komt te liggen. De vraag is dus, welke de brandpuntsafstand L is der hulplens die j naar φ'' verplaatst. Wij denken ons daarbij die hulplens oneindig dun en geplaatst in k'', waarbij de ligging van k'' onveranderd blijft. Dan moet deze lens de stralen, die, in k'' aangekomen, convergeren naar j, doen convergeren naar φ''. Daar nu $k''\varphi'' = G''$ en $k''j = g''$ zoo vinden wij

$$\frac{1}{G''} - \frac{1}{g''} = \frac{1}{L}.$$

't Is nu de vraag, in welk verband staat L tot g', dat is tot den afstand, waarvoor geaccommodeerd wordt.

Wij weten (Verg. HELMHOLTZ, *Dioptrik*, S. 44), dat

$$\frac{G''}{g''} + \frac{G'}{g'} = 1, \text{ en}$$

$$G' = n\, G''.$$

Wij hebben dus

$$\frac{G''}{g''} + \frac{G''\,n}{g'} = 1$$

$$\frac{1}{g''} + \frac{n}{g'} = \frac{1}{G''}$$

$$\frac{1}{G''} - \frac{1}{g''} = \frac{n}{g'}$$

Daar nu ook, zoo als wij zagen,

$$\frac{1}{G''} - \frac{1}{g'} = \frac{1}{L},$$

zoo is

$$\frac{1}{L} = \frac{n}{g}$$

Bij gevolg, om een oog, dat voor oneindigen afstand is geaccommodeerd, te brengen op den afstand g', wordt eene hulplens vereischt van $L = \frac{g'}{n}$ brandpuntsafstand. — Is R niet oneindig (in gevallen van ametropie), dan kunnen wij ons voorstellen, dat reeds eene hulplens $\frac{n}{R}$ aanwezig was, en dat bij accommodatie voor 't naaste punt een hulplens vereischt wordt van $\frac{n}{P}$, in welk geval het verschil tusschen deze beide hulplensen $\frac{n}{P} - \frac{n}{R}$ de accommodatiebreedte uitdrukt. Wij verkrijgen dus als algemeene formule:

$$\frac{1}{L} = \frac{n}{P} - \frac{n}{R}$$

en, is

$$R = \infty,$$

$$\frac{1}{L} = \frac{n}{P}$$

Wij vinden dus de accommodatie-breedte werkelijk afhankelijk van den factor $\frac{1}{P} - \frac{1}{R}$. Intusschen namen wij

aan $\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$ en vinden:

$$\frac{1}{L''} = \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{R}\right) n$$

Bij gevolg is

$$L'' = \frac{A}{n}$$

In woorden uitgedrukt: de brandpuntsafstand der vereischte lens, in glasvocht geplaatst, is n malen kleiner dan bij de formule voor de accommodatie-breedte was aangenomen.

Men kan zich echter ook de hulplens voorstellen, in lucht geplaatst te zijn en haar knooppunt zamen te vallen met k′ van 't oog. Ook dan verplaatst zich k′ niet. Wel is waar bevindt zich in k′ geen lucht; maar er zou een stelsel kunnen worden geconstrueerd, welks cardinale punten dezelfde ligging hadden als die van 't oog en waarin werkelijk in k′ lucht voorhanden was. Daarenboven bestaan er lensen, (hoezeer *niet* oneindig dunne), welker knooppunten buiten de glasmassa liggen, en voor zoodanige kan men zich, al is ze vóór het oog geplaatst, dus het zamenvallen van 't knooppunt met het voorste knooppunt van 't oog voorstellen.

Maar afgezien daarvan, mag men zich het oog verwijderd denken, en de hulplens geplaatst in lucht, haar knooppunt zamenvallende met k′. Door deze lens gebroken, worden de stralen van rigting veranderd. Die rigting nu kan men zich terugwaarts verlengd denken, en zich voorstellen, dat de stralen reeds die rigting hadden, toen ze op het hoornvlies vielen. Is alzoo R de afstand van 't verste punt tot k′, P die van 't naaste punt tot k′, L′ de gezochte brandpuntsafstand, dan is

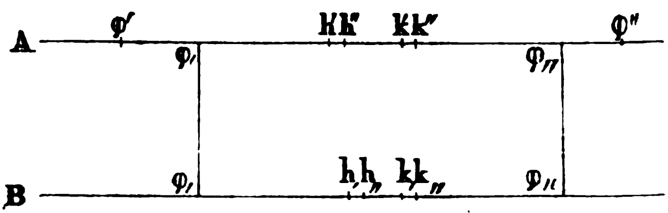
$$\frac{1}{L'} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R} = \frac{1}{A}$$

en

$$L' = A$$

De brandpuntsafstand der lens kan dus *n* maal grooter zijn, wanneer ze in lucht staat, dan wanneer ze zich in glasvocht bevindt. De juistheid daarvan ziet men ook gemakkelijk in. Om de brandpuntsafstanden van het voor 't verste punt geaccommodeerde oog (Fig. 2 Syst. A), gelijk aan die van

Fig. 2.



het voor het digste punt geaccommodeerde (Syst. B) te maken, moet de hulplens, in lucht staande, het vereenigingspunt van van achteren komende evenwijdige stralen van φ' tot $\varphi_{,}$ verschuiven. Zij moet zijn ($k_{,}\ \varphi_{,} = G_{,}$ aangenomen):

$$\frac{1}{L'} = \frac{1}{G_{,}} - \frac{1}{G'} = \frac{1}{A}.$$

Staat ze in 't glasvocht, dan moet ze 't vereenigingspunt van van voren komende stralen van φ'' tot $\varphi_{,,}$ verschuiven. Zij moet dus zijn ($k_{,,}\ \varphi_{,,} = G_{,,}$ aangenomen):

$$\frac{1}{L''} = \frac{1}{G_{,,}} - \frac{1}{G''} = \frac{n}{G_{,}} - \frac{n}{G'} = \frac{n}{A}$$

In bovenstaande beschouwing werd aangenomen, dat, bij accommodatie van 't oog voor de nabijheid, terwijl de brandpuntsafstanden kleiner worden, de knooppunten onveranderd hunne plaats behouden. Syst. A van fig. 2 (gelijk aan 't Syst. van fig. 1) zou veranderd worden in Syst. B. In beide systemen moet k' φ' = n. (k" φ''), dat is $G_{,} = n\, G_{,,}$ zijn. Hierin ligt opgesloten, dat de hoofdpunten h' h" insgelijks van ligging veranderen. Immers h' φ' moet zijn = k" φ'' en h" φ'' = k' φ'. Noemen wij y de toenadering van φ'' tot k" dan is die van φ' tot k' = ny. Zal nu φ' h' = φ'' k" zijn, zoo moet h' terugwijken, en de hoeveelheid dier terugwijking = $ny - y$ of $y\,(n - 1)$ is vrij aanzienlijk.

Hieruit blijkt genoegzaam, dat de verandering, door het plaatsen eener hulplens met haar knooppunt in 't knooppunt van 't oog voortgebragt, niet onbelangrijk afwijkt van de verandering bij accommodatie voor de nabijheid. Hierbij toch worden de hoofdpunten naauwelijks naar achteren verschoven, de knooppunten treden daarentegen vrij aanzienlijk naar voren, en 't voorste brandpunt komt daarmede ook anders te liggen.

't Schijnt dus twijfelachtig, of de verandering in brandpuntsafstand, die de kristallens ondergaat bij de accommodatie wel genoegzaam geëvenredigd is aan de waarde van A in de formule $\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$. Dit moeten wij dus onderzoeken. Wij bezigen daartoe het schematische oog, door HELMHOLTZ aangenomen, en de resultaten der metingen, door KNAPP in vier oogen verkregen. De berekening levert het volgende:

	Brandpuntsafstand der kristallens bij accommodatie voor: afstand F_r	nabijheid F_p	$1 : F_o = \frac{1}{F_p} - \frac{1}{F_r}$	P	R	$\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$	$\frac{1}{F_o} : \frac{1}{A}$
I	38.176	31.971	1 : 196.7	172.4	∞	1 : 172.4	0.876[illegible]
II	37.706	29.222	1 : 129.9	118.6	∞	1 : 118.6	0.913[illegible]
III	41.449	30.944	1 : 122.1	109.16	∞	1 : 109.16	0.894
IV	43.133	30.939	1 : 112	100.97	∞	1 : 100.97	0.901
Schematisch oog	43.707	38.785	1 : 148.8	136.6	∞	1 : 136.6	0.918

't Blijkt dat de waarde $\frac{1}{F_o} : \frac{1}{A}$, wel is waar, geen vaste coëfficiënt is, dat, bij gevolg, geene volkomene evenredigheid bestaat tusschen de berekende hulplens, beantwoordende aan onze formule der accommodatie-breedte, en de werkelijke verandering der kristallens, maar dat men toch nagenoeg bij de waarheid komt, wanneer men aanneemt, dat de kristallens zich bij 't accommoderen eene lens heeft toegevoegd, welker dioptrische werking $\frac{9}{10}$ van $\frac{1}{A}$ bedraagt. Deze uitkomst is niet zonder gewigt. *De formule* $\frac{1}{P} - \frac{1}{R} = \frac{1}{A}$ *wordt hierdoor meer dan eene mathematische fictie; zij krijgt eene physiologische beteekenis.*

Nemen wij in aanmerking, dat de verandering van 't lensstelsel schier uitsluitend dáárin bestaat, dat aan de voorvlakte der kristallens een positieve meniscus wordt toegevoegd, dan komen wij gereedelijk tot het besluit, dat

eene hulplens, vóór de kristallens geplaatst, de cardinale punten van 't oog op zoodanige wijze zou veranderen als bij het accommoderen werkelijk geschiedt. Dit laatste kunnen wij gemakkelijk toetsen.

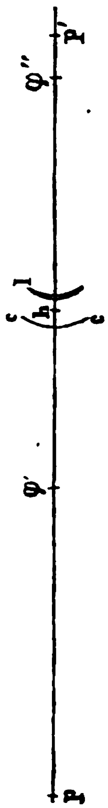


Fig. 3.

Zij, namelijk, φ'' (fig. 3) het achterste vereenigingspunt der cornea cc voor stralen, uitgaande van 't verste, p' voor stralen, uitgaande van 't naaste punt, dan moet de hulplens l de naar p' convergerende stralen, doen convergeren naar φ'', reeds vóór zij de kristallens bereiken. Is *d* de afstand van het hoofdpunt h der hulplens van de cornea, $h\varphi'' = F_{\prime\prime}$, $hp' = f_{\prime\prime}$ dan is

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{F_{\prime\prime} - d} - \frac{1}{f_{\prime\prime} - d}$$

Voor d stellen wij twee millimeters. Wel is waar, ligt de voorvlakte der kristallens verder van de cornea verwijderd; maar de hulplens l, die zich in zekeren zin vóór de kristallens plaatst, heeft den vorm van een positieven meniscus, welks hoofdpunten vóór het bolle vlak gelegen zijn, en de oneindig dunne lens, die den meniscus zal vervangen, moet, om gelijke werking te hebben, in zijn tweede hoofdpunt h staan. In 't schematisch oog nu is de radius der cornea = 8 mm., de brandpuntsafstanden der cornea $F_{\prime} = 23.692$ en $F_{\prime\prime} = 31.692$ mm.; p ligt bij accommodatie voor nabijheid, zoo als wij zagen 136.6 mm. van 't knooppunt, dus 136.6 — 6.5 = 130.1 mm. (= f') van de cornea.

Het vereenigingspunt p' van stralen, uit p uitgaande,

ligt dus op $\left(f'' = \frac{F'' f'}{f' - F'}\right)$

$$f'' = \frac{31.692 \times 130.1}{130.1 - 23.692} = 38.75.$$

De stralen, uit het verste punt r uitgaande, convergeren in φ', op 31.692, die van 't digtste punt p uitgaande in p', op 38.75 achter de cornea. Op 2 mm. achter de cornea bedraagt dus de afstand der convergentiepunten 29.692 en 36.75 mm. Om stralen, convergerende op 36.75, te rigten op 29.692 is eene hulplens noodig van $\frac{29.692 \times 36.75}{7.058} = 155$ mm.

Men kan dezelfde berekening maken voor al de vier door KNAPP gemeten oogen. Daarbij zou men de waarheid 't meeste naderen, zoo men in elk bijzonder geval den gevonden radius der cornea en de diepte-ligging der kristallens in aanmerking nam. Maar gaan wij ook uit van vaste brandpuntsafstanden der cornea en eene ligging van de voorvlakte der lens op 2 mm. van 't hoornvlies, dan komt de door berekening gevondene hulplens werkelijk de verandering der kristallens reeds zeer nabij. Dit blijkt uit de volgende cijfers. (Verg. 2[de] en laatste kolom).

	$1 : F_o = \frac{1}{F_p} - \frac{1}{F_r} = 1 :$	F Achterste brandpuntsafstand der cornea.	P	f'' Vereenigingspunt der cornea voor stralen uitgaande van p	$1 : (F'' - 2) - 1 : (f'' - 2) = 1 :$
I	196.7	31.692	165.9	36.97	196.6
II	129.9	31.692	112.5	40.15	133.9
III	122.1	31.692	103.3	41.22	121.9
IV	112	31.692	95.6	42.21	113.5
Schematisch oog	148.8	31.692	130.1	38.75	155

't Blijkt dus, dat eene oneindig dunne hulplens, 2 mm. achter de cornea geplaatst, in de vier door KNAPP gemetene oogen bijna volkomen beantwoordt aan de brekingsverandering der lens. Wilde men nu door eene zoodanige lens de accommodatie-breedte uitdrukken, zoo liet zich gemakkelijk eene tabel vervaardigen der waarden van f' voor de verschillende optometrisch gevondene waarden van p. Maar inderdaad is het toeval te heeten, dat bij 't aannemen van eene ligging der hulplens onveranderd op 2 mm. achter de cornea zooveel overeenstemming gevonden wordt. Die ligging heeft, namelijk, een' zeer grooten invloed. Ligt de hulplens bijv. op 4, in plaats van op 2 mm. achter de cornea, dan veranderen de cijfers:

196.6		172.9
133.9		118.3
121.9	in	107.8
113.5		100.6
155		136.3

Daarom ook is het niet vreemd, dat het schematisch oog bij het aannemen van d = 2 mm. niet voldoet. Hier zou d ongeveer $2\frac{3}{4}$ mm. moeten bedragen. Ook in het tweede door KNAPP gemetene oog vertoont zich eenige afwijking. In beide gevallen is dit vooral daaraan toe te schrijven, dat de voorvlakte der kristallens dieper ligt, en dus de afstand van 2 mm. voor de hulplens niet geheel voldoende is. Hieruit blijkt, dat, wilde men uit r en p de hulplens op de kristalllens berekenen, men de plaats van de voorvlakte der kristallens insgelijks zou moeten betalen, en dit levert eene zwarigheid van tijd en van hulpmiddelen, zonder tot veel naauwkeuriger kennis te leiden, dan de toepassing der eenvoudige formule $\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$.

Het resultaat van ons onderzoek komt daarop neêr, dat

wij regt hebben, ons te houden aan de formule $\frac{1}{A} = \frac{1}{P} - \frac{1}{R}$, waarbij men tot vaststelling der accommodatie-breedte niets anders behoeft dan de optometrische bepaling van *p* en *r*, gerekend tot het knooppunt op ongeveer 7 mm. achter de cornea. Practische bruikbaarheid is haar dus bijzonder eigen. Wenscht men voorts te weten, welke hulplens de kristallens zich hebbe toegevoegd, zoo vermenigvuldige men de verkregene uitkomst $\frac{1}{A}$ met den coëfficiënt 0.9. Dan komt men de waarheid zeker zeer nabij.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 24sten APRIL 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, E. H. VON BAUMHAUER, F. C. DONDERS, P. HARTING, CL. MULDER, D. BIERENS DE HAAN, J. P. DELPRAT, J. W. ERMERINS, R. LOBATTO, C. H. D. BUYS BALLOT, M. C. VERLOREN, H. J. HALBERTSMA, W. N. ROSE, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, P. J. VAN KERCKHOFF, G. J. VERDAM, J. G. S. VAN BREDA, R. VAN REES, W. VROLIK, A. H. VAN DER BOON MESCH, J. VAN GEUNS, C. A. J. A. OUDEMANS.

Het Proces-Verbaal der Gewone Vergadering van den 28sten Maart j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Worden gelezen brieven ter verontschuldiging over het niet bijwonen dezer Vergadering van de Heeren VAN OORDT, VAN DER KUN, F. Z. ERMERINS, CONRAD,

BADON GHYBEN, SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, VAN KERCKWIJCK. — Aangenomen voor berigt.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. C. LEEMANS, Directeur van het Rijks Museum van Oudheden (Leiden, 21 April 1863); 2°. J. W. PLOOS VAN AMSTEL, Consul der Nederlanden (Melbourne, 20 Febr. 1863); 3°. BRIAN, Bibliothecaris der Academie impériale de Médecine (Parijs, 5 Febr. 1863); 4°. E. MACKY, Secretaris van het Verein für Naturkunde te Presburg (Presburg, 10 Januarij 1863); 5°. HARALD BAGGE, Secretaris der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft te Frankfurt a/M. (4 Febr. 1863); 6°. SIEMENS, Secretaris der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle (Halle, 10 Maart 1863); 7°. G. GÖTH, Secretaris van het Ausschuss des Historischen Vereins für Steiermark (Grätz, 23 Januarij 1863).

Wordt besloten tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. DE KOCK, Directeur van het Kabinet des Konings ('s Gravenhage, 24 April 1863); 2°. FREDERIK, Prins der Nederlanden ('s Gravenhage, 24 April 1863); 3°. VAN PANHUYS en VAN DER LAAN, Voorzitter en Griffier der Gedeputeerde Staten van Friesland (Leeuwarden, 7 April 1863); 4°. Minister van Oorlog in Frankrijk (Parijs, Maart 1863); 5°. J. ROULEZ Buitenlandsch lid der Akademie (Gent, 10 April 1863); 6° Vorstand van het Germanische Museum

in Nürnberg (Nürnberg, 25 Maart 1863); 7°. E. LUTHER, Director der Königlichen Sternwarte (Koningsbergen, 2 April 1863); 8°. C. A. T. PETERS, Directeur der Königlichen Sternwarte in Altona (Altona, 27 Maart 1863); 9°. J. L. MOTLEY, Buitenlandsch Lid der Akademie (Weenen, 7 April 1863); 10°. PAGENSTECHER, Secretaris van het Naturhist.-mediz. Verein te Heidelberg (Heidelberg, 12 April 1863); 11°. A. SCHWARTZ, Secretaris van het Offenbacher Verein für Naturkunde (Offenbach, 8 April 1863); 12°. MOMMSEN, Buitenlandsch Lid der Akademie (Berlijn, 2 April 1863); 13°. H. L. FLEISCHER, Buitenlandsch Lid der Akademie (Leipzig, 18 Maart 1863); 14°. O. BUCHNER, Secretaris der Oberhessischen Gesellsch. für Natur- u. Heilkunde (Giessen, 30 Maart 1863). — Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Heer J. STROOTMAN, Ing. v. d. Waterstaat (gedagteekend Nieuwe-Diep, 2 April 1863), het berigt bevattende, dat in *the Civil Engineers and architects Journal* van 1862 op blz. 248 gezegd wordt, dat, blijkens langdurige ervaring, het hout van den *Eucalyptus*, een in westelijk Australië groeijenden eik, evenmin door den Zeeworm als door de witte mieren wordt aangetast.

De Heer STROOTMAN zegt aanleiding te vinden tot deze kennisgeving, omdat het Nederlandsch Oorlogstoomschip *Djambi* eerlang in gemeld werelddeel zal aankomen.

Door bemiddeling van den Heer Minister van Ma-

rine, konden dus, welligt op onkostbare wijze, monsters van dat hout verkregen worden.

De Secretaris berigt, dat hij, dadelijk na het ontvangen van dezen brief, voor welken hij openlijk dank zegt, in den geest daarvan aan den Minister van Marine geschreven heeft, waarop hij het volgende antwoord ontving:

„Hoe gaarne bereid om aan uw verzoek bij brief van 10 dezer N°. 32 te voldoen, zoo kan ik daaraan tot mijn leedwezen geen gevolg geven.

„Het schroefstoomschip *Djambi* vertrok reeds in de maand Februarij j.l. van *Rio de Janeiro* om zijne reis over *Australië* naar de *Oost-Indiën* voort te zetten, en het is dus niet doenlijk eene order uit te vaardigen, die het bereiken van het door U bedoelde oogmerk zou kunnen ten gevolge hebben.

„Ik heb de eer U Hooggel. hiervan kennis te geven, in beantwoording Uwer bovengenoemde Missive."

Wordt besloten dezen brief aan te nemen voor berigt.

Wordt, met een schrijven van den Heer H. C. VAN HALL te Groningen, ter tafel gebragt eene Verhandeling, onder den titel: *Opmerkingen over eenige plantaardige geneesmiddelen uit Java*, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*. Zij wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

Met een schrijven van den Heer BLEEKER (Leiden, 16 April 1863) komen ter tafel twee Verhan-

delingen, de eene *Sur deux nouvelles espèces de Citharichthys de Surinam et de Guatimale*, de andere *Sur une nouvelle espèce de Synaptura du Cap de bonne Espérance*, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*. Zij worden in handen gesteld der Commissie van redactie.

De Heer BADON GHYBEN heeft voor de *Verslagen en Mededeelingen* ingezonden eene *Beschouwing van de betrekkingswijzers der vierkantswortels uit de onvolkomen vierkanten*. Zij wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

De Secretaris berigt, met schrijven van den Heer P. V. D. STERR (Amsterdam, 9 April 1863), ontvangen te hebben Tabellen van waargenomen waterhoogten, welke hij der Commissie over de daling van den bodem in Nederland heeft ter hand gesteld.

De Secretaris deelt mede, dat de Verhandelingen, aangeboden door de H.H. BLEEKER, KAISER en CONRAD, door de Commissie van redactie zijn aangenomen.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken, gedagteekend 's Gravenhage, 15 April 1863, 5e Afdeeling, N°. 172, ten geleide van een schrijven van Zijner Maj. gezant te Weenen en van den Heer MORITZ HÖRNES, Vorstand des K.K. Mineralien-Cabinettes te Weenen.

De strekking van genoemd schrijven van den Heer HÖRNES is hoofdzakelijk, dat aan de meteoriten-verzameling te Weenen moge worden afgestaan een fragment van den meteoorsteen, welke de schrijver van den brief meent, dat den 4den Maart j.l. op Nederlandschen bodem is gevallen. — Dagbladartikelen gaven tot deze meening aanleiding.

Hierop ontstaat eene wetenschappelijke wisseling van gedachten, waaraan de H.H. VON BAUMHAUER, BUYS BALLOT, CL. MULDER en VAN BREDA deel nemen. Allen zijn het daarover eens, dat tot heden niet blijkt, dat er op den 4den Maart j.l. ergens in Nederland een meteoorsteen gevallen is. De Heer VON BAUMHAUER brengt op nieuw ter tafel de voorwerpen, welke in de jongste Vergadering in zijne handen werden gesteld. Hij toont aan, dat het eene is een stuk *coak* en het andere pyriethoudend en zeer verweerd Schiefer. De Heer VAN BREDA legt eenige brieven over, welke hij omtrent het meteoorverschijnsel van 4 Maart j.l. ontving, en geeft verlof daarvan gepast gebruik te maken. De H.H. VON BAUMHAUER en BUYS BALLOT worden uitgenoodigd den Secretaris een ontwerp-antwoord op den brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ter hand te stellen. — Beiden verklaren zich daartoe bereid.

De Heer BUYS BALLOT spreekt over *het vormen van vergelijkingen tusschen de zijden en diagonalen van een regelmatigen n-hoek en hare eigenschappen*, en licht zijne voordragt toe, door becijfering op het bord.

De Heer BUYS BALLOT biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* eene bijdrage aan *Sur la pression moyenne de l'atmosphère en plusieurs lieux de l'Europe.* Zij wordt in handen gesteld der Commissie van redactie.

De Heer HALBERTSMA spreekt over het *normaal en abnormaal hermaphroditisme bij Visschen* en biedt daarover voor de *Verslagen en Mededeelingen* eene Verhandeling aan, welke in handen wordt gesteld der Commissie van redactie.

Niemand heeft iets verder voor te dragen en de Vergadering wordt gesloten.

OVER DE ANALOGIE

VAN DE

THEORIËN DER ELECTROSTATISCHE INFLUENTIE,

DES

GALVANISCHEN STROOMS

EN DER

WARMTEGELEIDING.

DOOR

R. VAN REES.

In het vorige jaar is door GAUGAIN *) eene reeks van belangrijke proeven bekend gemaakt, ondernomen met het doel om de analogie op te sporen, welke tusschen de verschijnselen der electrostatische influentie en die des galvanischen strooms bestaat. Hij is daardoor tot de algemeene uitkomst geleid geworden, dat beide klassen van verschijnselen aan dezelfde wetten onderworpen zijn.

De inrigting der proeven van GAUGAIN komt hoofdzakelijk hierop neder. Zijn A en B twee metalen ligchamen, waarvan het eene binnen het tweede geplaatst is, bijv. A een bol en B eene bolvormige schil, of A en B twee cylinders van gelijke lengte en met evenwijdige assen, maar wier lengte zeer groot is ten opzigte van hun afstand. De

*) *Ann. de Chim. et Phys.* (3) 64. 174.

ruimte tusschen A en B zij met lucht of eenige andere isolerende stof gevuld. Indien men A met eene electriciteitsbron van gegevene spanning, bijv. den knop eener Leidsche flesch, en B met den grond verbindt, zoo stellen deze ligchamen een condensator daar. A en B zullen door influentie op elkander werken en hunne tegen elkander overgestelde oppervlakten eene lading ontvangen. Deze lading, dat is de hoeveelheid electriciteit, op elke oppervlakte aanwezig, is eene functie van hare afmetingen en betrekkelijken stand. Op eenvoudige en vernuftige wijze worden deze hoeveelheden elektriciteit door GAUGAIN gemeten, hetgeen hem tot de empirische kennis dier functie leidt of, wanneer zij langs theoretischen weg kan gevonden worden, eene vergelijking van theorie en waarneming toelaat.

Bij deze elektrostatische proeven voegen zich nu de overeenkomstige galvanische. De isolerende stof tusschen A en B wordt vervangen door een elektrolytisch vocht; A verbonden met de positieve en B met de negatieve pool eener galvanische batterij, waarbij men, om grootere overeenstemming met het vorige geval te verkrijgen, kan aannemen, dat B naar den grond afgeleid blijft, hetgeen de spanning aan die zijde = 0 maakt, zonder de stroomsterkte te veranderen. Er gaat nu tusschen A en B een stroom over, waarvan de sterkte, dat is de hoeveelheid der in de tijdseenheid overgevoerde elektriciteit, voor naauwkeurige meting vatbaar is. Op deze wijze herhaalde GAUGAIN de vorige proeven bij dezelfde afmetingen en betrekkelijken stand van A en B. De stroomsterkten bleken evenredig te zijn aan de vroeger verkregene ladingen. Dezelfde wet beheerscht dus de elektrostatische influentie en de voortplanting des galvanischen strooms.

Deze uitkomst schijnt GAUGAIN toe zeer te pleiten voor de nieuwe denkbeelden omtrent electrische werking, door FARADAY in de wetenschap ingevoerd. Terwijl de gewone,

op de proeven van COULOMB gegronde theorie, wier wiskundige ontwikkeling door POISSON aangevangen en later door GREEN, GAUSS, W. THOMSON en anderen voortgezet is, aan de elektriciteit aantrekkende en afstootende krachten toekent, werkende in omgekeerde reden van het kwadraat des afstands, en uit deze krachten de verklaring van alle electrische verschijnselen afleidt, wordt door FARADAY eene werking der electriciteit op merkbare afstanden ontkend, ten minste indien tusschen de op elkander werkende electrische ligchamen geen volkomen ijdel bestaat. Indien een geëlectriseerd ligchaam A van een geleider B gescheiden is door eene isolerende stof, werkt A door influentie alleen op de naaste deeltjes dier stof en brengt hen in eenen gepolariseerden toestand, waardoor deze weder op de volgende werken enz., totdat de influentie den geleider B bereikt. Zelfs is het proces in den geleider zelven aanvankelijk hetzelfde. Ook zijne deeltjes worden bij opvolging gepolariseerd; maar zij bezitten de eigenschap, welke aan die des isolators ontbreekt, om zich op elkander te ontladen, en vandaar dat bij een geleider de electriciteit zich alleen aan de oppervlakte bevindt. Het kan daarom niet bevreemden, dat isolering en geleiding door FARADAY in zeker opzigt beschouwd worden als de uiterste trappen van eenzelfden toestand. Verder kan men, van deze voorstelling uitgaande, verwachten, dat de electrische influentiewerking door eene isolerende stof en de galvanische geleiding door een electrolytisch vocht aan dezelfde wetten gehoorzamen.

GAUGAIN merkt verder ten gunste der theorie van FARADAY op, dat volgens haar de influentie zich in het algemeen voortplant langs kromme lijnen, even als de galvanische stroom, terwijl volgens de gewone theorie de kracht, die de influentie teweeg brengt, uitsluitend in regte lijnen werkt. Het schijnt dus uit deze theorie moeijelijk

verklaarbaar, hoe bij cylinders met niet zamenvallende assen, tusschen welke de stroombanen stellig kromlijnig zijn, de wetten der electrische lading met die der galvanische voortplanting kunnen overeenstemmen. Intusschen spreekt GAUGAIN aan het slot zijner verhandeling zijn eind-oordeel met veel behoedzaamheid uit. Hij beschouwt het pleit tusschen de twee theoriën nog niet als beslist en merkt met juistheid op, dat twee verschijnselen, die aan dezelfde wetten onderworpen zijn, daarom niet noodwendig dezelfde oorzaak hebben.

De naauwe analogie tusschen de werkingen der electrische influentie en die des galvanischen strooms is reeds vóór GAUGAIN door andere natuurkundigen vermoed of aangeduid, hoewel niet door even omvattende proefnemingen gestaafd. In dit opzigt verdient vooral eene reeds in 1857 verschenen verhandeling van SIEMENS over electrostatische inductie vermeld te worden, waarin hij zich, ook op grond eeniger metingen van de hoegrootheid der ladingselectriciteit en harer overeenstemming met de wetten des galvanischen strooms, krachtig ten voordeele van de theorie van FARADAY verklaart *).

Het is echter niet voldoende, aangetoond te hebben, dat deze theorie rekenschap geeft van de waargenomene verschijnselen; er moet bewezen worden, dat de gewone theorie dit niet vermag. Dan eerst kan men haar als onhoudbaar ter zijde stellen. Maar noch GAUGAIN, noch SIEMENS hebben zulks beproefd. Ik heb het daarom niet onbelangrijk geacht dit punt nader toe te lichten. Ik zal daarbij tevens de theorie van de voortplanting der warmte, op wier analogie met die der statische electriciteit THOMSON reeds vroeger gewezen heeft †), in mijne beschouwing opnemen.

*) POGG., *Ann.*, 102. 117.

†) THOMSON, *Phil. Mag.* (4) 7. 502.

Het zal, naar ik vertrouw, spoedig blijken, dat, hoe verschillend ook de beginselen zijn, waarop de strijdende theoriën berusten, de uitkomsten waartoe zij leiden, eene verwonderlijke overeenstemming vertoonen. Als voorbeeld van toepassing bepaal ik mij tot het door GAUGAIN behandelde vraagstuk.

Ik begin met de warmte, wier wiskundige theorie, zoo als die door FOURIER in zijn bekend werk *) ontwikkeld is, het minst aan twijfel of tegenspraak onderhevig is. De voortplanting der warmte in een vast ligchaam geschiedt door moleculairwerking. Elk warmer deeltje geeft aan het naastaanliggende koudere eene hoeveelheid warmte af, welke evenredig is aan den tijd, het verschil der temperaturen en het geleidend vermogen der stof. Uit dit eenvoudig beginsel wordt door FOURIER de algemeene vergelijking van de beweging der warmte in het ligchaam afgeleid. Voor ons doel is het voldoende, de vergelijking te kennen die tot den stationnairen toestand der beweging betrekkelijk is. Is namelijk de temperatuurstoestand aan de oppervlakte des ligchaams gegeven en blijft hij onveranderlijk dezelfde, zoodat de temperatuur daar alleen van de plaats en niet van den tijd afhangt, zoo zal, wat ook de aanvankelijke temperaturen binnen het ligchaam geweest zijn, na zekeren tijd zoowel de temperatuur als de warmtevloed in elk punt eene constante waarde aannemen; elk ruimte-element des ligchaams zal van de eene zijde evenveel warmte ontvangen als het van de andere zijde afgeeft. De tot dezen stationnairen toestand betrekkelijke vergelijking is, wanneer u de temperatuur in het punt, welks regthoekige coördinaten zijn x, y, z, aanduidt †):

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

---

*) FOURIER, *Théorie analytique de la chaleur* Paris, 1822.

†) FOURIER, § 123.

Het is bekend, dat de volledige integraal dezer differentiaalvergelijking twee willekeurige functiën bevat, welke in elk bijzonder geval bepaald moeten worden uit den gegevenen temperatuurstoestand der oppervlakte. Hierdoor wordt de functie u volkomen bepaald. Daar wij hier alleen het vraagstuk van de geleiding der warmte te behandelen hebben, hetwelk met dat der electrische condensatoren overeenkomt, stellen wij ons een ligchaam voor, begrensd door twee geslotene oppervlakten, waarvan de eene, A, door de tweede, B, omgeven wordt. De oppervlakte A worde, door welk middel dan ook, gehouden op de constante temperatuur a, de oppervlakte B op de temperatuur 0. De voorwaarden, aan welke de twee willekeurige functiën in de integraal van (1) moeten voldoen, zijn dan:

$$\left.\begin{aligned} u &= a \text{ in elk punt van A} \\ u &= 0 \text{ in elk punt van B} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Nemen wij aan, dat a positief is, zoo zal door A voortdurend warmte in het ligchaam treden, en evenveel warmte treedt door B naar buiten. Zoodra u in functie van x, y, z bekend is, worden deze hoeveelheden gemakkelijk bepaald. Noemt men $\varrho\, ds$ de hoeveelheid warmte, in de eenheid des tijds door het element ds van eene der oppervlakten in de tusschengelegene stof tredende, zoodat ϱ de digtheid van den warmtevloed in ds is; dn een element der naar de tusschengelegene stof gerigte normaal in ds, en k het geleidend vermogen dier stof, zoo is *),

$$\varrho = -k \frac{du}{dn} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Daar u van A naar B afneemt, is $\frac{du}{dn}$ negatief in elk

*) Fourier, § 124.

punt der oppervlakte A, positief in elk punt der oppervlakte B; dus ϱ positief aan de eerste, negatief aan de tweede oppervlakte, hetgeen met het intreden der warmte door A en het uittreden door B overeenstemt.

De geheele hoeveelheid Q der warmte, die door de oppervlakte A intreedt, wordt gegeven door de vergelijking:

$$Q = -k \int \frac{du}{dn} \, ds \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

de integratie over de geheele oppervlakte uitgestrekt zijnde. Dezelfde integraal, uitgestrekt over B, geeft de hoeveelheid warmte, die door B uittreedt. Indien de oppervlakten het ligchaam volkomen begrenzen, zijn deze hoeveelheden noodwendig gelijk. Zijn het cylindervlakken, zoo zullen bij de warmte even als bij de statische electriciteit storende afwijkingen aan de uiteinden plaats hebben, die echter, bij genoegzame lengte der cylinders, voor de waarneming onmerkbaar kunnen worden, en met welke wij ons verder niet zullen inlaten.

Wij gaan thans tot het galvanische vraagstuk over. De wetten des galvanischen strooms zijn het eerst door OHM gegeven *). Hij schrijft den voortgang des strooms toe aan eene werking tusschen de aan elkander grenzende deeltjes. Om den electrischen toestand in elk punt eens geleiders te kenmerken, voert hij eene grootheid u in, analoog aan de temperatuur bij de warmte, en die hij *electroskopische kracht*, soms ook *electrische kracht* of *sterkte der electriciteit* noemt, maar die uit verschillende plaatsen van zijn werk blijkt identisch te zijn met de *digtheid* der electriciteit †). Is de electroskopische kracht van een deeltje grooter dan

---

*) OHM, *Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet.* Berlin, 1827.

†) Men zie onder anderen bl. 95, waar hij uitdrukkelijk zegt, dat de hoeveelheid electriciteit in eene gegevene ruimte gelijk is aan het product van de electroskopische kracht en van de grootte der ruimte.

die der naastliggende deeltjes, zoo geeft het daaraan electriciteit af, wier hoeveelheid in de tijdseenheid evenredig is aan het verschil der electroskopische krachten en aan het geleidend vermogen. Het is duidelijk, dat men op deze wijze tot dezelfde grondvergelijkingen van de beweging der electriciteit moet komen, welke door FOURIER voor de warmte gevonden zijn. Intusschen heeft OHM zijne theorie slechts toegepast op ketens, die uit lineaire geleiders bestaan. Zij is later door KIRCHHOFF voor het algemeene geval van geleiders van willekeurigen vorm ontwikkeld *). Zijne analyse leidt hem tot dezelfde vergelijkingen, die hierboven voor den stationnairen toestand der warmtebeweging zijn aangegeven.

Men beschouwe dus weder twee metalen oppervlakten A en B, waarvan de tweede de eerste omgeeft. Wordt A met de positieve pool eener galvanische batterij, B met de negatieve pool en tevens met den grond verbonden, en is de ruimte tusschen A en B met een electrolytisch vocht gevuld, zoo ontstaat een stroom van A naar B, die na zeer korten tijd in elk punt des vochts eene blijvende waarde aanneemt. Op dien toestand des strooms zijn de vergelijkingen (1) tot (4) zonder eenige wijziging toepasselijk. Alleen beteekent u de electroskopische kracht van OHM, a de grootte dier kracht aan de positieve pool, ϱ de stroomdigtheid in een element der oppervlakte A of B, en Q de hoeveelheid electriciteit, die in de tijdseenheid van A naar B vloeit.

In eene latere verhandeling †) is KIRCHHOFF op dit onderwerp teruggekomen. Hij merkt op, dat de voorstelling, die aan de theorie van OHM tot grondslag strekt, strijdig is met bekende wetten der statische electriciteit. Want

*) POGG., *Ann.*, 75. 189.

†) POGG., *Ann.*, 78. 506.

in de veronderstelling, dat een geleider door zijne geheele massa met electriciteit van gelijke digtheid bedeeld ware, zoude, volgens de grondstelling van OHM, geene beweging der electriciteit ontstaan; men weet echter, dat alsdan al de electriciteit zich naar de oppervlakte begeeft. KIRCHHOFF heeft daarom gemeend, eenen anderen weg te moeten inslaan, dien namelijk, welke de gewone theorie der statische electriciteit aanwijst. Het zij voldoende, hier te vermelden, dat hij ook langs dien weg dezelfde vergelijkingen teruggevonden heeft. De grootheid u houdt echter op, identisch te zijn met de digtheid der electriciteit; zij beteekent nu de potentiaal der gezamenlijke vrije electriciteit in het punt (x, y, z) des electroliets.

In de laatste plaats komt het vraagstuk der electrische condensatoren in aanmerking. Diegenen, welke de voorstelling van FARADAY aannemen, behandelen dit vraagstuk volmaakt op dezelfde wijze als het overeenkomstige galvanische. Zij kennen aan de isolerende stof tusschen de metaaloppervlakten des condensators een geleidend vermogen voor electrische influentie toe, de *specific inductive capacity* van FARADAY *). De wetten van OHM kunnen dus regtstreeks toegepast worden. De vergelijkingen (1) tot (4) blijven derhalve ook hier toepasselijk, u de sterkte der electrische polarisatie in het punt (x, y, z) des isolators zijnde.

De gewone theorie der statische electriciteit volgt e[en] geheel verschillenden weg. Volgens de onderzoekingen v[an] COULOMB neemt zij aan, dat elke electrische massa op e[lke] andere regtstreeks werkt in regte reden van het prod[uct] der massa's, en in omgekeerde reden van het kwadraat d[es] afstands. Ten einde de werking van al de aanwezige el[ec]triciteit in eenig punt (x, y, z) wiskundig uit te druk[ken,] verdeelt zij de ruimte, waarin zich de electriciteit bevi[ndt,]

*) FARADAY, *Experimental researches*, § 1252.

in oneindig kleine elementen, en voert eene functie u in, bepaald door de vergelijking

$$u = \int \frac{dm}{r}$$

waarin dm de hoeveelheid electriciteit is, bevat in een ruimte-element, waarvan de coördinaten zijn a, b, c, en positief of negatief genomen, naarmate de electriciteit positief of negatief is; $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$ de afstand der punten (x, y, z) en (a, b, c). De integratie, die tot a, b, c als veranderlijken betrekkelijk is, moet uitgestrekt worden over de geheele electriciteit bevattende ruimte. De differentiaalquotiënten van u ten opzigte van x, y, z, met het tegengesteld teeken genomen, dat is $-\frac{du}{dx}, -\frac{du}{dy}, -\frac{du}{dz}$, zijn dan de composanten der kracht, die de aanwezige electriciteit op de eenheid van positieve electriciteit, in het punt (x, y, z) geplaatst, uitoefent.

De functie u wordt de *potentiaalfunctie* der aanwezige electriciteit in het punt (x, y, z) genoemd. Ligt dit punt buiten de met electriciteit bedeelde ruimten, zoo voldoet u aan de vergelijking *).

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2} = 0 \quad \ldots\ldots (5)$$

Daar bij den condensator de positieve en negatieve electriciteiten op de twee metaaloppervlakten opgehoopt zijn, al deze vergelijking in elk punt des tusschengelegenen isolators bestaan moeten.

De potentiaalfunctie heeft in al de punten eens zamen-

*) GREEN, *An essay on the application of mathematical analysis etc.* Nottingham, 1828, § 1. Dit werk is ook afgedrukt in CRELLE's *Journ.*, Bd. 39, 44 en 47.

hangenden geleiders eene constante waarde *). In de oppervlakte A, welke met de electriciteitsbron in geleidend verband is, zal dus de potentiaalfunctie dezelfde waarde hebben als in de bron zelve, waar zij meer gewoonlijk de electrische spanning genoemd wordt Zij hare waarde $= a$. Daarentegen zal de potentiaalfunctie in de oppervlakte B, die met den grond verbonden is, $= 0$ zijn. Bij de vorige vergelijking voegen zich dus de twee volgende, waardoor de functie u volkomen bepaald wordt.

$$\left.\begin{array}{l} u = a \text{ in elk punt van A} \\ u = 0 \text{ in elk punt van B} \end{array}\right\} \dots\dots (6)$$

Noemt men verder ϱds de hoeveelheid, dus ϱ de digtheid der electriciteit in een element ds dier oppervlakten en du de differentiaal der naar het electrolietische vocht gerigte normaal in ds, zoo is †)

$$\varrho = -\frac{1}{4\pi}\frac{du}{dn} \dots\dots\dots\dots (7)$$

terwijl de hoeveelheid Q der op elke dier oppervlakten voorhanden electriciteit uitgedrukt wordt door de vergelijking:

$$Q = -\frac{1}{4\pi}\int\frac{du}{dn}\,ds. \dots\dots (8)$$

waarin de integratie over de geheele betrekkelijke oppervlakte uitgestrekt moet worden.

De vier vergelijkingen, hier uit de gewone theorie der electriciteit afgeleid, komen, wat den vorm aangaat, met de vroeger verkregene overeen. De twee eerste zijn zelfs

*) Green, § 2.

†) Dit volgt onmiddellijk uit vergel. (4) § 4 bij Green, daar in de geleiders, wier oppervlakten A en B zijn, $\frac{dV}{dw} = 0$ is.

identisch met (1) en (2). Daarentegen ontbreekt in de twee laatste de factor *k*, die in (3) en (4) voorkomt en van den aard der stof, welke de warmte of den galvanischen stroom geleidt, afhankelijk is. Sedert FARADAY opmerkzaam gemaakt heeft op den invloed, dien de isolerende stof op de sterkte der electrische influentie uitoefent, is het niet meer geoorloofd, dien te verwaarloozen en de isolatoren als onzijdige ligchamen te beschouwen. In dit opzigt bestaat in de gewone theorie eene leemte, die aanvulling vereischt. Dat dit geschieden kan, zonder de beginselen, waarop zij berust, te verzaken, is reeds door THOMSON *) aangetoond. De toestand, waarin een isolator door de nabijheid van een geëlectriseerd ligchaam gebragt wordt, kan gelijk gesteld worden aan dien van eene ijzermassa in de nabijheid eens magneets. Nu heeft POISSON, van COULOMBS wetten der aantrekking en afstooting op afstand uitgaande, eene wiskundige theorie van het magnetismus gegeven, welke ook op het geval, dat een isolator aan electrische influentie onderworpen is, mag toegepast worden. THOMSON gebruikt ter aangehaalde plaatse eene der door POISSON gevondene stellingen om daaruit het bewijs af te leiden, dat wanneer *k* de soortelijke inductive capaciteit der stof is, die der lucht = 1 gesteld zijnde, de invloed dier stof bij het verschijnsel der electrische lading hierin bestaat, dat bij dezelfde waarde der potentiaalfunctie in A de hoeveelheid electriciteit op A en B *k* maal grooter wordt, dan wanneer die stof door lucht vervangen werd. Dit komt hierop neer, dat wegens den invloed der isolerende stof de tweede leden der vergelijkingen (7) en (8) met den factor *k* vermenigvuldigd moeten worden. Hierdoor is de overeenstemming dier vergelijkingen met (3) en (4) volkomen hersteld.

Ik moet nog een woord bijvoegen over de kromme lij-

---

*) *Phil. Mag.* (4) 8, 54.

nen, langs welke volgens FARADAY de influentie zich van deeltje tot deeltje voortplant. Deze lijnen zijn aan de gewone theorie niet onbekend. Hierboven is reeds opgemerkt, dat de potentiaalfunctie in elke der oppervlakten A en B eene constante waarde heeft. Nu kan men tusschen A en B oneindig vele oppervlakten denken, in welke de potentiaalfunctie constant is, en die dus begrepen zijn in de vergelijking:

$$u = Const. \qquad (9)$$

Deze oppervlakten, gewoonlijk evenwigtsoppervlakten genoemd, bezitten de eigenschap, dat in elk harer punten het differentiaalquotiënt van u, genomen in eene de oppervlakte rakende rigting, nul is, terwijl het in de normale rigting zijne grootste waarde heeft. Hieruit volgt, dat de electrische kracht in elk punt, dat is, de resultante der krachten door al de aanwezige electriciteit uitgeoefend, op de door het punt gelegde evenwigtsoppervlakte normaal is. De kromme lijnen van FARADAY zijn dus niet anders dan de orthogonale trajectoriën der evenwigtsoppervlakten. Wanneer de isolator als onzijdig beschouwd wordt, hebben die krommen geene physische realiteit; neemt men daarentegen aan, dat hij aan electrische influentie onderworpen is, zoo geven zij de rigting aan, in welke de deeltjes des isolators gepolariseerd worden. Ik behoef naauwlijks bij te voegen, dat dezelfde lijnen ook in de theorie der warmte en des galvanischen strooms voorkomen. Het is langs die lijnen, dat de warmte zich voortplant; bij het galvanismus zijn zij de stroombanen.

Uit al het aangevoerde schijnt mij overtuigend te blijken, dat de belangrijke proeven van GAUGAIN, waardoor de analogie van den galvanischen stroom en van de lading door influentie in een helder licht geplaatst is, geen bewijsgrond opleveren, waardoor eene keus tusschen de strij-

dende electrische theoriën kan gewettigd worden. Deze theoriën schijnen mij veeleer nog in dezelfde periode te verkeeren, waarin die der emissie en undulatie van het licht zich bij den aanvang dezer eeuw bevonden, toen de verschijnselen der interferentie en dubbele straalbreking van het licht gebrekkig onderzocht, die der polarisatie geheel onbekend waren. De voorhandene feiten zijn niet voldoende, om eene beslissing aan te brengen. Nieuwe wijzen van onderzoek zullen daartoe beproefd moeten worden.

NOTICES

SUR UNE COLLECTION

DE POISSONS DE LA NOUVELLE HOLLANDE

FAITE À

PORT-JACKSON.

PAR

M.- P. BLEEKER.

Le Musée national de Leide ayant récemment reçu une collection de Poissons faite à Port-Jackson, le directeur de cet établissement M - SCHLEGEL m'a prié de vouloir bien les déterminer. Je me suis hâté à satisfaire à cette invitation et c'est à cet examen que sont dues les notices qui vont suivre. Je n'ai trouvé parmi ces poissons qu'une seule espèce qui me paraît inédite. La justesse du rapprochement que j'ai fait d'une autre espèce m'ayant paru douteuse, je n'ai pas cru inutile d'en donner la description. Pour les autres espèces je me suis borné à en citer les noms et les dimensions ou à noter quelques observations auxquelles a conduit l'examen que j'en ai fait. Les espèces de la collection ne sont qu'au nombre de 16, dont quelques-unes cependant sont nouvelles pour la connaissance de la faune de la Nouvelle Hollande.

Urolophus aurantiacus MH., Plag. p. 173, tab. 56 fig.

1; Schleg., Faun. Jap. Poiss. p. 307. = Pastinaca jeinorui Bürg. Mss.

Un individu de jeune âge. Longueur du disque 105''', largeur 123'''. Longueur de la queue jusqu'à l'anus 88'''. — Femelle.

Je ne vois pas cité cette espèce parmi les poissons de la Nouvelle Hollande.

Ostracion concatenatus Bl., Ausl. Fisch. Tab. 131; Bl. Schn., Syst. p. 498; Kp, Spec. Sclerod. Arch. Naturgesch. XXI, I p. 218 = *Ostracion stellifer* Bl. Schn., Syst. p. 499 tab. 98 = *Ostracion bicuspis* Blum., Abb. 58; Smith, Zool. South. Afric. Pisc. tab. 18 fig. A, B.

Un individe de 105''' de longueur. Les épines susorbitaires ont presque disparu; celles du dos et du ventre au contraire sont assez fortes. D'après la figure citée de A. SMITH ces épines subsistent quelquefois dans l'âge avancé, cette figure ayant plus de 250''' de longueur. C'est encore une espèce nouvelle pour la faune de la Nouvelle Hollande.

Aleuterius variabilis Richd., Ichth. Ereb. Terr. p. 67. tab. 53 fig. 1—7. = Monacanthus variabilis Rich. Ib. p. VIII.

Individu de 380''' de longueur.

Outre les bandelettes il y a de nombreuses petites taches rondes aux joues.

Région operculaire à plusieurs bandes longitudinales violettes. Un réseau de lignes violettes à la région postaxillaire. Une grande tache oblongue dorée ou orangée au milieu des flancs, au milieu de laquelle se dessinent plusieurs taches violettes irrégulières.

Le bout de la ventrale n'a point d'épines proprement dites, mais forme une protubérance peu apparente, obtuse et couverte de dents obtuses en pavé.

Les épines caudales très-fortes, au nombre de 6 au côté gauche et de 7 au côté droit.

La queue en avant des épines couverte de petites soies.

D. 2—40. P. 15. A. 37. C. 1/10/1. Cette formule est assez différente de celle donnée par Sir JOHN RICHARDSON sav. D. 2—35. P. 13. A. 33.

Pseudolabrus celidotus Blkr = Labrus celidotus Forst. Descr. anim. cur. Licht. p. 133; Bl. Schn., Syst. p. 265; Richd., Ichth. Ereb. Terr. p. 53 tab. 31 fig. 1—5 = Labrus poecilopleura Val., Poiss. XIII p. 95 = Sparus notatus Soland., Mss. = Julis (?) notatus Richd., Ann. Mag. Nat. Hist. 1843 XI p. 425 = Labrichthys celidota Günth., Cat. Acanth. Fish. IV p. 113.

Deux individus de 138‴ et 197‴.

Le petit individu montre des bandes transversales diffuses au corps et des taches à la dorsale et à l'anale, dont on ne voit rien dans le spécimen plus grand.

M. GÜNTHER a mal compris mon genre Labrichthys, qui est très-différent du genre Pseudolabrus et qui s'en distingue *non seulement* par un autre type du système dentaire pharyngien, mais aussi par un système d'écaillure fort différent de la tête et des nageoires, par une construction différente de la lèvre inférieure, etc. Si M. GÜNTHER avait connu mon espèce typique du genre Labrichthys (Labrichthys cyanotaenia) il ne serait probablement pas tombé dans cette erreur. Cependant j'ai nettement précisé les caractères des deux genres, mais M. GÜNTHER n'y a pas fait attention puisqu'il dit tout simplement (Cat. p. 112): BLEEKER has established the genus Labrichthys for L. cyanotaenia and

distinguished it from Pseudolabrus by the single series of teeth on the lower pharyngeal." Je note ici que mon savant ami paraît n'avoir compris non plus les caractères essentiels de mon genre Macropharyngodon, qui sont assez nombreux et assez importants pour ne pas pouvoir le confondre avec les genres Halichoeres, Platyglossus, etc.

Hypsipops microlepis Blkr = Glyphisodon antjerius, Glyphisodon biocellatus G. Benn., Proc. Zool. Soc. 1859 Pisc. tab. 9 fig. A = Parma microlepis Günth., Cat. Acanth. Fish. IV p. 57.

Un petit individu de 36'''. La bandelette sousorbitale bleue descend jusqu'au dessous de l'angle de la bouche.

Acanthistius serratus Gill, Proc. Acad. Nat. Scienc. Philad. 1862 p. 236 = Plectropoma serratum CV., Poiss. II p. 399; QG., Voy. Astrol. Poiss. p. 662 tab. 2 fig. 1; Hombr. Jacq. in Dumont d'Urvill., Voy. Pôle Sud Poiss. tab. 3 fig. 1; Günth., Cat. Acanth. Fish. I p. 163.

Je ne vois pas sur les deux individus du Musée de Leide, qui ont une longueur de 260''' et de 275''', la bande noire de la joue, mais les joues et les opercules y sont couverts de taches éparses rondes tout comme les flancs. Ces taches paraissent avoir le centre bleu, comme cela se voit dans le Plectropoma cyanostigma Günth., qui appartient au même genre, mais qui a le corps moins raccourci et les écailles plus nombreuses. Les taches du plus grand des deux individus sont notablement plus petites que dans l'autre.

Pagrus unicolor CV., Poiss. VI p. 162; Richd., Rep. ichth. Chin. p. 242; Günth., Cat. Ac. Fish. I p. 468 =

Chrysophys unicolor, QG., Zool. Voy. Uran. p. 299 = Pagrus guttulatus CV., Poiss. VI p. 160; Less., Voy. Coq. Zool. II p. 188.

Un individu de 128''' de longueur. Cette espèce est très-répandue et s'étend depuis le Cap de Bonne espérance jusqu'aux côtes de la Chine et de la Nouvelle Zéelande.

Arripis georgianus Jen., Zool. Beagle p. 14; Günth. Catal. Acanth. Fish. I p. 253 = Centropristes georgianus CV., Poiss. VII p. 451; Richd., Zool. Ereb. Terr. Fish. p. 117 tab. 54 fig. 3—6.

Un individu de 170''' de longueur. Le genre Arripis me paraît être voisin des genres Aphareus et Synagris, mais la structure de sa dorsale et de son anale avec leur base à gaîne squammeuse rappelle celles des espèces de Caesio et de Gerres. Un petit individu de 75''', que je crois de la même espèce, a le corps couvert de 11 ou 12 bandes transversales violâtres.

Scorpaena cruenta Sol.; Rich., Ann. Mag. Nat. Hist. IX p. 217; Günth., Cat. Ac. Fish. II p. 112 = Scorpaena ergastulorum Richd. l. c. = Scorpaena militaris Rich., Zool. Ereb. Terr. Fish. p. 22 tab. 14 fig. 1, 2.

Deux individus de 228''' et 236''' de longueur. La tache noire de la partie postérieure de la dorsale épineuse n'existe que sur le plus grand des deux individus. Tous les deux ont des taches rondes noirâtres et éparses au bas des flancs et à la face postérieure des pectorales. Les taches pectorales de l'individu à grande tache dorsale sont anguleuses, tandis qu'elles sont rondes dans l'autre individu.

Chironemus marmoratus Günth., Cat. Acanth. Fish. II p. 76; Gill, Cirrhit. in Proc. Ac. Phil. 1862 p. 113.

Un petit individu de 45''' de longueur.

Scorpis aequipinnis Rich., Ichth. Ereb. Terr. p. 121; Günth., Cat. Acanth. Fish. II p. 64.

Un individu de 124''' de longueur. Il paraît que les jeunes individus de cette espèce ont le corps relativement plus haut que les adultes. Sousorbitaire à dentelures assez sensibles. Base de la pectorale à tache triangulaire violette.

Amia fasciata Blkr = Mullus fasciatus White New. South-Wal. p. 268 fig. 1. = Apogon novemfasciatus CV, Poiss. II p. 154; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXII Perc. p. 28 et plur. loc.; Peters, Arch. Naturg. 1855 p. 234 = Apogon fasciatus QG., Voy. Freyc. Zool. p. 344 = Apogon balinensis Blkr, Verh. Bat. Gen. XXII Bali p. 5 = Apogon aroubiensis Hombr. Jacq., Voy. Pôle Sud, Poiss. p. 31 tab. 1 fig. 1.

Deux individus de 46''' et 67''' de longueur. Le genre Amia de Gronovius est le même que le genre Apogon de Lac. C'est donc à tort qu'on a adopté le nom Lacépédien. Le nom de Gronovius est de 1763. Le genre Amia L. qui est tout-différent de celui de Gronovius n'est publié qu'en 1766 dans la 12e édition du Systema Naturae et pourrait être nommé Amiichthys.

Upeneus spilurus Blkr, Verh. Bat. Gen. XXVI Jap. p. 68 tab. 2 fig. 2; Günth., Cat. Acanth. Fish. I p. 406.

Un individu de jeune âge de 81''' de longueur. On ne

connaissait jusqu'ici cette espèce que du Japon. C'est donc une espèce de plus que l'Australasie a de commun avec le Japon.

Agonostoma Forsteri Günth., Cat. Ac. Fish. IV p. 465 = Mugil albula Forst., Descr. anim. cur. Licht. p. 145 = Mugil Forsteri Bl. Schn., Syst. p. 120; CV., Poiss. XI p. 141; Richds., Ichth., Ereb. Terr. p 77 tab. 44 fig. 20—26 = Dajaus diemensis Rich., Proc. Zool. Soc. 1840 p. 25; Trans. Zool. Soc. III p. 123; Ereb. Terr. p. 37 tab. 26 fig. 1—4; Jen., Zool. Beagle Fish. p. 82.

Deux individus de 130''' et de 170'''. L'espèce habite autant la Terre de Diemen et de la Nouvelle Zéelande que la Nouvelle Hollande.

Eleotris mogurndna Rich., Ichth. Ereb. Terr. p. 4 tab. 2 fig. 1, 2; Günth., Cat. Ac. Fish. III p. 111?

Eleotr. corpore elongato, antice cylindraceo paulo altiore quam lato, postice compresso, altitudine 5 circiter in ejus longitudine; capite acutiusculo $3\frac{2}{5}$ ad $3\frac{2}{3}$ in longitudine corporis cum, 3 circiter in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{3}{5}$ circiter, latitudine $1\frac{3}{4}$ circiter in ejus longitudine; linea rostro-dorsali toto capite leviter convexa; oculis diametro $4\frac{1}{4}$ circiter in longitudine capitis, diametro $2\frac{1}{2}$ circiter in capitis parte postoculari, diametro 1 et paulo distantibus; capite vertice, rostro superne, operculo, praeoperculo genisque ubique squamato, squamis cycloideis mediocribus; rostro oculo breviore dimidio anteriore alepidoto; orbita superne squamis minoribus seriatis nullis; sulco oculo-suprascapulari parum conspicuo; praeoperculo poris conspicuis nullis; naribus posterioribus oculo

approximatis patulis, anterioribus rostri margini libero approximatis brevi-tubulatis; maxilla superiore maxilla inferiore breviore, sub oculi dimidio anteriore desinente $2\frac{1}{2}$ ad $2\frac{3}{5}$ in longitudine capitis; dentibus maxillis pluriseriatis acutis serie externa ceteris longioribus subaequalibus caninis vel caninoideis nullis; squamis corpore ctenoideis, 36 circiter in serie longitudinali, 11 vel 12 in serie transversali pinnam dorsalem radiosam inter et analem; squamis rostrum inter et pinnam dorsalem anteriorem 21 vel 22 in serie longitudinali; appendice anali brevi obtusa; pinna dorsali spinosa corpore plus duplo humiliore, obtusa, radiis penultimis ceteris longioribus; pinna dorsali radiosa dorsali spinosa sat multo altiore postice acutangula, radiis penultimis ceteris longioribus corpore minus duplo humilioribus; pinnis pectoralibus obtusis et ventralibus acutis 6 circiter, caudali obtusa rotundata 5 circiter in longitudine corporis; anali dorsali radiosa non humiliore postice acutangula; colore corpore superne olivaceo, inferne margaritaceo; vittis oculo-opercularibus 3 fuscis oblique postrorsum descendentibus; dorso mediisque lateribus irregulariter fuscescente maculato-variegatis; pinnis dorsalibus, anali caudalique radiis aurantiacis membrana dilute violascentibus, dorsalibus caudalique totis fere, anali basi tantum maculis parvis rotundis fuscis ornatis, dorsali spinosa roseo marginata; pinnis pectoralibus et ventralibus aurantiacis, pectoralibus basi macula oblonga transversa nigricante rubro cincta.

B. 6. D. 8—1/11 vel 8—1/12. P. 15. V. 1/5. A. 1/11 vel 1/12. C. 10/14/11 lat. brev. incl.

Hab. Port-Jackson (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo speciminis unici 92‴.

Rem. Je crois cette espèce l'Eleotris mogurndna Rich. quoique les descriptions de Sir J. RICHARDSON et de M. GÜNTHER parlent d'écailles plus petites (48 sur une rangée

longitudinale et 15 sur une rangée transversale), de rayons des nageoires plus nombreux (D. 8—1/12 ad 1/14 A. 1/13 vel 1/14 P. 16), etc. Aussi paraît-il que dans les individus plus âgés les écailles s'étendent jusque sur les orbites et sur la partie antérieure du museau. Si le nombre de 48 écailles sur une rangée longitudinale, donné par M. GÜNTHER, ne doit pas être lu 38, il se pourrait bien que l'individu de Leide appartint à une espèce distincte. C'est pourquoi je ne l'ai pas cru superflu d'en donner une description.

Gymnothorax jacksoniensis Blkr.

Gymnoth. corpore elongato compresso, altitudine $17\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine; capite valde acuto $9\frac{1}{2}$ circiter in longitudine corporis; altitudine capitis $1\frac{3}{4}$ circiter in ejus longitudine; oculis diametro 11 circiter in longitudine capitis; linea rostro-dorsali fronte concava, rostro et vertice convexa; naribus anterioribus tubulatis, posterioribus non tubulatis; rostro convexo, acuto, oculo duplo fere longiore, non ante maxillam inferiorem prominente; maxillis poris uniseriatis parum conspicuis cinctis; rictu post oculum producto $2\frac{1}{3}$ circiter in longitudine capitis; dentibus acutis; dentibus nasalibus periphericis uniseriatis inaequalibus 16 circiter, mediis 2 vel 3 elongatis subulatis mobilibus; dentibus palatinis biseriatis, serie externa utroque latere 14 circiter inaequalibus compressiusculis, serie interna utroque latere 3 subulatis mobilibus; dentibus vomerinis uniseriatis conicis brevibus 9 vel 10; dentibus inframaxillaribus lateralibus uniseriatis anterioribus biseriatis, lateralibus et anterioribus internis compressiusculis inaequalibus utroque latere 20 circiter, anterioribus serie externa ceteris multo brevioribus inaequalibus utroque latere 5 vel 6; apertura branchiali superne in dimidio corporis inferiore sita oculo non vel vix majore; cute laevi; linea

laterali inconspicua; pinna dorsali ante aperturam branchialem incipiente, corpore plus duplo humiliore; anali antice in 4ª sexta corporis parte incipiente dorsali duplo circiter humiliore; colore corpore pinnisque violaceo-fusco capite inferne ventreque tantum aurantiaco.

D. 345 circ. + A. 248 circ. + C. 10 circ. = D. + A. + C. 623 circ.

Hab. Port Jackson. (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo speciminis descripti 599‴.

Rem. Je ne retrouve pas cette espèce parmi les nombreuses formes du genre déjà décrites et je la crois donc nouvelle pour la science. Elle appartiendrait à la sousfamille des Thyrsoideinae et au genre Thyrsoidea de M. KAUP, si ces divisions étaient admissibles, ce que je ne saurais affirmer.

Leide, Mars 1863.

SUR DEUX NOUVELLES ESPÈCES

DE

CITHARICHTHYS

DE

SURINAME ET DE GUATIMALE.

PAR

M. P. BLEEKER.

Citharichthys guatimalensis Blkr.

Citharichth. corpore ovali, altitudine $2\frac{3}{5}$ circiter in ejus longitudine; capite $4\frac{3}{5}$ circiter in longitudine corporis, aeque alto circiter ac longo; oculis sinistris, minus diametro $\frac{1}{5}$ distantibus, superiore quam inferiore vix majore 5 circiter in longitudine capitis paulo ante inferiorem prominente; linea fronto-nuchali declivi rectiuscula; naribus non tubulatis, utroque latere approximatis; rictu curvato; maxillis subaequalibus, superiore usque ante oculi inferioris marginem superiorem adscendente, sub oculi inferioris partem posteriorem desinente, $2\frac{3}{5}$ circiter in longitudine capitis; dentibus maxillis conicis acutis parvis caninis nullis, utroque latere maxilla superiore numerosis postrorsum magnitudine decrescentibus, maxilla inferiore parcioribus intermaxillaribus majoribus subaequalibus; praeoperculo obtusangulo angulo rotundato; squamis praeoperculo in series verticales 8 circiter, operculo in series verticales 6 vel 7

dispositis; squamis corpore (conservatione mala deficientibus) utroque latere 45 circiter in serie longitudinali; linea laterali corpore antice parvum declivi, capite regione oculotemporali conspicua obliqua; pinna dorsali ante medium oculum superiorem incipiente et vix ante pinnam caudalem desinente radiis longissimis corpore plus triplo humilioribus; pinnis pectoralibus et ventralibus (ex parte abruptis); anali dorsali vix humiliore; caudali postice angulata $5\frac{2}{3}$ ad $5\frac{3}{4}$ in longitudine corporis; colore corpore latere oculari viridescente (?), latere anophthalmo albido, pinnis flavescente (?).

B. 6. D. 77. P. sin. 8 vel 9; dextr. 7 vel 8. V. 6. A. 57. C. 17.

Hab. Guatimala (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo speciminis descripti 145‴.

Citharichthys guianensis Blkr.

Citharichth. corpore ovali, altitudine $2\frac{1}{3}$ circiter in ejus longitudine; capite $4\frac{3}{5}$ circiter in longitudine corporis, sat multo altiore quam longo; oculis sinistris, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus, superiore quam inferiore paulo majore 4 et paulo in longitudine capitis, paulo ante inferiorem prominente; linea fronto-nuchali declivi convexiuscula; naribus utroque latere distantibus, posterioribus patulis, anterioribus brevi-tubulatis; rictu curvato; maxillis subaequalibus, superiore usque ante oculi inferioris marginem superiorem adscendente, sub medio oculo inferiore desinente, $2\frac{1}{3}$ circiter in longitudine capitis; dentibus maxillis conicis acutis parvis caninis nullis, utroque latere maxilla superiore numerosis postrorsum longitudine decrescentibus, maxilla inferiore parcioribus intermaxillaribus majoribus subaequalibus; praeoperculo obtusangulo angulo rotundato; squamis latere oculari capite corporeque ctenoideis, latere anophthalmo capite corporeque cycloideis, praeoperculo in series verticales

9 vel 10, operculo in series verticales 5 vel 6 dispositis; squamis trunco utroque latere 40 circiter in linea laterali, caudalibus quam suprascapularibus conspicue majoribus; linea laterali singulis squamis tubulo simplice notata, antice parum declivi, capite regione oculo-temporali conspicua-obliqua; pinna dorsali ante medium oculum superiorem incipiente et vix ante pinnam caudalem desinente, radiis longissimis corpore plus triplo humilioribus; pinnis pectoralibus acutiusculis, sinistra quam dextra longiore capite duplo fere breviore; ventralibus angulatis analem subattingentibus sed non cum anali unitis; ornati dorsali non vel vix humiliore; caudali postice angulata 5 et paulo in longitudine corporis; colore corpore latere oculari viridescente, latere anophthalmo albido, pinnis flavescente?

B. 6. D. 75. P. sin. 9, dextr. 8. V. 6. A. 55. C. 17.

Hab. Surinama, Guyana gallica.

Longitudo speciminis descripti 141'''.

Rem. Lorsque j'établis le genre Citharichthys (Sur quelques genres de la famille des Pleuronectéoïdes, Février 1862), je n'avais à ma disposition que deux espèces de ce genre, l'une provenant de Suriname et conservée au Musée de Leide sous le nom de Rhombus cayennensis et l'autre envoyée de Guatimale au même musée par M. DEBY. Ne connaissant point de descriptions qui s'appliquent à ces espèces je les crois nouvelles pour la science. Les seules descriptions d'espèces du genre Citharichthys, décrites jusqu'ici, semblent être celles du Citharichthys spilopterus Günth. de l'Atlantique intertropical et du Psettichthys sordidus Gir. de la Californie, cette dernière espèce, d'après mon savant ami M. GÜNTHER, étant un vrai Citharichthys. Ces deux espèces diffèrent des espèces actuelles tant par les formes et les proportions du corps et de la tête que par les couleurs et par la formule des rayons et des écailles,

cette dernière étant pour le Citharichthys spilopterus et le Citharichthys sordidus, comme suit.

Citharichthys spilopterus Günth. D. 76 à 78. A. 60 à 63. Ecailles 47 à 50.

Citharichthys sordidus Günth. D. 82. A. 72. Ecailles 60?

Le Citharichthys guatimalensis paraît être le plus voisin du Citharichthys spilopterus, mais n'a que 57 rayons à l'anale, les yeux plus grands, etc. Le Citharichthys sordidus se distingue suffisamment par ses nombreux rayons, surtout de l'anale, et le nombre des écailles, quoiqu'il ne soit pas noté, semble, au moins à en juger d'après la figure de M. GIRARD, être environ 60 dans la ligne latérale. Je note encore ici que j'ai retrouvé au Musée de Leide une espèce de Hemirhombus, qui ne se trouve pas dans le Catalogue de M. GÜNTHER. C'est le Syacium micrurum Ranzani, espèce qui a été très-bien décrite et figurée par M. RANZANI dans le 5e volume (1842) des Novi Commentarii Academiae Scientiarum Instituti Bononiensis.

Leide, Mars 1863.

SUR UNE NOUVELLE ESPÈCE

DE

SYNAPTURA DU CAP DE BONNE ESPÉRANCE

PAR

M. P. BLEEKER.

Synaptura microlepis Blkr.

Syn. corpore oblongo, altitudine 4 fere in ejus longitudine; capite obtuso rotundato $5\frac{2}{3}$ circiter in longitudine corporis, paulo altiore quam longo; oculis dextris, minus diametro 1 distantibus, superiore ante inferiorem prominente, diametro $7\frac{1}{2}$ circiter in longitudine capitis; rostro fimbriato fimbriis brevissimis, ante os prominente; naribus latere oculari anterioribus brevi-tubulatis, posterioribus patulis medio marginem oculorum anteriorem inter perforatis; naribus latere anophthalmo patulis minimis simplicibus; ore subantico rictu curvato sub oculo inferiore desinente; labiis mentoque cirris vel fimbriis nullis; dentibus maxillis latere sinistro tantum, pluriseriatis, setaceis; linea laterali antice verticem adscendente et curvatura amplectente; squamis dextro et sinistro latere ctenoideis, 170 ad 180 in serie longitudinali usque supra aperturam branchialem; squamis caudalibus quam squamis corpore antice vix vel non conspicue majoribus; pinnis dorsali, anali caudalique totis unitis radiis

simplicibus (ex parte fissis sed ramis contiguis); dorsali rostro infra oculum superiorem incipiente, anali non altiore, corpore plus quintuplo humiliore; caudali obtusiuscule rotundata; pinna pectorali dextra acutiuscula capite duplo fere, pectorali sinistra acutiuscula capite quadruplo circiter breviore; ventralibus subaequalibus parvis oculo vix longioribus, anum non amplectentibus; ano sinistro latere perforato; corpore pinnisque dextro latere olivascente fuscescente reticulato-nebulato, sinistro latere albido.

B. 6. D. 99. C. 18. A. 75. P. dextr. 9, sinistr. 8. V. 4/4.

Hab. Promont. Bonae spei (Mus. Lugd. Bat.).

Longitudo speciminis descripti 176'''.

Rem. La seule espèce de Synaptura connue du Cap de bonne espérance a été décrite par M. KAUP sous le nom de Synaptura pectoralis, mais cette espèce doit être bien différente de l'espèce actuelle, parce que la pectorale droite y est plus longue que la tête dont la longueur ne serait que d'un septième de la longueur totale, et parce que les rayons de la dorsale et de l'anale y sont beaucoup plus nombreux. sav. D. 116. A. 87.

Les espèces de Pleuronectéoïdes du Cap paraissent être peu nombreuses. PAPPE, dans son Synopsis of Edible Fishes at the Cape of Good Hope, ne parle que du Solea vulgaris, qui d'après M. DE CASTELNAU serait un Plagusia, qu'il a décrit sous le nom de Plagusia capensis (Mémoire sur les Poissons de l'Afrique australe). M. KAUP parle de trois espèces du Cap, le Heteromycterus capensis Kp, le Synaptura pectoralis Kp et le Trulla capensis Kp. (Uebersicht der Soleinae et Uebers. der Plagusinae Arch. Naturgesch. 1858, I); et je ne sais pas que depuis on y ait ajouté de nouvelles formes. Le Synaptura microlepis est donc la cinquième espèce qu'on vient de reconnaître aux mers du Cap, et à ces espèces vient encore se joindre une sixième, qui,

de même que le Synaptura microlepis a été envoyée du Cap au Musée de Leide par feu M. HORSTOK. Cette sixième espèce n'est autre que le Pegusa impar ou le Solea impar Benn. comme on pourra s'en convaincre par la description qui va suivre, espèce du reste, qui est un exemple de plus d'espèces méditerranéennes qui s'étendent jusqu'à la pointe australe de l'Afrique.

Pegusa impar Günth., Cat. Fish. Brit. Mus. IV p. 468.

Peg. corpore oblongo, altitudine 3 circiter in ejus longitudine; capite obtuso rotundato 5⅘ circiter in longitudine corporis, sat multo altiore quam longo; oculis dextris, diametro 1 fere distantibus, superiore ante inferiorem prominente, 7 circiter in longitudine capitis; rostro fimbriato fimbriis brevissimis, unco ante os prominente; naribus latere oculari maxillae margini approximatis brevi-tubulatis tubulo anteriore quam posteriore longiore, latere anophthalmo magnis simplicibus disco infundibuliformi lato ubique fimbriato marginibus libero perforatis; rostro, vertice, mentoque latere anophthalmo villosis; ore infero, rictu curvato sub oculo inferiore desinente; labiis mediocribus parum conspicue papillatis vel fimbriatis; dentibus maxillis latere anophthalmo tantum pluriseriatis acutis parvis; linea laterali recta, capite latere oculari verticem adscendente et curvatura lata amplectente; squamis utroque latere ctenoideis, latere oculari 100 circiter, latere anophthalmo 115 circiter in serie longitudinali usque supra aperturam branchialem; squamis caudalibus quam squamis corpore antice vix vel vix conspicue majoribus; pinnis dorsali et anali a caudali distinctis sed cum basi ejus subunitis, basi squamosis, radiis simplicibus; dorsali rostro infra oculum superiorem incipiente, corpore plus quadruplo humiliore; anali dorsali paulo humiliore; pectoralibus subaequalibus acutiusculis capite minus triplo brevioribus; ventralibus aequalibus liberis acutiuscule ro-

tundatis capite plus quadruplo brevioribus; caudali obtuse rotundata $6\frac{3}{4}$ circiter in longitudine corporis; colore corpore latere oculari olivaceo fusco vel nigricante-violaceo nebulato-marmorato, latere anophthalmo albido; pinna pectorali dextra dimidio apicali medio macula magna nigra.

B. 6. D. 74. P. dextr. 8 sin 8. V. 5. A. 59. C. 21.

Syn. ? *Pleuronectes nasutus* Pall., Zoogr. Ross. As. p. 427.
Solea impar Benn., Proc. Comm. Zool. Soc. I p. 147; Günth., l. c.
Solea lascaris Bp., Faun. Ital. Pesc.; Canestr., Arch. Zool. I p. 38, tav. 4 fig. 1 (nec Risso).
Solea nasuta Nordm., Voy. Démid. Russ. mér. Zool. III, Poiss. tab. 31; Kessl., Bull. Soc. imp. Natur. Mosc. 1859, II p. 442.

Hab. Promont. Bonae spei (Mus. Lugd. Batav.).

Longitudo speciminis descripti 174‴.

Leide, 2 *Avril* 1863.

NOTICE

SUR LE GENRE

ICHTHYOPHIS LESS. ET SUR L'ICHTHYOPHIS TIGRINUS ET L'ICHTHYOPHIS PANTHERINUS DE LESSON.

PAR

M.- P. BLEEKER.

Les espèces du genre Ichthyophis ont été placées dans le système sous les noms génériques de Muraenoblenna, d'Ichthyophis et d'Uropterygius. Moi même j'ai décrit autrefois l'Ichthyophis tigrinus Less. sous le nom générique de Muraenoblenna et l'Ichthyophis micropterus et l'Ichthyophis xanthopterus sous celui d'Uropterygius.

L'espèce typique du genre Muraenoblenna Lac., le Muraenoblenna olivacea, n'étant connue que d'après le peu de mots qu'en a dit son auteur, ne pourra servir à déterminer si les véritables espèces d'Ichthyophis sont du même genre. Le genre Muraenoblenna reste donc douteux, mais on connaît très bien l'espèce typique du genre Ichthyophis

de Lesson, et c'est avec ce type, qu'ayant comparé l'Ichthyophis pantherinus Less., l'Uropterygius micropterus et l'Uropterygius xanthopterus, j'ai été conduit à réunir ces espèces sous une même dénomination générique.

LESSON n'a pas bien rendu les caractères du genre. Il se distingue, selon lui, du genre Muraenophis Lac. (Gymnothorax Bl.) par le caractère très-remarquable de n'avoir absolument aucune nageoire et de *n'en montrer aucun rudiment*. Moi-même, me fiant trop à l'assertion de LESSON, j'ai adopté autrefois ce caractère, mais ayant depuis examiné de nouveau l'Ichthyophis tigrinus, ainsi que l'Ichthyophis pantherinus, j'ai trouvé dans ces deux espèces les nageoires rudimentaires entourant la partie terminale de la queue, qui ont conduit M. RÜPPELL, qui les observa dans une espèce de la Mer Rouge, à établir son genre Uropterygius, genre qui répond exactement au genre Ichthyophis. Quant au genre Channomuraena Rich., lui aussi présente des rudiments de nageoires verticales, mais dans son espèce typique la physionomie est très-différente de celles des espèces d'Ichthyophis et elle paraît en effet être d'un genre distinct, se laissant reconnaissaître tant par ses formes et par sa large gueule que par l'absence de dents vomériennes. Le genre Aphthalmichthys Kp montre aussi le caractère de nageoires verticales rudimentaires entourant le bout de la queue, mais se distingue suffisamment du genre Ichthyophis par ses yeux rudimentaires et cachés sous la peau, par la proéminence de la mâchoire inférieure, par sa dentition différente, par des formes du corps plus allongées, etc. C'est un genre qui est plus voisin du genre Moringua Gr.

L'Ichthyophis tigrinus et l'Ichthyophis pantherinus ont été fort-bien figurées dans la Zoologie du Voyage de la Coquille et les figures ont plus de mérite que les descriptions de ces espèces de LESSON et les font parfaitement

reconnaître. Aussi c'est bien positivement l'Ichthyophis tigrinus, dont j'ai publié une nouvelle description dans mon Huitième mémoire sur la faune ichthyologique de l'île d'Amboine (Act. Soc. Reg. Scient. Ind. Neerl. II. p. 93). Depuis j'ai retrouvé aussi l'Ichthyophis pantherinus et j'en donne ici une description détaillée.

Il est essentiel de noter ici que ces deux espèces ont été confondues par M. KAUP dans son „Catalogue of Apodal Fishes" et que son article sur le Muraenoblenna tigrina n'est qu'une série d'erreurs, produites à ce qu'il paraît parce que M. KAUP n'a pas observé le vrai Ichthyophis tigrinus Less. et qu'il a confondu trois autres espèces très distinctes, qu'il a données pour une seule et auxquelles il a appliqué le nom spécifique de LESSON qui n'appartient à aucune d'elles.

Ce que M. KAUP dit brièvement dans sa diagnose du genre Muraenoblenna et de son Muraenoblenna tigrina ne pourrait s'appliquer dutout à l'Ichthyophis tigrinus Less. mais va très-bien, en partie au moins, à l'Ichthyophis pantherinus Less. M. KAUP cite le Musée de Leide pour les individus de son Muraenoblenna tigrina, mais ce Musée ne possède pas l'Ichthyophis tigrinus Less. mais bien l'Ichthyophis pantherinus Less., et c'est cette espèce qu'il a prise pour le tigrinus. Et ce que M. KAUP dit par rapport aux prétendus jeunes du tigrinus, l'examen que j'en ai pu faire, m'a appris qu'ils appartiennent à deux espèces fort-différentes, qui sont ni le tigrinus ni le pantherinus et dont l'une appartient même à un genre différent. Les individus à stries blanches aux joues, dont parle M. KAUP et qui sont étiquettés Muraenoblenna tigrina Kp au Musée de Leide, sont à ne pas en douter les mêmes qu'a observés M. KAUP, mais ces individus appartiennent bien positivement à mon Gymnothorax polyuranodon, sur lequel

M. KAUP à établi ailleurs son genre Polyuranodon. Enfin les très-jeunes individus du Muraenoblenna tigrina Kp, que j'ai retrouvés aussi au dit Musée ne sont que des individus mal conservés de mon Ichthyophis micropterus (Uropterygius micropterus), espèce que M. KAUP a supposée à tort être la même que l'Uropterygius unicolor Rüpp.

De ce que je viens de dire, il résulte que le Muraenoblenna tigrina Kp. n'est qu'un échafaudage d'éléments hétérogènes, de l'Ichthyophis pantherinus Less., de l'Ichthyophis micropterus Blkr et du Gymnothorax polyuranodon Blkr, et qu'il ne représente nullement, même pas en partie, l'espèce pour laquelle M. KAUP l'a voulu donner.

Il paraît donc ne pas être superflu de publier de nouveau des descriptions détaillées des deux espèces Lessoniennes, et on peut même dire qu'une description exacte de l'Ichthyophis pantherinus Less. est nécessaire, parce que celle de LESSON est si peu signifiante, qu'on n'y saurait reconnaître cette espèce.

Ichthyophis tigrinus Less., Descr. Ichthyoph. Mém. Soc. d'Hist. nat. Paris IV p. 399; Zool. Voy. Coquille, II p. 129, Atl. Poiss. tab. 12; Rich., Ichth. Ereb. Terr. p. 96.

Ichthyoph. corpore valde elongato compresso, altitudine 28 ad 30 in ejus longitudine; capite acuto convexo $13\frac{1}{2}$ ad 13 in longitudine corporis, vertice elevato; altitudine capitis $2\frac{2}{3}$ circiter in ejus longitudine; oculis diametro 11 ad 13 in longitudine capitis; linea rostro-dorsali vertice et rostro convexa, fronte concaviuscula; rostro elevato oculo duplo circiter longiore; naribus anterioribus et posterioribus tubulatis, posterioribus interocularibus, anterioribus rostri apici approximatis; rictu longe post oculum producto 3 circiter in longitudine capitis; dentibus conico-subulatis acutis ex parte mobilibus; dentibus palatinis anterioribus

biseriatis, posticis uniseriatis, utroque latere serie externa 12 circiter, serie interna 5 vel 6; dentibus nasalibus periphericis biseriatis 12 ad 16, mediis uniseriatis 2 vel 3; dentibus vomerinis uniseriatis 3 vel 2 tantum; dentibus inframaxillaridus anticis biseriatis ceteris uniseriatis, utroque latere serie externa 16 circ., serie interna 4 vel 5; apertura branchiali oculo non vel vix majore, vix supra mediam altitudinem corporis sita; linea laterali conspicua nulla; vestigiis pinnarum dorsalis, caudalis et analis vix conspicuis sub cute crassa occultis; ano antice in 4ª quinta corporis parte sito; colore corpore aurantiaco-umbrino; capite totoque corpore maculis magnis et mediocribus rotundiusculis nigricante- vel violaceo-fuscis flavescente cinctis, irregulariter dispositis; rostro maxillisque guttis et guttulis sat numerosis fuscis.

D. 16 circ. + C. 10 circ. + A. 20 circ. = D. C. A. 46 circ.

Syn. *Ichthyophis tigré* Less., Descr. Ichth. l. c.; Zool. Voy. Coquille l. c.

Muraenoblenna tigrina Blkr, Act. Soc. Reg. Sc. Ind. Neerl. II. Achtste bijdrage vischf. Amboin. p. 93 (nec Kp).

Hab. Java (Prigi); Cocos (Nova-Selma); Amboina, in mari.

Longitudo 2 specimin. descript. 475‴ et 830‴.

Ichthyophis pantherinus Less., Zool. Voy. Coquille II p. 131, Atl. Poiss. tab. 13.

Ichthyoph. corpore valde elongato valde compresso, altitudine 22 ad 23 in ejus longitudine; capite acuto convexo 11 et paulo in longitudine corporis, vertice elevato; altitudine capitis 2 et paulo in ejus longitudine; oculis diametro 15 circiter in longitudine capitis; linea rostro dor-

sali vertice et rostro convexa, fronte concaviuscula; rostro elevato oculo duplo circiter longiore; naribus anterioribus et posterioribus tubulatis, posterioribus interocularibus, anterioribus rostri apici approximatis; rictu longe post oculum producto $2\frac{3}{4}$ circiter in longitudine capitis; poris rostro-frontalibus, supramaxillaribus et inframaxillaribus bene conspicuis longitudinaliter uniseriatis; dentibus acutis ex parte subulatis elongatis mobilibus; dentibus palatinis triseriatis utroque latere serie externa parvis confertis sessilibus 40 circ., serie media et serie interna mobilibus distantibus, serie media 18 circ. iis serie externa longioribus, serie interna 10 circ. iis serie media longioribus; dentibus nasalibus periphericis triseriatis serie externa 30 circ. parvis confertis sessilibus, serie media 14 circ. mobilibus iis serie externa longioribus, serie interna 8 vel 10 mobilibus iis serie media longioribus; disco nasali medio dentibus 4 ad 6 subulatis mobilibus dentibus ceteris longioribus; dentibus vomerinis biseriatis 14 circ. plurimis mobilibus; dentibus inframaxillaribus triseriatis, utroque latere serie externa 50 circ. parvis confertis sessilibus, serie media et serie externa mobilibus distantibus, serie media 20 circ. iis serie externa longioribus, serie interna 12 circ. iis serie media longioribus; apertura branchiali oculo paulo majore, inferne in dimidio corporis superiore perforato; linea laterali conspicua nulla; vestigiis pinnarum dorsalis, caudalis et analis vix conspicuis sub cute crassa occultis; ano antice in 3ª quinta corporis parte sito; colore corpore superne umbrino-fuscescente, inferne flavescente vel aurantiaco; capite corporeque maculis minoribus et majoribus rotundis et irregularibus fuscis, plurimis diffusis et ex parte coalescentibus variegatis et submarmoratis.

D. 8 circ. + C. 10 circ. + A. 22 circ. = D. C. A. 40 circ.

Syn. *Ichthyophis panthérin* Less., Zool. Voy. Coquille II p. 131, Atl. Poiss. tab. 13.
Muraenoblenna tigrina Kp, Cat. Apod. Fish. p. 98 ex parte (nec Blkr ol.).
Hab. Java, Archipelag. Moluccens., in mari.
Longitudo speciminis descripti 601‴.

Leide, Mai 1863.

NAAM-REGISTER

OP DE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN,

NATUURKUNDIGE AFDEELING,

DEEL XI TOT XV. 1861 TOT 1863.

ANDRAU, XII. 117.
BAEHR (G. F. W.), XI. 868.
BALLOT (C. H. D. BUYS), XI. 11, 405. XII. 18, 117. XIII. 430. XV. 360.
BASTANT (L. G.), XII. 116, 153.
BAUMHAUER (E. H. VON), XI. 10, 128, 409. XII. 289, 314, 326. XIII. 59, 154. XIV. 1.
BLEEKER (P.), XI. 408. XII. 28, 64, 81, 228. XIII. 94, 218, 274, 422. XIV. 95, 99, 113, 123, 302, 371, 390, 400, 417. XV. 19, 30, 32, 70, 235, 239, 254, 257, 261, 265, 442, 452, 456, 460.
BLUME (C. L.), XIII. 205.
BOSCH (R. B. VAN DEN), XI. 300.
BOSQUET (J.), XI. 108. XIV. 345.
BREDA (J. G. S. VAN), XI. 202. XIII. 154. XV. 118.
BRONDGEEST (P. Q.), XV. 267.
BRUTEL DE LA RIVIÈRE (P. M.), XIV. 305.
BUCHNER (O.), XI. 251. XII. 26. XIII. 15.
BUYSMAN (J.), XI. 255.
CONRAD (F. W.), XI. 13. XII. 196. XIII. 206, 220, 315.
CONRAD (J. F. W.), XI. 24.
DELPRAT (J. P.), XII. 209. XV. 77, 103.

DISSEL (J. A. VAN), XII. 158, 287.
DONDERS (F. C.), XI. 159. XIII. 24, 32, 68, 75. XIV. 351. XV. 121, 402, 408.
DOIJER (D.), XIV, 351.
DUBANT, XI. 254, 398.
ELIAS (P.), XI. 69.
FREMERY (JAMES DE), XIII. 141.
GENDT (VAN), XI. 23. XII. 3.
GEUNS (J. VAN), XI. 29, 335. XII. 157. XIII. 213.
GHYBEN (J. BADON), XII. 189.
GRESNIET, XIII. 17.
GUNNING (J. W.), XI. 149.
HAAN (D. BIERENS DE), XII. 160. XIV. 15. XV. 316.
HALBERTSMA (H. J.), XI, 350, 360. XII. 164. XIII. 330. 348.
HALL (H. C. VAN), XII. 245.
HARTING (P.), XI. 10, 34, 39, 265, 286, 337. XII. 20, 95, 119, 290. XIII. 150.
HASSELT (A. W. M. VAN), XI. 132, 221. XII. 130. XIII. 116, 316, 460. XV. 120, 3:5.
HOEVEN (J. VAN DER), XII 15, 83, 155, 292. XIV. 147, 270. XV. 52.
HOLST (C.), XI. 127.
HÖRNES (M.), XV. 425.
KAISER (F.), XIII. 161. XV. 119, 173, 321.
KEMP (P. V. D.), XIII. 22.
KLEYN (W.), XIV. 414.
KOLK (J. L. C. SCHROEDER VAN DER), XII. 298. XIII. 1, 28.
LEEMANS (C.), XIII. 463. XV. 117.
LIHARZIK, XI. 29.
LOBATTO (R.), XII. 5. XIII. 198.
MAIER (P. J.), XIII. 110.
MATTHES (C. J.), XII. 185. XV. 51.
MESCH (A. H. VAN DER BOON), XI. 261, 338. XIII. 462. XV. 224, 226, 286, 359.
MIQUEL (F. A. W.), XI. 217. XIII. 382. XV. 363.
MOORSEL (VAN), XI, 10, 36.
MULDER (CL.), XIII. 458. XIV. 9.
MULDER (G. J.), XIII. 154.
OUDEMANS (C. A. J. A.), XI. 400. XII. 183, 203. XIV. 318. XV. 362.
OUDEMANS (J. A. C.), XI. 133. XIII. 450. XV. 50.
RAUWENHOFF (N. W. P.). XI. 400.

Rees (R. van), XI. 36, 259. XIII. 24. XV. 428.
Sauren, XIII. 67, 143.
Schlegel (H.), XII. 101.
Stamkart (F. J.), XI. 5, 67, 99, 392. XIII. 85, 208. XIV, 303, 410. XV. 59.
Staring (W. C. H.), XII. 256. XIII. 129. XV. 55.
Strootman (J.), XV. 423.
Sypesteyn (C. A. van), XIV. 414. XV. 50.
Tomasini (G.). XIV. 408.
Verdam (G. J.), XIV. 149, 377.
Verloren (M. C.), XI. 129. XIV. 146.
Vollenhoven (S. C. Snellen van), XIII. 263, 270. XV. 1, 8.
Vriese (W. H. de), XIII. 72, 144, 268.
Vrolik (W.), XI, 220, 258. XII, 21, 133, 294. XIII. 1, 28, 155, 318. XV. 293.
Weiss (H.), XI. 4.
Willigen (V. S. M. van der), XIII. 43, 56, 250, 468. XIV. 286. XV. 229, 389.

ZAAK-REGISTER

OP DE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN,

NATUURKUNDIGE AFDEELING.

DEEL XI TOT XV. 1861 TOT 1863.

AANTEEKENINGEN (Ontleedkundige), XIII. 380.

AARD-MAGNETISMUS (Horizontale intensiteit van het), XIII. 35.

ACCOMODATIEBREEDTE, Zie OOG.

ADOLIAS (Diagnoses specierum novarum e genere Lepidopterum diurnorum) XIII. 270.

ALCOHOL (Over de digtheid van), en van mengsels van Alcohol en Water, X. 10, 36.

ALCOHOLOMETRIE (Over), door middel van den areometer en thermometer, XI. 409. XII. 297. XIII. 24.

D'ALEMBERT, Zie BEGINSEL.

ANILIN (Over) en de daaruit voortgebragte Kleurstoffen XI. 261.

ANTIDOXION FULVICORNE (Over eene merkwaardige soort van tweevleugelig Insect), XV. 1.

ARACHNOTHERA (Cinnyris longirostris). (De nestbouw van), XII. 95.

BADZOUT (Over het) en de moederloog, verkregen uit het Jodium-houdend water van de Dessa Moelong op Java, XII. 326.

BANDA-ZEE, Zie ZEE.

BEGINSEL (Toepassing van het) van D'ALEMBERT overeenkomstig de rekenwijze van LAGRANGE, XI. 258. XII. 5.

BEITELS (Over de zoogenaamde) van Amiens, Abbeville enz., XI. 202.

BEKER (De Slangen-) van Ceylon, XII. 180. XIII. 116.

BIBLIOGRAPHIE (Over het bewerken en uitgeven eener) van Nederl. werken over Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, XI. 10, 39.

BLIKSEM-AFLEIDERS (Onderzoek van de op Meerenberg geplaatste), XI. 217, 259.
BOOGPIJLEN (Over vergiftigde), XI. 221.
BRACHIOPODES (Notice sur deux nouveaux), XIV, 345.
CANALIS SCHLEMMII (Bijdrage tot de Geschiedenis van den), XI. 360.
CELSTOF (Over de tusschen-) en hare verhouding, XIII. 218.
CUPULIFEREN (Uitkomsten, verkregen bij eene herziening van eenige Javaansche), XII. 203. XIII. 144, 268.
CYCADEëN (Over de) in Nieuw-Holland, XV. 363.
DEELERS (Iets over het vinden van de) der getallen en der vergelijkingen tot elkander, XIII. 430.
DIATOMEëN in den bodem van Nederland, XV 55.
DIPTERA (Beschrijving van eenige nieuwe soorten van), XV. 8.
DRACAENA DRACO LINN. (Bijdrage tot de kennis van), XI, 384, 400.
ELECTRISCHE RINGEN (Over), XIII. 250 XV. 229.
„ (Over) ontlading in het luchtledige, XV, 389.
ELECTROSTATISCHE INFLUENTIE (Over de analogie der) des galvanischen strooms en der warmtegeleiding, XV. 428.
FICEAE (Over de geographische verspreiding der), XIII. 382.
FLUORESCENTIE, XIII. 463.
FOUTEN (Persoonlijke), Zie WERKTUIG.
FUNCTIëN (Formules betrekkelijk de vermenigvuldiging der elliptische) van de eerste soort, XI. 368.
FRAGMENTEN (Brief van H. WEISS getiteld:) XI. 4, 34.
GEZIGTSSCHERPTE (Over verminderde), Zie OOG.
GRONDSOORTEN (Onderzoek van), verkregen bij eenige boringen nabij Zutphen, XIII. 65, 150.
HART (Bijdrage tot de kennis der onregelmatige ontwikkeling van het), XIII, 348.
HARTSLAGEN (Nieuwe methode om het aantal en den duur der) te registreren, XV. 267.
HERTENHOORN (Fragmt. van een' opgedolven), XI. 132, 220.
HOOFDASSEN (Bijdrage tot de meetkundige theorie der) van Ligchamen, XIV. 149.
„ (Aanteekening op de Verh. over de), XV. 377.
HYMENOPHYLLACEAE (Eerste bijdrage tot de kennis der), XI. 300.
INSECTEN (Brief van den Min. van Binnenl. Zaken omtrent het werk over de Nederlandsche), XI. 23.
„ (Omtrent de terminologie der geledingen bij de pooten der), XV. 52.

INTÉGRALES DÉFINIES (Bijvoegsel op de Tables d'). XII. 160. 185.
„ „ . (Over een herdruk der Tables V). XV. 316.
INTÉGRALES-DOUBLES (Note sur la réduction des) qui expriment le volume et la surface totale de l'ellipsoïde, XIII. 193.
INTENSITEITS KOMPAS (Opmerking omtrent het gebruik van het). XI. 68, 99.
KLEURSTOF (Over eene) uit Japan, XV. 226, 286, 359.
KOPER (Over het al of niet vergiftig karakter van het), XIII. 430.
KRAAKBEEN: (Cart. Thyreoïdea). (Over de lamina mediana van het schildswijze), XI. 350.
LENZEN (Over het bepalen van de kromtestralen der oppervlakten van sphaerische), XI. 183.
„ (De nieuwere) stelsels van MERZ en van HARTNACK, XI. 365.
„ (Bepaling van den brandpuntsafstand van), XV. 402.
LICHTENBERGSCHE FIGUREN (De), XIV, 286.
LIMBOURG (Coup-d'oeil sur la répartition géologique et géographique des restes organiques du terrain crétacé du), XI. 108.
LOGARITHMENTAFELS (Iets over), XIV. 15.
LOI DE LA CROISSANCE (Exposé de la méthode d'investigation pour constater la) dans les animaux, XI. 29.
MAGNEETNAALD (Over de grootere storingen der), XII. 18.
MAGNETO-ELECTRISCHE (Over het vermogen der) machine, XI. 69.
MALFATTI (Bijdrage betreffende het vraagstuk van), XII. 189.
MARS (Waarnemingen omtrent de Planeet), bij haren tegenstand in het jaar 1862. XV. 321.
MERCURIUS (Waarneming van den overgang van) voorbij de Zonneschijf, 12 Nov. 1861, XIII. 450.
MERIDIAAN-CIRKEL (Eerste waarnemingen met den) aan de nieuwe sterrewacht te Leiden, XIII 161.
METEOORSTEENEN (Mededeelingen omtrent), XI. 251. XII. 21, 116. XIII. 15, 59, 458. XIV. 1, 9. XV. 118, 360, 425.
MUSCULUS THORACICUS (Over den), XII. 164.
NASSAU (Hertogdom), Zie ZEE.
OLIFANTEN (Bijdrage tot de geschiedenis van de), voornamelijk van E. Sumatranus, XII. 101.
„ (Over het eigenaardig maaksel van de Lever bij de), XII. 298.
OOG (Het lichtbrekend stelsel van het menschelijk) in gezonden en ziekelijken toestand, XI. 159, XIII. 32.
„ (De ligging van het draaipunt van het), XIV. 351.

OOG (De formule der accomodatiebreedte, getoetst aan de inwendige veranderingen van het), XV. 408.

ORANG-OUTANG (Note sur l'enecphale de l'), XIII. 1, 28.

ORCHIDEëN (Over de structuur van de luchtwortels der), XI. 127, 217

OSSEMENTS fossiles de l'époque diluvienne trouvés dans la Néerlande et les Contrées voisines, XII. 256.

PAALWORM (Onderzoek naar de uitwerking van middelen tot wering van den). XI. 23. Ter. naval. Ter. marina, 129, 255, XII. 8. Tweede Versl. 133, XIII. 17, 19, 312. Derde Versl. 318, XIV. 414, XV. 50. Vierde Versl. 298, 423.

PEIL (Mededeelingen omtrent het Amsterdamsche), XIV. 410.

PLANTEN (Bijdragen tot de Organographie der), XII. 245.

POTTO (Over eene nieuwe soort van), XIV. 147.

REFLECTIE (Over de Constanten van) voor Indigo, XIII. 48, voor Bloedsteen, XIII. 56.

RENTES VIAGÈRES (Méthode d'approximation pour le calcul des), XIII. 159, 208.

RUNDEREN. Zie VOEDSEL.

SCHEDEL (Beschrijving van een' Magyaren- en van een' Esthlander), XII. 83.

" (Voorstel aangaande den typischen vorm van den Nederlandschen), XII. 20, 119, 292, 294.

SCHEDELBOUW (Over den) der Papoeaas en der Alfoeren, XIII. 155.

SLABBER'S Natuurkundige Verlustingen (Aanteekeningen over MARTINUS), XIV. 270.

SPIN (Oranje-), XV. 120.

STEENTJES (Over) uit den waterval Imatra in Finland, XV. 117, 224.

STOMATES (Beantw. der vraag: Si les), dérivent de cellules épidermiques ou bien de cellules parenchymatiques sousjacentes? XIV. 318.

STRABISMUS (Refractie-Anomaliën, Oorzaken van), XV. 121.

THERMOMETER- EN BAROMETERSTANDEN (Over tafels van gemiddelde) op eenige plaatsen van Europa en bijzonder van Nederland, XI. 5, 11.

TORTUE DE MAASTRICHT (Sur les restes du Mesosaurus et de la), XIII. 129.

TRALIEBRUGGEN (Over het bepalen der krachten door de belasting der) in de deelen van de liggers ontwikkeld, XV. 77.

TUBERCULOSIS (Over), XII. 157.

VERZAKKING TE NIJMEGEN (Vervolg), XI. 18, XII. 196, XIII. 20, 206, 220, 315, XV. 103.

VOEDINGSMIDDELEN IN NEDERLAND (Voorstel omtrent de behoefte eener algemeen geldende wettelijke regeling van het toezigt op de), XI 128, 216, 338, 397.

VOEDSEL (Over het al of niet schadelijke van het gebruik als) van vleesch van aan besmettelijke ziekten gestorven Rundvee, XII. 288, XIII. 24, 68, 75, 143.

VISCH-SOORTEN (Mededeeling omtrent), nieuw voor de kennis der Fauna van Singapoera, XII. 28.

Over de Vischfauna van het eiland Pinang, XII. 64.

Over de geslachten der *Scaroïden*, XII. 228.

Conspectus generum *Labroïdeorum*, analyticus, XIII. 94.

Over een nieuw geslacht van *Cychloïden* van de Goudkust, XIII. 218.

Synonyma *Labroïdeorum* Indo-Archipelagicorum hucusque observatorum revisa, XIII. 274. Species novae, 297.

Sur quelque genres de la fam. des *Pleuronectoïdes*, XIII. 422.

9ième Art. sur la Faune Ichth. de l'île de Ternate, XIV. 95. — Xième Notice etc., XV. 265.

6ième Mém. Sur la Faune Ichth. de l'île de Batjan, XIV. 99.

Notice sur le genre *Trachinus* Art. et ses espèces, XIV. 113.

Notices Ichthyologiques (I—X), XIV. 128.

Déscription de quelques espèces nouvelles de Silures de Suriname, XIV. 371.

Notice sur les Genres Parasilures, Eutropiichthys Pseudeutropius et Pseudopangasius, XIV. 390.

Notice sur les genres Trachelyopterichthys, Hemicetopsis et pseudocetopsis, XIV. 400.

XIIIième Mém. sur la Faune Ichth. de l'île d'Amboine, XV. 19.

Glyphidodon Westerm., nouv. Espèce de Java, XV. 30.

Sur les genres de la Fam. des Cobitioïdes, XV. 32.

Trois espèces nouv. de Siluroïdes de l'Inde Archip., XV. 70

Nieuwe soort van Brama (Abramis), XV. 235.

Description de quelques espèces nouv. de Cyprinoïdes du Ceylan, XV. 239.

Description d'une nouv. espèce du genre Nemacheilus, XV. 254.

Sur une nouv. espèce de poisson du Japon, appartenant à un nouv. Genre, XV. 257.

Notice sur les noms de quelques genres de la fam. des Cyprinoïdes, XV. 261.

Collection de poissons de la Nouv. Hollande faite à Port-Jackson, XV. 442.
Deux nouv. espèces de Citharichthys de Suriname et de Guatimale, XV. 452.
Nouv. espèce de Synaptura du Cap de Bonne Esperance, XV. 456.
Sur le genre Ichthyophis Less. et sur l'Ichthyoph. tigrinus et l'Ichthyoph. pantherinus de Lesson, XV. 460.

WATERAFVOER in Kanalen en Waterleidingen. (Over eene benaderde formule tot het berekenen van den) XII. 209.

WATER van een artetischen put te Samarang (Scheikundig onderzoek van), XIII. 110.

WATEREN (Middel ter vergelijking van), XI. 149.

WERKTUIG ter bepaling van persoonlijke fouten bij sterrekundige waarnemingen, XV. 119, 178.

IJ (Omtrent den gemiddelden stand van het water in het), XIV, 308.

IJZER (Opmerking omtrent de geschiktheid van), om tijdelijk gemagnetiseerd te worden, XI. 392.

ZEE (Onderzoek van organ. voorwerpen opgehaald uit de Banda-), XI. 123, 286, 377.
„ (Grondsoorten uit de Banda-), XI. 338. XII. 15.
„ (Over de middelbare hoogte der), met betrekking tot het Amst. peil, gewoonlijk aangewezen door de letters A.P. (Aanvraag van de Regering van het Groot-Hertogdom Nassau aan den Min. van Binnenl. Zaken), XIV. 412. XV. 59.

ZEEWATER en gronden omstreeks de Straat van Gibraltar (Onderzoek van), XII. 117, 289, 314.
„ (De werking van het) op het metaal der schepen, XIV. 305.

INHOUD

VAN

DEEL XV. — STUK 3.

bladz.

Voorloopig Verslag der waarnemingen omtrent de planeet *Mars*, bij haren tegenstand in het jaar 1862, volbragt aan de Sterrewacht te Leiden. Door F. KAISER .... 321.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 28 Maart 1862 .... 353.

Over de Cycadeeën in Nieuw-Holland. Door F A. W. MIQUEL .... 363.

Aanteekening op de Verhandeling over de Hoofdassen van Ligchamen, voorkomende in Deel XIV (bladz. 149 en verv.) van de *Verslagen en Mededeelingen* der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Afdeeling *Natuurkunde*. Door G. J. VERDAM .... 377.

Over Electrische Ontlading in het luchtledige. Door V. S. M. VAN DER WILLIGEN. *(Met eene Plaat.)* .... 389.

Bepaling van den Brandpuntsafstand van Lenzen. Door F. C. DONDERS .... 402.

De Formule der Accommodatiebreedte, getoetst aan de inwendige veranderingen van het Oog. Door F. C. DONDERS .... 408.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 24 April 1863 .... 421.

Over de analogie van de theoriën der electrostatische influentie, des Galvanischen Strooms en der Warmtegeleiding. Door R. VAN REES. 428.

Notices sur une collection de Poissons de la Nouvelle Hollande faite à Port-Jackson. Par M.- P. BLEEKER .... 442.

Sur deux nouvelles espèces de Citharichthys de Suriname et de Guatimale. Par M.- P. BLEEKER .... 452.

Sur une nouvelle espèce de Synaptura du cap de Bonne Espérance. Par M.- P. BLEEKER .... 456.

Notice sur le genre Ichthyophis Less. et sur l'Ichthyophis tigrinus et l'Ichthyophis pantherinus de Lesson. Par M.- P. BLEEKER .... 460.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken .... blz. CV—CXLVII.



GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Zestiende Deel.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1864.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

INHOUD

VAN HET

ZESTIENDE DEEL.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

Vergadering	gehouden	op	den	30sten Mei	1863.	blz.	1.
〃	〃	〃	〃	27sten Junij	〃	〃	160.
〃	〃	〃	〃	3den October	〃	〃	280.
〃	〃	〃	〃	31sten 〃	〃	〃	327.
〃	〃	〃	〃	28sten November	〃	〃	369.

VERHANDELINGEN.

F. KAISER, Berigt omtrent de photographische onderzoekingen aan de Sterrewacht te Leiden . . . . blz. 13.

D. BIERENS DE HAAN, Bijdragen tot de Theorie der bepaalde Integralen, N°. IV—VII . . . . " 28.

H. J. HALBERTSMA, Normaal en abnormaal Hermaphroditismus bij de Visschen. (*Met eene Plaat*) . . . " 165.

C. A. J. A. OUDEMANS, Mededeeling aangaande een bloeijenden Pandanus Spurius RUMPH. ♀ uit den Kruidtuin te Amsterdam . . . . " 179.

H. C. VAN HALL, Opmerkingen over eenige plantaardige geneesmiddelen uit Java . . . . " 188.

CL. MULDER, Over het buitengewoon uitgroeijen van de snijtanden bij verschillende knaagdieren. (*Met twee Platen*) . . . . " 206.

F. W. CONRAD, Tegenwoordige stand der werken van het Kanaal van Suez. (*Met eene Kaart*) . . . . blz. 226.

C. A. J. A. OUDEMANS, Mededeeling aangaande een bloeijend exemplaar van Encephalartos Altensteinii LEHM. ♂ uit den Kruidtuin te Amsterdam . . . " 251.

——————— Over de beteekenis der verhevenheden aan de oppervlakte der zaden van Strychnos nux Vomica Z. . . . . " 260.

——————— Over de groefjes (Foveolae) aan de oppervlakte der bladen van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis . . . . " 269.

C. H. D. BUYS BALLOT, Over het vormen van de vergelijkingen tusschen de zijde en de diagonalen van een regelmatigen *n*-hoek en hare eigenschappen . . " 293.

——————— Sur la pression moyenne de l'Atmosphère en plusieurs lieux de l'Europe . . . . " 335.

P. BLEEKER, Notice sur la Faune Ichthyologique de Siam . . . . " 352.

P. BLEEKER, Deuxième notice sur la Faune Ichthyologique de l'île de Saparoua . . . . blz. 359.

——— Notice sur quelques Poissons de l'île Grand-Key . . . . " 362.

——— Notice sur quelques Poissons de l'île de Noussa-Laut . . . . " 364.

——— Notice sur la Faune Ichthyologique des îles Arou . . . . " 366.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 30sten MEI 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, R. VAN REES, C. A. J. A. OUDEMANS, C. J. MATTHES, W. VROLIK, A. W. M. VAN HASSELT, R. LOBATTO, F. J. STAMKART, J. G. S. VAN BREDA, A. H. VAN DER BOON MESCH, L. J. A. VAN DER KUN, P. ELIAS, F. W. CONRAD, P. HARTING, J. W. L. VAN OORDT, J. VAN GEUNS, W. C. H. STARING, C. H. D. BUYS BALLOT, F. KAISER, J. VAN DER HOEVEN, E. H. VON BAUMHAUER, N. W. P. RAUWENHOFF, J. BOSSCHA JR.

Het Proces-Verbaal der Gewone Vergadering van den 24sten April j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Wordt gelezen een brief van den Heer SNELLEN VAN VOLLENHOVEN (Leiden, 28 Mei 1863), waarin, onder verontschuldiging over het niet bijwonen dezer vergadering, ter kennisneming en ter plaatsing

in de boekerij wordt aangeboden eene *Monographie des Scutellérides de l'Archipel Indo-Neerlandais*, welke verdient beschouwd te worden als eersteling eener door den schrijver te bewerken entomologische Fauna van onze Oost-Indische bezittingen. Wordt tot plaatsing, in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging besloten.

Worden gelezen brieven van de Heeren BLEEKER en CL. MULDER, ter verontschuldiging over het niet bijwonen dezer vergadering. — Aangenomen voor berigt.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 25 April 1863. N°. 3710); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 Mei 1863); 3°. E. J. BRILL (Leiden, 30 April 1863); 4°. H. W. SCHROEDER VAN DER KOLK (Maastricht, 17 Mei 1863); 5°. J. TIDEMANN ('s Gravenhage, 26 Mei 1863, N°. 584); 6°. QUETELET, Secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique (Brussel, 12 Mei 1863); 7°. J. ROSENTHAL, zweiter Secretär der Physicalisch-Medicinischen Gesellschaft in Würzburg (Wurzburg, 20 April 1863); 8°. WEITENWEBER, beständ. Secretär der Konigl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften (Praag, 28 Maart 1863).

Wordt tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging besloten.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 25 April 1863, 5e Afd. N° 215); 2°. H. VOLLENHOVEN, Referendaris, Chef der 5e Afdeeling bij het Departement van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 25 April 1863); 3° VAN DER MAESEN DE SOMBREFF ('s Gravenhage, 25 April 1863, N°. 3868); 4°. Minister van Justitie ('s Gravenhage, 27 April 1863, A. S. N°. 98); 5°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 8 Mei 1863, N°. 45); 6°. Minister van Koloniën ('s Gravenhage, 28 April, lett. Atr N°. 22); 7°. Minister van Marine ('s Gravenhage, 27 April 1863, litt. A, N°. 13); 8°. Directeuren der Nederlandsche Handelmaatschappij (Amsterdam, 30 April 1863); 9°. BERGMAN, Tweeden Bibliothecaris der Leidsche Hoogeschool (Leiden, 29 April 1863); 10°. P. J. VERMEULEN, Bibliothecaris der Hoogeschool te Utrecht (Utrecht, 24 April 1863); 11°. W. A. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Hoogeschool te Groningen (Groningen, 7 Mei 1863); 12°. P. NIJHOFF, Bibliothecaris der openbare Bibliotheek te Arnhem (Arnhem, 30 April 1863); 13°. D. BUDDINGH, Bibliothecaris der Koninkl. Akademie te Delft (Delft, 1 Mei 1863, N°. 135); 14°. W. J. A. HUBERT, Archivaris en Bibliothecaris der stad Zutphen (Zutphen, 25 April 1863); 15°. EELCO VERWIJS, Archivaris-Bibliothecaris der provincie Friesland (Leeuwarden, 27 Mei 1863); 16°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap te Utrecht (Utrecht, April 1863); 17°. J. TIDEMANN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage,

27 April en 21 Mei 1863, N°. 508 en 574); 18°. N. MEES en H. MULLER, Voorzitter en Secretaris der Hoofd-Commissie van het Rotterdamsch Leeskabinet (Rotterdam, 27 April 1863); 19°. POLMAN KRUSEMAN, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap van Wetenschappen (Middelburg, 25 April 1863); 20°. J. ENSCHEDÉ, Secretaris van het tweede Genootschap van TEYLER's stichting (Haarlem, 25 April 1863); 21°. J. A. VAN EYK, Secretaris der Vereeniging voor Volksvlijt (Amsterdam, 29 April 1863); 22°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 7 en 23 Mei 1863, N°. $\frac{135}{1227}$, $\frac{135}{1236}$); 23°. J. W. GUNNING, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, 4 Mei 1863); 24°. D. F. VAN DER PANT, Eersten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 24 Mei 1863); 25°. B. F. MATTHES, Correspondent der Akademie (Makasser, 14 Maart 1863); 26°. H. HELMHOLTZ, Buitenlandsch lid der Akademie; 27°. J. C. CONESTABILE, Buitenlandsch lid der Akademie (Orleans, 28 Mei 1863); 28°. QUETELET, Secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique (Brussel, 14 Januarij 1863); 29°. ROSENTHAL, Zweiter Secretär der Physicalisch-Medicinischen Gesellschaft in Würzburg (Wurzburg, 1 Februarij 1863); 30°. W. R. WEITENWEBER, best. Secretär der Königl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften (Praag, 15 April 1863); 31°. J. P. LESLEY, Secretaris en Bibliothecaris der American Philosophical Society te Philadelphia (Philadelphia, 17

September 1862); 32°. RENARD, Secretaris der Société impériale des Naturalistes de Moscou (Moscou, 22 April 1863).

Wordt besloten al deze brieven aan te nemen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 4 Mei 1863, N°. 144, 5e Afdeeling), ten geleide van een brief van de directie van het mineraliën-kabinet te Weenen, betreffende het meteoorverschijnsel van 4 Maart j.l. De Secretaris berigt, dezen brief in handen gesteld te hebben van de H.H. VON BAUMHAUER en BUYS BALLOT, die de Afdeeling zullen dienen van ontwerp-antwoord aan den Minister.

Op noodiging van den Voorzitter, draagt de Heer VON BAUMHAUER, ook in naam van den Heer BUYS BALLOT, het volgend ontwerp voor:

De Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen werd door Uwe Excellentie bij missive van 15 April j.l. 5de Afdeeling N°. 172 uitgenoodigd, tot mededeeling van haar gevoelen omtrent het antwoord te geven op eene missive van Zijner Majesteits Gezant te Weenen, van 31 Maart j.l., betrekkelijk een verzoek van den Directeur van het mineralogisch kabinet van Weenen Dr. MORITZ HÖRNES, om mededeelingen omtrent het in ons Vaderland op 4 Maart dezes jaars des avonds ten 7 ure waargenomen meteoorverschijnsel, alsmede tot verkrijging voor genoemd kabinet van een gedeelte van den meteoorsteen, indien een zoodanige was gevonden.

Als vervolg op genoemde missive ontving de Afdeeling

eene tweede missive van Uwe Excellentie in dato 4 Mei 1863, 5de Afdeeling N°. 144, over hetzelfde onderwerp, waarbij missiven gevoegd waren van genoemden Directeur Dr. M. HÖRNES, en van den Hofrath HAIDINGER.

Onder terugzending der door Uwe Excellentie toegezonden stukken, heeft de Afdeeling de eer aan Uwe Excellentie mede te deelen, dat uit al de door de Akademie ingewonnen berigten met groote waarschijnlijkheid het besluit kan getrokken worden, dat op 4 Maart j.l. een meteoorsteenval heeft plaats gehad in de provincie Noord-Brabant; de juiste plaats, waar die val geschied is, kan uit den aard der zaak moeijelijk opgegeven worden, dewijl het verschijnsel onverwacht plaats vindt, en het dus een toeval is, wanneer het waargenomen wordt door personen, wier bepaling van rigting, afstand, hoogte, enz. vertrouwen verdient.

Onder de vele berigten, bij een lid dezer Afdeeling ingekomen, blijven de meest juiste de waarnemingen te Utrecht, te 's Hertogenbosch, te Horst bij Venlo en te Maastricht, met de waarneming te Enkhuizen, bij een ander lid ingezonden, volgens welke op den 4den Maart j.l. te 6 ure 55 min. des namiddags, juisten middelbaren tijd van Amsterdam, zich eensklaps een helder licht verspreidde en uit het N.N.W. een vuurbol te voorschijn kwam, die in het eerst bijna den dubbelen diameter der maan had. Aan den zuidelijken horizon was hij tot op $\frac{1}{18}$ van den oorspronkelijken diameter verminderd, en de kleur, die aanvankelijk blaauwachtig wit was, in een vurig rood veranderd. Onder het nederdalen spatteden er kleine vuurstralen uit den bol, terwijl even boven den horizon een dikke, donkerbruine damp opging. Van geraas heeft men te Enkhuizen niets gehoord.

De reden waarom alleen deze waarneming uitvoerig vermeld wordt is daarin gelegen, dat de eerstgenoemde reeds

in een bijzonder schrijven aan den Heer HAIDINGER zijn medegedeeld en dat zij met het geheel der ingekomen berigten te vinden zijn in het *Wochenblatt für Astronomie, Meteorologie und Geographie* von Professor HEIS N°. 18, 19 en 20, en in een stukje door Dr. KRECKE bewerkt, waarvan een afdruk aan Uwe Excellentie voor den Heer HAIDINGER zal worden gezonden.

Professor Dr. E. HEIS te Munster heeft uit de meest geloofwaardige waarnemingen, die hem grootendeels door leden onzer Afdeeling zijn medegedeeld, den loop van dat meteoor berekend, en is tot het besluit gekomen, dat zijn val heeft plaats gevonden tusschen Breda en Tilburg, ongeveer in de rigting van 's Gravenduinkapel links naar Alphen.

Weder heeft zich de bij meteoorverschijnselen zeer gewone zinsbegoocheling voorgedaan, dat ieder waarnemer, zelfs zij die op een zeer aanmerkelijken afstand waren van de plaats waar de steen vermoedelijk is gevallen, b.v. in Groningen, Gelderland, Noord-Holland, Utrecht enz., gemeend heeft een gloeijend ligchaam op zeer korten afstand van de plaats van waarneming op de aarde te zien neêrvallen, zoodat velen zijn gaan zoeken, en zoo zij eene steenmassa vonden, die iets voor hen ongewoons vertoonde, die voor een meteoorsteen hebben gehouden. Deze zijn echter allen door een lid onzer Afdeeling, die eene meer bepaalde studie van meteoorsteenen en meteoorijzermassen heeft gemaakt, onderzocht; hare zamenstelling en struktuur bewezen genoegzaam haren aardschen oorsprong, zoodat de bij dit natuurverschijnsel vermoedelijk gevallen steen of steenen, zooverre aan de Afdeeling bekend is, tot op dit oogenblik niet zijn gevonden.

De groote waarschijnlijkheid, dat één of meer meteoorsteenen op 4 Maart in de provincie Noord-Brabant zijn gevallen, en de wetenschappelijke waarde, welke gehecht

wordt aan het onderzoek van deze nu en dan op onze aarde vallende meteoormassa's, hebben reeds eenige leden onzer Afdeeling aan wetenschappelijke personen aldaar doen schrijven met verzoek om nasporingen te willen bevorderen

Daar echter deze steenen bij hunnen val eene groote snelheid hebben en dus zeer diep in losse gronden kunnen indringen, zoude een zoeken naar steenen op de oppervlakte van den bodem tot geen resultaat leiden. Aan den landbouwer moet worden gevraagd, of hij zich ook herinnert bij het bewerken van zijn land na 4 Maart j.l. eene ongewone holte of gat in den grond te hebben ontwaard, terwijl de grond rondom dit gat was opgeworpen. Was dit het geval, zoo zoude het uitgraven van den grond op die plaats tot ongeveer eene el diepte, mogelijk tot het vinden der voor ons nog verloren meteoorsteen of steenen of ijzermassa's kunnen leiden. Deze nasporingen zijn echter tot nu toe vruchteloos gebleven.

De Afdeeling hoopt, dat het persoonlijk onderzoek van Professor HEIS, die, volgens schrijven aan een lid der Afdeeling, op dit oogenblik Noord-Brabant doorreist, met een beter gevolg moge bekroond worden, en dat het dezen ijverigen natuuronderzoeker moge gelukken, door het vinden van eene meteoormassa, te bewijzen, dat de door hem berekende loopbaan van den vuurbol de ware is.

Indien werkelijk eene meteoormassa wordt gevonden, zal de Afdeeling haren invloed gebruiken tot het verkrijgen van een stuk daarvan voor het Mineralogisch Kabinet van Weenen.

Op het voorlezen van dit ontwerp volgt eene wetenschappelijke wisseling van gedachten, waaraan de H.H. J. VAN DER HOEVEN, VON BAUMHAUER, VAN BREDA, KAISER, BOSSCHA, BUYS BALLOT deel nemen.

Daarin worden ter spraak gebragt het gemis van bewijs dat de meteoorsteen in Noord-Brabant gevallen is; de mogelijkheid; dat zulks elders kan plaats gehad hebben; de onvoldoende bepaling der grootte van het meteoor; de wijze, waarop de slag na het uiteenspatten ontstaat, enz.

Na sluiting der beraadslaging, vereenigt de vergadering zich eenpariglijk met het ontwerp en wordt tot de verzending daarvan aan den Minister van Binnenlandsche Zaken besloten.

De Secretaris berigt, met schrijven van de H.H. C. en P. VAN DER STERR (Helder en Amsterdam, 11 Mei 1863), ontvangen te hebben Tabellen van waargenomen waterhoogten, welke hij der Commissie *over de daling van den bodem in Nederland* ter hand heeft gesteld.

Wordt gelezen een brief van den Heer BLEEKER, ten geleide van een *Notice sur le genre Ichthyophis* LESS., *et sur l'Ichthyophis tigrinus et l'Ichthyophis pantherinus de* LESSON, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen.* Zij wordt in handen gesteld van de Commissie van Redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer BUYS BALLOT ten geleide voor de *Verslagen en Mededeelingen* eener Verhandeling *Over het vormen van de vergelijkingen tusschen de zijden en de diagonalen van een*

regelmatigen n-hoek en hare eigenschappen. Zij wordt in handen gesteld der Commissie van Redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer CL. MULDER (Groningen, 28 Mei 1863), ten geleide eener Verhandeling, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen, Over het buitengewone uitgroeijen van de snijtanden bij verschillende knaagdieren.* Zij wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

Worden gelezen twee brieven (Leeuwarden, 30 April en 1 Mei 1863) van den Heer J. G. OTTEMA, ten geleide eener Verhandeling *Over de beweging van de Zon en het Planetenstelsel in de ruimte zonder gravitatie verklaard.* Zij wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

De Secretaris berigt, dat de Verhandelingen, aangeboden door de H.H. VAN HALL, BLEEKER, HALBERTSMA, BADON GHYBEN en BUYS BALLOT, door de Commissie van Redactie zijn aangenomen.

De Heer STARING spreekt *Over het voorkomen van diluviale gronden op Java,* en biedt daarover eene Verhandeling aan voor de *Verslagen en Mededeelingen,* welke wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

De Heer OUDEMANS doet eene mededeeling over

Encephalartos Altensteinii LEHM., handelt voorts *Over de groefjes aan de oppervlakte der bladen van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis*, en spreekt ten slotte *Over de beteekenis der Verhevenheden aan de oppervlakte der zaden van Strychnos nux vomica.*

Over het gesprokene ontstaat eene wisseling van gedachten tusschen de H.H. VAN DER BOON MESCH, OUDEMANS, VAN DER HOEVEN, VROLIK en HARTING, na wier sluiting de drie over gezegde onderwerpen voor de *Verslagen en mededeelingen* aangeboden Verhandelingen, worden gesteld in handen van de Commissie van Redactie.

De Heer BUYS BALLOT deelt mede, dat de Luit. t. Z. 2de Kl. H. A. SIRKS, aan boord van Z. M. Citadel van Antwerpen, in den morgen van den 24sten Januarij 1863, van half acht tot negen uur, op de reede van Soerabaya eene sterk ontwikkelde halo heeft waargenomen en met het sextant heeft gemeten. Dit is zeker in de tropische gewesten een ongewoon verschijnsel in die mate van ontwikkeling en verdient daarom zeer de aandacht. Er waren toch te zien de twee kringen A en B om de zon, bogen van de rakende cirkels (C) aan A en (D) aan B, de geheele horizontale witte ring door de zon gaande, 2° breed, met twee, drie sterk verlichte plaatsen, op 100° (120° langs den rug) ter weêrszijde van de zon en een tegenover de zon en gekleurde bijzonnen omstreeks de snijpunten van den cirkel A met dezen ring.

De breedte van A en D was 3°, van B en C 4°. De inwendige stralen van A en B waren $23\frac{1}{2}$ en

47°, van C en D 45° en ruim 20°, waarbij men in het oog moet houden, dat deze laatste wegens het niet zigtbaar zijn van hun middelpunt, op ruim 72° van de zon gelegen, nog moeijelijker waar te nemen zijn.

De bogen van C en B waren ieder ongeveer 60° lang, zoodat zij beiden bijna tot aan hunne wederkeerige ontmoeting zigtbaar waren; van A was de bovenste helft en van D bijna de onderste helft zigtbaar. Het zal de vraag zijn of het *Meteorologisch Journaal*, dat weldra in zal komen, ook voor de tropische gewesten eenigzins koudere dagen na dit verschijnsel zal vermelden, gelijk dit naar den regel in onze breedten plaats heeft.

Niemand heeft iets verder voor te dragen en de Vergadering wordt gesloten.

BERIGT

OMTRENT DE

PHOTOGRAPHISCHE ONDERZOEKINGEN

AAN DE

STERREWACHT TE LEIDEN.

DOOR

F. KAISER.

Reeds sedert eenige jaren heeft men zich beijverd om de photographie aan de sterrekunde dienstbaar te maken en van den uitslag dier pogingen is, in binnen- en buitenlandsche tijdschriften, een ophef gemaakt, alsof de photographie tot de grootste der weldaden behoorde, die der sterrekunde immer zijn te beurt gevallen. Een onbedrevene in de sterrekunde, die nooit een hemellicht door eenen goeden kijker heeft beschouwd, moge getroffen worden als hij, bij eene wereldtentoonstelling, een photographisch beeld van de zon of de maan ontmoet, en de geest des tijds moge het medebrengen alle nieuwigheden te aanbidden, de onbevooroordeelde beoefenaar der sterrekunde moet verklaren, dat de photographie tot heden voor die wetenschap nog slechts weinig vruchten heeft gedragen en dat die kunst verbazende vorderingen zal moeten maken, om, voor de sterrekunde, te kunnen beantwoorden aan de verwachtingen, die zij heeft opgewekt.

Mijn zoon Dr. P. J. KAISER heeft, in het Akademisch proefschrift over de toepassing der photographie op de sterrekunde, dat door hem in de maand Junij des verledenen jaars werd verdedigd, een historisch kritisch verslag gegeven van de pogingen, die men tot op dien tijd, voor het photographisch afbeelden van hemellichten, had aangewend. Uit dat geschrift kan het blijken aan hoe weinig voortbrengselen op dat gebied eenige wetenschappelijke waarde moet worden toegekend. De Heer WARREN DE LA RUE, in de nabijheid van Londen, slaagde, met zijn grooten spiegelteleskoop, boven alle anderen in het photographisch afbeelden der maan, waarop hij zich meer bepaaldelijk had toegelegd. BOND te Cambridge in Noord-Amerika en SECCHI te Rome, die hunne reuzenkijkers voor het photographisch afbeelden der maan hebben aangewend, kwamen hem het meest nabij,* terwijl BOND zich veel moeite heeft getroost, om de photographie aan het uitmeten van heldere dubbele sterren dienstbaar te maken. Aan het Observatorium te Kew en aan de woning van den Hoogleeraar in de Godgeleerdheid, den Rev. W. SELWIJN, te Ely in het graafschap Cambridge, wordt de zon stelselmatig photographisch afgebeeld. Hebben deze pogingen eenige waarde voor de wetenschap, alle overige waren nutteloos en werden ook, vermoedelijk meer nog om hare moeijelijkheid dan om hare kostbaarheid, spoedig weder opgegeven.

De Heer WARREN DE LA RUE heeft iedereen in staat gesteld om te beoordeelen welke waarde thans aan het photographisch afbeelden van hemellichten moet worden toegekend. Hij heeft namelijk eenige zijner best gelukte afbeeldingen der maan overgegeven aan de photographen SMITH, BECK en BECK te Londen, opdat zij, tot stereoskopische paren, op glas, vereenigd, in den handel gebragt en voor iedereen verkrijgbaar zouden worden. Ik bezit zulk een paar stereoskopisch-photographische afbeeldingen

der maan, van den Heer WARREN DE LA RUE herkomstig, en eene daarvan is juist die van den 22sten Februarij 1858, welke door den Heer WARREN DE LA RUE, in het Athenaeum van den 7den Februarij dezes jaars, eene der volkomenste wordt genoemd, die hij tot stand heeft kunnen brengen. Vermoedelijk is die photographie in zich zelve niet minder volkomen dan de zeer groote photographiën der maan op papier, die door den Heer WARREN DE LA RUE in den laatsten tijd vervaardigd zijn, maar die ik nog niet beoordeelen kan, omdat de exemplaren, die de Heer WARREN DE LA RUE mij ten geschenke heeft gezonden, nog niet in mijne handen gekomen zijn. De genoemde kleine photographie is vervaardigd met eenen teleskoop, wiens verzilverde glazen spiegel eene opening heeft van 13 Eng. duimen, maar zij vertoont in de verste verte de bijzonderheden niet, die zich in de maan door zulk een werktuig regtstreeks laten waarnemen. In ons vaderland zijn honderde zakkijkers van MOLTENI verspreid, wier opening 19 Par. lijnen bedraagt en aan wie gewoonlijk eene sterrekundige oogbuis, met eene vergrooting van 50 malen, wordt toegevoegd. Zulk een zakkijker vertoont regtstreeks meer bijzonderheden bij de maan dan de genoemde photographie, en hetgeen zich door zulk een zakkijker regtstreeks laat waarnemen, kan alzoo beschouwd worden als reeds buiten de grenzen te liggen van het uiterste, dat de volkomenste photographische afbeeldingen van den tegenwoordigen tijd kunnen bereiken. Veranderingen op de oppervlakte der maan zouden, met betrekking tot die welke op de oppervlakte der aarde plaats hebben, al vrij groot moeten zijn, om zich door de meest vermogende kijkers van den tegenwoordigen tijd te kunnen openbaren, en er bestaat alzoo nog volstrekt geen uitzigt, dat die door de photographie zullen kunnen worden aangewezen. Ook door een' goeden zakkijker ziet men echter in de maan zoo vele oneffenhe-

den en schakeringen van tinten, dat die, zelfs door den grootsten kunstenaar, niet volledig en met juistheid zouden kunnen worden afgebeeld. Wil men, voor een wetenschappelijk doel, een klein gedeelte der maan zoo veel mogelijk in al de bijzonderheden afbeelden, die een vermogende kijker vertoont, zoo moet men tot het regtstreeksch zien zijne toevlugt nemen. Wil men vrienden der wetenschap een denkbeeld geven van het voorkomen, dat de maan, in haar geheel, door eenen kijker gezien, aanneemt, zoo zal men met eene photographie veel beter zijn doel bereiken, dan met de beste afbeeldingen der maan, die tot heden, op eene andere wijze, gegeven zijn. Terwijl de photographie, zelfs bij het gebruik van eenen zeer vermogenden kijker, niet meer vertoont dan zich door een' goeden zakkijker regtstreeks laat waarnemen, kan het photographisch afbeelden van planeten voor de sterrekunde geene waarde hebben.

Het photographisch afbeelden der zon belooft voor de sterrekunde veel meer dan dat van andere hemellichten. Omtrent het wezen der zon bestaat nog veel raadselachtigs, dat vermoedelijk, althans gedeeltelijk, zoude worden opgelost, indien men eene naauwkeurige kennis droeg van de veranderingen, die hare vlakken ondergaan. Duizende malen heeft men zonnevlakken afgebeeld, maar het is tot heden niet mogelijk geweest daaruit de geschiedenis van eene enkele zonnevlak, in eenige volledigheid, af te leiden. Het schijnt, dat die geschiedenis, wegens de zamengesteldheid en veranderlijkheid der zonnevlakken, alleenlijk door een stelselmatig photographisch afbeelden der zon kan worden verkregen, en voor de kennis van dat ligchaam zoude reeds veel worden gewonnen, al mogten de photographiën niet meer bijzonderheden doen kennen, dan door een goede zakkijker kunnen worden waargenomen. Er is veel gesproken en geschreven over de photographiën der zon, die aan het Observatorium te Kew, onder het bestuur van den Heer

WARREN DE LA RUE en gedurende eenigen tijd, aan diens bijzonder Observatorium te Cranford vervaardigd zijn, maar het is mij nog niet mogen gelukken eene dezer photographiën onder de oogen te krijgen. De Heer WARREN DE LA RUE had echter onlangs de goedheid, mij photographische kopijen te doen toekomen van de twee photographische afbeeldingen der totale zonsverduistering van den 18^{den} Julij 1860, die, onder zijn bestuur, bij Rivabellosa in Spanje werden vervaardigd en aan welke door hem eene som van vier duizend gulden werd te koste gelegd. Die photographiën lijden inderdaad aan de onvolkomenheden, die mijn zoon, in zijn proefschrift, naar het wezen der zaak, bij haar veronderstelde, maar de Heer WARREN DE LA RUE heeft, met veel talent, die onvolkomenheden weten onschadelijk te maken. Hebben die photographiën niet veel meer dan de regtstreeksche waarnemingen geleerd, zij deden althans de uitkomsten, op twee geheel verschillende wijzen verkregen, elkander wederkeerig bevestigen.

Voor weinige weken schonk mij de Hoogleeraar SELWIJN een vijftal der photographische afbeeldingen van de zon, die door hem, in overeenstemming met het Observatorium te Kew, worden vervaardigd. Er zijn redenen om te gelooven, dat die photographiën tot de beste van den tegenwoordigen tijd behooren, maar het is niet te ontkennen, dat ook zij minder bijzonderheden vertoonen, dan door een' goeden zakkijker regtstreeks bij de zon kunnen worden waargenomen. Men zoude echter die photographiën geene hooge belangrijkheid kunnen ontzeggen. Twee van haar stellen de groep van buitengewoon groote vlakken voor, die zich, in de maand September des verledenen jaars, bij de zon vertoonden, en de veranderingen, welke die groep, in den tijd van drie dagen, heeft ondergaan, zoude door een regtstreeksch af beelden niet ligtelijk met zoo veel juist-

heid en zekerheid, als door die photographiën, worden aangewezen.

Moge het photographisch afbeelden van hemellichten niet allen in dezelfde mate bevredigen, in het algemeen wordt daaraan echter eene hooge waarde toegekend. Niet slechts door leeken, maar ook door beroemde sterrekundigen worden zij gehuldigd, die aan deze taak een deel van hunne krachten wijdden. De Royal Astronomical Society te Londen heeft, in het verledene jaar, den Heer WARREN DE LA RUE met hare gouden medaille van verdienste vereerd. De Staat van Groot Brittanje getroost zich belangrijke geldelijke opofferingen voor het photographisch afbeelden der zon, aan het Observatorium te Kew. De Royal Society te Londen heeft den Heer TITTERTON, den photograaph van den Hoogleeraar SELWIJN, eene jaarlijksche vergoeding van zes honderd gulden toëgelegd. Groote toestellen voor het photographisch afbeelden der zon worden thans, door DALLMEIJER, ten behoeve van de sterrewachten te Wilna en te Florence vervaardigd. Zulke blijken van-belangstelling zijn zekerlijk uitlokkend, maar de moeijelijkheden aan het photographisch afbeelden van hemellichten verbonden, door WARREN DE LA RUE en door anderen met zoo veel nadruk beschreven, zijn nog meer geschikt om afschrik te wekken. Inderdaad is geene verrigting in de sterrekunde meer wisselvallig, kostbaar en tijdroovend dan het photographisch afbeelden van hemellichten, en daaruit laat het zich verklaren, dat deze arbeid door velen ondernomen, maar door weinigen is doorgezet.

Het zoude niet in mijne gedachten zijn opgerezen, de werkzaamheden aan de sterrewacht te Leiden met het photographisch afbeelden van hemellichten te bezwaren, zoo niet eene toevallige omstandigheid daartoe van zelve aanleiding had gegeven. Dat afbeelden vordert, boven alles,

de medewerking van eenen hoogst geoefenden photograaph en BOND, SECCHI en SELWIJN werden ook door de meest beroemde photographen van hun land bijgestaan, terwijl zelfs WARREN DE LA RUE, ofschoon hij meester is in de kunst, een' photograaph aan zich verbonden heeft. Het zoude moeijelijk gevallen zijn te Leiden een photograaph te vinden, genegen om den tijd. gedurende welken hij groote geldsommen kon verdienen, aan de sterrekunde te wijden, indien niet tot de bewoners der sterrewacht aldaar een wetenschappelijk gevormde, volijverige en zeer ervaren dilettant behoorde, die niet alleen geene belooning voor zijne diensten begeerde, maar zelfs bereid was om de niet onbelangrijke kosten zijner proefnemingen zelf te dragen. Mijn zoon Dr. P. J. KAISER, die reeds sedert eenige jaren zijne weinige vrije uren aan de beoefening der photographie had toegewijd en schoone photographische portretten en landschappen had vervaardigd, voldeed, toen de nieuwe sterrewacht te Leiden betrokken was, bereidwillig aan mijn aanzoek, om zijne krachten aan het photographisch afbeelden van hemellichten te beproeven. Elders was echter alles, te Leiden was niets voor het photographisch afbeelden van hemellichten ingerigt; elders kon men zich onverdeeld daaraan wijden, te Leiden kon slechts nu en dan een paar uren daarvoor worden uitgewoekerd; elders kan men zich in weelde baden, te Leiden heerscht eene armoede, die de hoogst mogelijke oefening in de kunst van behelpen, bij elke wetenschappelijke onderneming, eene voorwaarde voor een gelukkig slagen heeft doen worden. Heeft men, ook bij ons, hetgeen elders werd volbragt zoo hoogelijk geprezen, zoo zal men eene niet veel minder gelukkige uitkomst, hier te lande, onder zoo onvergelijkelijk minder gunstige omstandigheden verkregen, althans eene korte vermelding waardig achten.

Er is eene toepassing van de photographie op de ster-

rekunde, die voor deze wetenschap van veel belang kan zijn, maar die nog naauwelijks de aandacht tot zich schijnt te hebben getrokken, namelijk het photographisch afbeelden van sterrekundige werktuigen. Die afbeelding heeft groote moeijelijkheden, omdat de zwart geverwde ijzeren groote werktuigen der Engelschen, evenzeer als de hoog gele koperen werktuigen der Duitschers, tot de voorwerpen behooren, die den photograaph het meeste kwellen. Als ik, in de laatste jaren, zeevaart of sterrekundige werktuigen te beschrijven had, ontving ik van mijnen zoon eene photographische afbeelding, waarnaar de graveur kon arbeiden. Hij vervaardigde photographische afbeeldingen, op eene vrij groote schaal, van het schoone Universaal-instrument van REPSOLD, dat de sterrewacht te Leiden versiert en daaronder een stereoskopisch paar. Ook de Meridiaan-cirkel van PISTOR en MARTINS werd door mijnen zoon, uit verschillende oogpunten en met zijne hulptoestellen, waaronder de beweeglijke tribune voor de Nadir-waarnemingen, photographisch afgebeeld. Die afbeeldingen zullen te stade komen, als mij nog eenmaal de middelen zullen worden verleend, om eene beschrijving van dat werktuig, met de talrijke daarmede volbragte onderzoekingen, uit te geven. Inmiddels trachten wij, ook door die photographiën, de belangen der wetenschap en de belangen der Leidsche sterrewacht te bevorderen, die niet in de mogelijkheid is gesteld om, hetgeen haar van het buitenland toevloeit, met hare jaarboeken te vergelden.

Door den Heer WARREN DE LA RUE zelven wordt de scherpte zijner photographische afbeeldingen der maan aan het gebruik van eenen spiegelteleskoop toegeschreven. Daarbij moet het chemische brandpunt met het optische zamenvallen en worden de beelden niet bedorven, terwijl de chemische stralen, even als de lichtstralen, in het glas verschillende brekingen ondergaan. Ik geloof niet, dat een

toestel, als die welken de Heer WARREN DE LA RUE voor het photographisch afbeelden der maan aanwendt, voor veel minder dan tien duizend gulden tot stand gebragt zoude kunnen worden en aan zulk eenen toestel is dus voor ons niet te denken. Bij zijne poging om de maan photographisch af te beelden, kon mijn zoon zich alleenlijk bedienen van den 7 duims refractor uit Munchen, die voor een geheel ander doel is bestemd en ingerigt en die toegerust is met het kleine en zwakke uurwerk, dat, zoowel door BOND als door WARREN DE LA RUE, voor photographisch gebruik ten eenemale is afgekeurd. Dat uurwerk wordt echter door mij zeer zorgvuldig geregeld en onderhouden; de plaats van het chemisch brandpunt wordt door ons met zorg bepaald en de beweging der maan in Declinatie, die den Heer WARREN DE LA RUE steeds zoo vele moeijelijkheden baarde, werd door eene eenvoudige en onkostbare handgreep overwonnen, die door mijnen zoon in zijn proefschrift (bladz. 108) is beschreven. Reeds de uitslag der eerste pogingen, die nu ruim een jaar geleden werden in het werk gesteld, waren zeer bevredigend en die der latere zoude veel gunstiger zijn geweest, indien wij niet aanhoudend door de luchtsgesteldheid en andere omstandigheden waren tegengewerkt. Bij de meest gunstige schijngestalte der maan is ons nog nooit een helder uur te beurt gevallen, zoodat mijn zoon aan zijn proefschrift geene andere photographie der maan kon toevoegen, dan eene, die bij een' zeer lagen stand der maan en onder nevels was verkregen. Toen eens, bij eene minder gunstige schijngestalte der maan, de lucht helder was, werden alle verkregene photographiën bedorven, door kleine, vroeger onzigtbare krassen in de kostbare glazen ruiten, die mijn zoon uit Engeland had ontboden. Kleine fouten, die men bij gewone photographiën in het geheel niet bespeuren zoude, kunnen die der maan volstrekt onbruikbaar maken, en het

is naauwelijks geloofijk hoezeer de pogingen van den photograaph, omtrent dat ligchaam, ook dan, wanneer hij zelf voor de zuiverheid zijner chemische preparaten zorgt, door de onvolkomenheden van het glas, door kleine verschillen of veranderingen in de temperatuur, door onzigtbare stofjes, die in het vertrek omdoolen en door andere omstandigheden, kunnen worden verijdeld. De Heer WARREN DE LA RUE verklaarde onlangs, dat van de vier honderd photographiën der maan, door hem in de laatste vijf jaren vervaardigd, niet meer dan twintig bruikbaar waren. Mijn zoon was dus betrekkelijk vrij gelukkig, want, in de weinige uren, die hij daaraan wijden kon, heeft hij reeds een vrij groot getal photographische afbeeldingen der maan, onder verschillende schijngestalten en libratiën, verkregen.

De oorspronkelijke negatieve beelden der maan, zooals zij door den kijker worden geteekend, hebben bij mijnen zoon, even als bij den Heer WARREN DE LA RUE, eene middellijn van niet meer dan 28 Ned. strepen. Ofschoon de kijker te Leiden omtrent vier malen minder lichtkracht heeft, worden die beelden daarmede in omtrent denzelfden tijd, als met den teleskoop van den Heer WARREN DE LA RUE verkregen, zoodat de volle maan zich in een tijdvak van 5 tot 8 seconden, en de gekwartierde maan zich in een tijdvak van 25 tot 30 seconden teekent. Die beelden moeten positief worden gemaakt en aanmerkelijk vergroot, als men, bij hunne beschouwing, een mikroskoop of een zeer vermogend vergrootglas wil kunnen ontberen. Dit vergrooten van het beeld geschiedt elders met opzettelijk daartoe vervaardigde toestellen, die honderden guldens kosten, maar mijn zoon moest zich, voor dat doel, met eene gewone portret-lens behelpen. De oorspronkelijke negatieven werden eerstelijk tot positieven, met middellijnen van 6 Ned. duimen, vergroot. Deze positieven op glas hebben omtrent dezelfde grootte als die

van den Heer WARREN DE LA RUE, welke door de firma SMITH, BECK & BECK worden uitgegeven en enkelen daarvan zijn door mijn' zoon tot stereoskopische paren vereenigd. Die positieven zijn iets minder scherp dan die van den Heer WARREN DE LA RUE, maar het verschil is niet zoo groot, als men, bij het verschil in hulpmiddelen, zoude verwachten, en de photographiën van mijnen zoon munten, op eene kennelijke wijze, boven die van den Heer WARREN DE LA RUE uit, in de juistheid waarmede zij de verhouding tusschen de tinten op de maan wedergeven. Wil men die positieven, door afdrukken op papier, vermenigvuldigen, zoo moeten zij nog eenmaal tot negatieven op glas worden vergroot, en van daar op de gewone wijze op papier worden overgebragt. Onder iedere van die drie kunstbewerkingen gaat van de scherpte der oorspronkelijke negatieven iets verloren en het allermeest verliezen zij bij het overbrengen op papier, zoodat de positieven op papier, zoowel in de scherpte der omtrekken als in de juistheid der tinten, altijd veel minder volkomen zijn dan die op glas. Aan de positieven op papier wordt, door mijnen zoon, gewoonlijk eene middellijn van 11,3 Ned. duimen gegeven. Nu en dan heeft hij die veel grooter gemaakt en de voorname reden waarom dit niet tot regel wordt gesteld, ligt in de natuurlijke neiging, om het goud en zilver te sparen, waarmede het papier moet worden toebereid.

Toen de zonsverduistering van den 18den Julij 1860 zoude plaats hebben, kwam mijn zoon, een paar dagen te voren, op het denkbeeld om, in haast, eene kleine chambre obscure te vervaardigen, die aan eenen kijker van STEINHEIL, met eene opening van 33 lijnen, te verbinden en daarmede de zonsverduistering, in hare verschillende phasen, photographisch af te beelden. Er werd een tiental zeer goede kleine photographiën der zon verkregen, waarop de vlakken van dat ligchaam met hare kernen

en graauwe randen, zich duidelijk vertoonden. Na dien tijd heeft mijn zoon van het photographisch af beelden der zon in het geheel geen werk gemaakt, totdat hij, voor een paar weken, door de photographiën van den Heer SELWIJN daartoe werd opgewekt. Een zoogenaamde heliautograaph, zoo als die van den Heer SELWIJN en van het Observatorium te Kew, waarbij het chemisch brandpunt met het optische zamenvalt, ging ons bereik ver te boven en er bleef ons niets overig dan, zoo goed doenlijk, met eigene hand, een' gewonen kijker voor het photographisch af beelden der zon in te rigten. De timmerman bezorgde ons eene vierkante houten buis, in wier eene uiteinde het schuivend deel van eene chambre obscure paste en het overige werd door ons zelven gemaakt. Aan het eene uiteinde van die buis werd een voorwerpglas van STEINHEIL, dat eene opening van 4 Par. duimen en eenen brandpuntsafstand van negen voeten heeft, en aan het andere uiteinde een gewone oogbuis aangeschroefd. De buis werd, door eenen ijzeren beugel, aan den post van een raam gehangen en het ondereinde kwam op eene houten schraag te rusten. De buis verkreeg hare horizontale beweging, door haar eenvoudiglijk over die schraag te schuiven en hare vertikale beweging, gedeeltelijk door de geheele schraag te verzetten, gedeeltelijk door eene houten wig te verschuiven, tusschen haar en de schraag gebragt. De ruwheid van dien toestel was minder hinderlijk dan de noodzakelijkheid om de schraag op den vloer te laten rusten, die den waarnemer draagt, waarbij het onmogelijk was de buis tegen trillingen te beveiligen. De noodige vastheid zoude in dit, en in alle andere gevallen, verkregen zijn, indien, overeenkomstig met mijnen wensch, onder den vloer van de observatie-zaal der sterrewacht, de noodige balken waren gelegd, die met den vloer niet in aanraking komen.

Bij het photographisch af beelden van de maan, de pla-

neten en de vaste sterren, is gebrek aan licht een groot bezwaar, maar juist het tegenovergestelde is een groot bezwaar bij het photographisch afbeelden der zon. Het beeld der zon wordt, door eene oogbuis aanmerkelijk vergroot, op de collodion-plaat opgevangen, maar welke vermindering het zonnelicht daardoor moge ondergaan, men kan het naauwelijks kort genoeg op de plaat laten werken. Ik geloof dat wij aan de bestaande inrigtingen, om het zonnelicht een oogenblik tot de plaat toe te laten, die mijn zoon in zijn proefschrift heeft beschreven, op eene eenvoudige wijze, eene belangrijke verbetering hebben toegebragt. In het midden der vierkante houten buis is een kleine vierkante bordpapieren koker geplaatst, wiens uiteinden bordpapieren schermen, met ronde openingen, dragen, en die zich om eene horizontale as laat omdraaijen. Is het bordpapieren kokertje in de rigting van de houten buis geplaatst, zoo wordt de lichtkegel, die van het voorwerpglas komt, door de genoemde openingen ongehinderd doorgelaten. Wordt het bordpapieren kokertje, of naar boven of naar beneden, met betrekking tot de houten buis, in een schuinschen stand geplaatst, zoodat de genoemde openingen buiten den lichtkegel vallen, zoo wordt het licht geheel en al afgesloten. Wordt alzoo het bordpapieren kokertje met snelheid om zijne as gedraaid, zoo zal aan het licht der zon, voor een oogenblik, de toegang tot de collodion-plaat worden verleend en het werkzaam gedeelte van het voorwerpglas zal altijd een dubbel segment zijn, welks midden met het middelpunt van het glas zamenvalt. Op die wijze wordt het licht altijd eenparig over de collodium-plaat verdeeld en is het beeld vrij van belangrijke optische gebreken, terwijl bovendien de lucht, in de ruimte tusschen het oculair en de collodion-plaat, wordt in rust gelaten, en de beweging van den inwendigen toestel niet vermag de buis in eene trilling te brengen. Aan de as

waarom het kokertje zich beweegt is, buiten de houten buis, een arm bevestigd, die door eene lange stalen veêr, in eene bepaalde rigting wordt getrokken. Door eenen draad wordt die arm in de tegenovergestelde rigting opgehouden, en als de houten buis met de noodige juistheid naar de zon is gerigt en alles in rust is gekomen, wordt de draad doorgeknipt of doorgebrand. Het licht wordt geregeld door schermpjes met verschillende openingen, aan de uiteinden van het bordpapieren kokertje.

In de eerste drie weken, nadat onze nood-heliautograaph zoo ver voltooid was, hadden wij in letterlijken zin geen enkel half uur helderen zonneschijn. Er werd echter een paar proeven genomen als de zon even door de wolken brak en eerst den 25sten dezer, en daarna ook niet weder, liet de luchtsgesteldheid toe een paar uren aan die proeven te wijden. Elders heeft men maanden en zelfs jaren lang moeten worstelen om naar wensch te kunnen slagen en het is daarom klaar dat wij in een paar uren ons doel niet konden bereiken, maar de volbragte proefnemingen bewijzen, dat wij daartoe niets dan de twee groote voertuigen der wetenschap, *tijd* en *geld*, behoeven. Reeds bij de eerste proefnemingen werden de zonnevlakken omtrent even zoo goed als in de photographiën van den Heer SELWIJN geteekend, maar het betoonde zich hoogst moeijelijk het beeld der zonneschijf van de valsche onzuiverheden vrij te houden, die ook bij de photographiën van den Heer SELWIJN worden opgemerkt. Er is echter niet aan te twijfelen, dat die moeijelijkheden zullen worden overwonnen.

Het photographisch afbeelden van hemellichten zal te Leiden wel altijd ondergeschikt moeten blijven aan andere werkzaamheden en bij ons zullen daartoe wel nimmer, zoo als elders, deskundigen opzettelijk worden aangesteld. Voor zoo ver tijd en middelen het gedoogen, zullen wij echter bereid zijn om, ook door de photographie, ter bevordering

der sterrekunde of in het algemeen of meer bepaaldelijk in ons vaderland mede te werken. Ik betreur het, dat, ook in dit opzigt, onze pogingen zeer beperkt zullen moeten blijven, zoo lang de werkzaamheden aan de sterrewacht te Leiden de noodige ondersteuning zullen ontberen.

Leiden, 27 Maart 1863.

Na het uitbrengen van het voorgaand verslag, vertoonde de spreker een aantal photographiën, vervaardigd aan de sterrewacht te Leiden, door den Heer Dr. P. J. KAISER. Daaronder behoorden photographiën der sterrewacht zelve en van hare voornaamste werktuigen; een oorspronkelijk negatief beeld der maan, met het daarbij behoorend vergroote positieve beeld op glas, het nog eens vergroot negatief beeld en een' afdruk daarvan op papier; eene stereoskopische afbeelding der maan op glas; eene reeks photographische afbeeldingen der maan op glas en op papier en eenige der jongst verkregene photographische afbeeldingen der zon. Ter onderlinge vergelijking vertoonde de spreker ook eene stereoskopische afbeelding der maan van den Heer WARREN DE LA RUE en eenige afbeeldingen der zon van den Hoogleeraar W. SELWIJN. Aan elk der in de vergadering aanwezige leden werd, door den spreker, eene, aan de sterrewacht te Leiden vervaardigde, photographische afbeelding der maan op papier, aangeboden.

BIJDRAGEN

TOT DE

THEORIE DER BEPAALDE INTEGRALEN, N°. IV—VII.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Niet ten onregte, meen ik, is in de Exposé, etc. (Dl. VIII van de Verhand. der Kon. Akad. v. Wetensch.) zeer aangedrongen op het afleiden van algemeene herleidings-vergelijkingen voor bepaalde integralen: immers, daaraan was het tweede gedeelte geheel gewijd. Dikwijls hebben deze een voorregt boven zoodanige formulen voor onbepaalde integralen, in zoo verre als daar meermalen de termen, van geen integraalteeken voorzien, wegvallen tusschen de grenzen van het integreren. Deze bijzonderheid heeft bij de volgende herleidingen ook meermalen plaats; en om nu het voordeel daarvan in te zien, bij de herleiding zoowel als bij de uitkomsten, behoeft men hier slechts de vernuftige redenering van ons medelid VERDAM na te gaan en met een deel der hier verkregen uitkomsten te vergelijken, zoo als hij ze gegeven heeft in het Tijdschrift van het K. Instituut Dl. 2, blz. 69—79 en 136—168.

De methode van partieel integreren, met inachtneming der wijzigingen, wanneer zij op bepaalde integralen wordt toegepast, werd mede reeds door mij behandeld in eene verhandeling, geplaatst in het II Deel der Verhandelingen. Zij is hier weder gebruikt, en voerde, in verband met de boven bedoelde algemeene herleidings-vergelijkingen, tot uitkomsten, die niet van belangrijkheid ontbloot te achten zijn, en waarvan er slechts enkele in de *Tables d'Intégrales définies* deels opgenomen, deels afgeleid waren, terwijl er nog eenige weinige in de bovenvermelde Exposé voorkomen; in de noten vindt men hier zulks telkens aangegeven.

De vier behandelde integraalfunctien, meerendeels afhankelijk van elliptische functien, hangen dan ook op eigenaardige wijze te zamen; in dier voege, dat de eerste soort den wortel vormt, waaruit de andere konden voortspruiten, terwijl de laatste omgekeerd van alle drie vorige afhankelijk is.

Het is de laatste integraal, die mij tot deze ontwikkelingen voerde. Immers, hare regtstreeksche bepaling, voor ieder geval afzonderlijk, had vele bezwaren; zoo komen er in de Tables, T. 411, wel onderscheidene dezer integralen voor, maar telkens verbonden met andere, zoo als § VI ze hier oplevert; zij konden toen nog niet van elkander gescheiden worden. Er moesten hier algemeene herleidingsformulen gezocht worden, om tot hare waarde te geraken; en deze bragten mij van zelf telkens tot anderen terug, die hier onder de drie eerste vormen zijn opgenomen.

IV. *Over de Integraal* $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.\ Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2\ Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}$.

2. Door werkelijk, zoogenaamd logarithmisch differentieren verkrijgt men de volgende vergelijking:

$$\frac{d.\left[Cos.x.Sin.^a x.(1-p^2\,Sin.^2\,x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx}=Cos.x.Sin^a x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}$$

$$\left[\frac{-Sin.x}{Cos.x}+\frac{aCos.x}{Sin.x}+\frac{b}{2}\,\frac{-2p^2\,Sin.x.Cos.x}{1-p^2\,Sin.^2\,x}\right]$$

$$=Sin.^{a-1}x.(1-p^2Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[(-Sin.^2x+aCos.^2x)(1-p^2Sin.^2x)-\right.$$

$$\left.-bp^2\,Sin.^2\,x.\,Cos.^2\,x\right]\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(a)$$

$$=\frac{1}{p^2}Sin.^{a-1}x.\Delta^{b-2}\left[(1+a+b)\Delta^4-\{1+(1-p^2)a+(2-p^2)b\}\,\Delta^2+\right.$$

$$\left.+(1-p^2)\,b\right];$$

alwaar, zoo als men gewoon is, $\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2\,x)}$ door Δ wordt voorgesteld. Indien men nu tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$ ten opzigte van x integreert, zoo verdwijnt het eerste lid dezer vergelijking, mits $p^2 < 1$ en $a > 0$, positief zij: terwijl b zoowel positief als negatief mag wezen.

Wanneer b negatief is, dat is $-b$, ontstaat de herleidingsformule:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}x dx}{\Delta^{b+2}}=\frac{1}{(1-p^2)b}\left[\{(2-p^2)b-1-(1-p^2)a\}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin^{a-1}x dx}{\Delta^b}+\right.$$

$$\left.+(1+a-b)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta^{b-2}}\right];$$

of wel voor $b-2$ in de plaats van b:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta^b}=\frac{1}{(1-p^2)(b-2)}\left[\{(2-p^2)b-(5-2p^2)-\right.$$

$$\left.-(1-p^2)a\}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta^{b-2}}+(a-b+3)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta^{b-4}}\right].\;($$

Is b daarentegen positief, zoo verkrijgen wij de herleidingsformule:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b+2} = \frac{1}{1+a+b}\Big[\{1+(1-p^2)a+$$

$$+(2-p^2)b\}\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b} - (1-p^2)b\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b-2}\Big],$$

of ook, als men $b-2$ in de plaats van b stelt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b} = \frac{1}{a+b-1}\Big[\{(1-p^2)a+(2-p^2)b-(3-2p^2)\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b-2} - (b-2)(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b-4}\Big].\ (b)$$

Wordt b oneven ondersteld, zoo als hier steeds het geval zal zijn, zoo hangen beide vergelijkingen ten laatste af van de beide integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\, dx}{\Delta} \quad \text{en} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta \ . \ . \ . \ . \ . \ (\beta)$$

Maar deze integralen kan men naar dezelfde methode herleiden. Men behoeft daartoe het tweede lid van de vergelijking (α) slechts anders te rangschikken, en wel naar de magten van $Sin. x$, in plaats van naar die van Δ; alsdan wordt zij

$$Sin.^{a-1} x. \Delta^{b-2}\big[a - \{1+(1+p^2)a+bp^2\}\, Sin.^2 x +$$
$$+ (1+a+b)p^2\, Sin.^4 x\big],$$

waaruit door het integreren naar x, tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$, de herleidingsformule ontstaat:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+3} x\, dx\, \Delta^{b-2} = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\Big[\{1+(1+p^2)a+bp^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x\, dx\, \Delta^{b-2} - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^{b-2}\Big],$$

of, indien men $b+2$ voor b in de plaats stelt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+3} x dx \Delta^b = \frac{1}{(a+b+3)p^2}\Big[\{1+2p^2+(1+p^2)a+bp^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x\, dx\, \Delta^b - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^b\Big]; \quad \ldots (c)$$

welke vergelijking voor b negatief, dat is $-b$, geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+3} x\, dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(a-b+3)p^2}\Big[\{1+2p^2+(1+p^2)a-bp^2\}$$

$$\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x\, dx}{\Delta^b} - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\, dx}{\Delta^b}\Big] \ldots\ldots (d)$$

De beide vergelijkingen (b) en (c), en evenzoo de beide overeenkomstige (a) en (d) voor negatieve b, dienen tot herleiding derzelfde integraal, maar zij doen dit op onderscheidene wijze. De vergelijking (c) (of (d)) dient, om de integralen, waarin hoogere magten van den factor $Sin.\, x$ voorkomen, te berekenen uit die, waarin die factor tot lagere magt is verheven; terwijl de magt van Δ daarbij niet verandert. De vergelijking (b) (of (a)) daarentegen dient, om de integralen, waarin Δ tot hoogere magten voorkomt, te herleiden tot zulke, die lagere magten van Δ bezitten;

waarbij wederom de magt van den factor *Sin.* x onveranderd blijft. Beide vergelijkingparen hebben dus hun eigenaardig voordeel, en zullen ook beide moeten gebruikt worden.

De vergelijkingen (c) en (d) geven nu voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+3}\, x\, dx\, \Delta = \frac{1}{(a+4)p^2}\Big[\{1 + a + (a+3)p^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1}\, x\, dx\, \Delta - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}\, x\, dx\, \Delta\Big], \quad . \; . \; . \; (e)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+3}\, x\, dx}{\Delta} = \frac{1}{(a+2)p^2}\Big[(a+1)(1+p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1}\, x\, dx}{\Delta} -$$

$$- a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}\, x\, dx}{\Delta}\Big]; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (f)$$

en deze kunnen derhalve dienen om de eindvormen (β) verder te herleiden. Men komt daarbij eindelijk tot die integralen, waarbij de magt van den factor *Sin.* $x = 0, 1, 2$ of 3 is, en die van elders zullen moeten genomen worden, omdat deze methode ze niet kan doen vinden.

3. Beginnen wij met de vergelijking (f), dan behoeven wij de integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta} = F'(p) \quad . \; . \; . \; (1), \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2\, x\, dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\Delta^2}{\Delta}\, dx =$$

$$\frac{1}{p^2}\left\{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\, \Delta\right\} = \frac{1}{p^2}\left[F'(p) - E'(p)\right], \; . \; (2)$$

beide volgens de bepaling van de elliptische functien der eerste en tweede soort. Voor het geval verder, dat de magt

van den factor *Sin. x* 1 of 3 is, voert de substitutie $Cos.\,x = y$ tot ons doel; daardoor toch wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{(1-p^2+p^2y^2)}} = \frac{1}{2p}\,l\,\frac{1+p}{1-p}, \;.\;(3)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3\,x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{(1-y^2)\,dy}{\sqrt{(1-p^2+p^2y^2)}} =$$

$$= \frac{1}{4p^3}\left[-2p+(1+p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right] \;.\;.\;.\;.\;.\;(4)$$

En nu kunnen wij de formule (f) voor $a = 1, 2, 3$, aanwenden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^2}\left[2(1+p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x\,dx}{\Delta} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta}\right] =$$

$$= \frac{1}{3p^4}\,[(2+p^2)\,F'(p) - 2(1+p^2)\,E'(p)], \;.\;.\;.\;(5$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{16p^5}\left[-6p(1+p^2)+(3+2p^2+3p^4)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], (6$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^6\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[(8+3p^2+4p^4)F'(p)-(8+7p^2+8p^4)E'(p)\right].($$

Het verschil der vergelijkingen (1) en (2), (3) en (4), (2) en (5), (4) en (6), (5) en (7) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\left[-(1-p^2)\,F'(p) + E'(p)\right], \;.\;.\;.\;.\;.\;($$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,Cos.^2\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{4p^3}\left[2p-(1-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \;.\;.\;.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^2 x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}\left[-2(1-p^2)F'(p)+(2-p^2)E'(p)\right], (10)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^2 x dx}{\Delta} = \frac{1}{16p^5}\left[2p(3-p^2)-(3+p^2)(1-p^2)l\frac{1+p}{1-p}\right], (11)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x.Cos.^2 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8+p^2)(1-p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(8-3p^2-2p^4)E'(p)\right] \ldots\ldots\ldots (12)$$

Het verschil der integralen (8) en (10), (9) en (11), (10) en (12) geeft verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^4 x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}\left[(2-3p^2)(1-p^2)F'(p)-2(1-2p^2)E'(p)\right], (13)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^4 x dx}{\Delta} = \frac{1}{16p^5}\left[-2p(3-5p^2)+3(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\right], (14)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^4 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[(8-9p^2)(1-p^2)F'(p)-\right.$$

$$\left.-(8-13p^2+3p^4)E'(p)\right] \ldots\ldots\ldots (15)$$

Eindelijk de integralen (13) en (15) van elkander aftrekkende, komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^6 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8-19p^2+15p^4)(1-p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(8-23p^2+23p^4)E'(p)\right] \;^{1)} \ldots\ldots (16)$$

[1]) De integralen (1), (2), (3), (5), (8), (9) zijn reeds opgenomen in de Tables d'Intégrales définies: T. 75, N°. 9, 11, 10, 15, 12 en 16; — de integralen (10) en (13) werden afgeleid in de Exposé blz. 254.

4. Het is het gemakkelijkst, thans eerst de vergelijking (e) toe te passen; daartoe hebben wij noodig de integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta = \mathrm{E}'(p), \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

(volgens de definitie dier integraal); daarenboven door de substitutie der voorgaande integralen (1) tot (6), wanneer men voor Δ schrijft $\frac{1-p^2\,Sin.^2\,x}{\Delta}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x\,dx\,\Delta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,(1-p^2\,Sin.^2\,x)}{\Delta}dx =$$

$$= \frac{1}{4p}\left[2p + (1-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots (18)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{3p^2}\left[(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p) - (1-2p^2)\,\mathrm{E}'(p)\right], . (19)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3\,x dx\Delta = \frac{1}{16p^3}\left[-2p(1-3p^2)+(1+3p^2)(1-p^2)l\frac{1+p}{1-p}\right]. (20)$$

Thans kunnen wij de vergelijking (e) gebruiken, en vinden dan voor $a = 1,\ 2,\ 3$ achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{15p^4}\left[2(1+2p^2)(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p) - \right.$$

$$\left. - (2+3p^2-8p^4)\,\mathrm{E}'(p)\right], \ldots\ldots\ldots (2$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^5\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{96p^5}\left[-2p(3-5p^2)(1+3p^2) + \right.$$

$$\left. + 3(1+2p^2+5p^4)(1-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots (2$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^6 x dx \Delta = \frac{1}{105 p^6} \Big[(8+13p^2+24p^4)(1-p^2)F'(p) -$$

$$- (8+9p^2+16p^4-48p^6)E'(p)\Big] \ldots\ldots (23)$$

Het verschil tusschen de integralen (17) en (19), (18) en (20), (19) en (21), (20) en (22), (21) en (23) geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^2 x dx \Delta = \frac{1}{3p^2}\Big[-(1-p^2)F'(p) + (1+p^2)E'(p)\Big], (24)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.^2 x dx \Delta = \frac{1}{16p^3}\Big[2p(1+p^2)-(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\Big], . (25)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x.Cos.^2 x dx \Delta = \frac{1}{15p^4}\Big[-(2-p^2)(1-p^2)F'(p) +$$

$$+ 2(1-p^2+p^4)E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots (26)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x.Cos.^2 x dx \Delta = \frac{1}{96p^5}\Big[2p(3-2p^2+3p^4) -$$

$$- 3(1+p^2)(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\Big], \ldots\ldots (27)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x.Cos.^2 x dx \Delta = \frac{1}{105p^6}\Big[-(8-p^2-4p^4)(1-p^2)F'(p) +$$

$$+ (8-13p^2+8p^4)(1+p^2)E'(p)\Big] \ldots\ldots (28)$$

Evenzoo geeft het verschil tusschen (24) en (26), (25) en (27), (26) en (28):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^4 x dx \Delta = \frac{1}{15p^4}\Big[2(1-3p^2)(1-p^2)F'(p) -$$

$$- (2-7p^2-3p^4)E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots (29)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x.\,Cos.^4\,x dx\,\Delta = \frac{1}{96\,p^5}\left[-2\,p(3-8\,p^2-3\,p^4)-\right.$$

$$\left.-3\,(1-p^2)^3\,l\frac{1+p}{1-p}\right], \dots\dots\dots (30)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2\,x.\,Cos.^4\,x dx\Delta = \frac{1}{105\,p^6}\left[(8-15p^2+3p^4)(1-p^2)F'(p)-\right.$$

$$\left.-(8-19p^2+9p^4-6p^6)E'(p)\right] \dots\dots (31)$$

En eindelijk komt er, de integralen (29) en (31) van elkander aftrekkende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^6\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{105\,p^6}\left[-(8-29p^2+45p^4)(1-p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(8-33p^2+58p^4+15p^6)E'(p)\right]\ ^{1}) \dots (32)$$

5. Thans kennen wij de beide soorten van integralen, die in (β) werden genoemd, en kunnen dus overgaan tot het gebruik der vergelijkingen (a) en (b). De eerste wordt voor $b = 3$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2}\left[(1-a)(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\Delta}+\right.$$

$$\left.+a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}\,x\,dx\,\Delta\right]; \dots\dots\dots (g$$

en geeft nu voor $a = 1$ tot 7, met behulp der integralen, die in N°. 3 en 4 gevonden zijn:

---

[1]) De integralen (17), (18), (19), (20), (24), (25) vindt men l. c. T. 72. N. 2, 3, 4, 6, 5 en 8.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2} \mathrm{E}'(p), \ldots (33), \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2}, \ldots (34)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^2} \left[-(1-p^2)\mathrm{F}'(p) + \mathrm{E}'(p)\right], \ldots (35)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2(1-p^2)p^3} \left[2p - (1-p^2)\, l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (36)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^4} \left[-2(1-p^2)\mathrm{F}'(p) + (2-p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \ldots (37)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2(1-p^2)p^5} \Big[2p(3-p^2) -$$

$$- (3+p^2)(1-p^2)\, l\frac{1+p}{1-p}\Big], \ldots \ldots (38)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^6\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3(1-p^2)p^6} \Big[-(8+p^2)(1-p^2)\mathrm{F}'(p) +$$

$$+ (8-3p^2-2p^4)\mathrm{E}'(p)\Big] \ldots \ldots \ldots (39)$$

Het verschil der integralen (33) en (35), (34) en (36), (35) en (37), (36) en (38), (37) en (39) geeft thans:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^2} \left[\mathrm{F}'(p) - \mathrm{E}'(p)\right], \ldots \ldots \ldots \ldots (40)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2p^3} \left[-2p + l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots \ldots (41)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[(2-p^2)F'(p) - 2E'(p)\right]. \ldots (42)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{4p^5}\left[-6p + (3-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right]. (43)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[(8-5p^2)F'(p)-(8-p^2)E'(p)\right]. (44)$$

Verder geeft het verschil tusschen de uitkomsten (40) en (42), (41) en (43), (42) en (44):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^4 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[-2(1-p^2)F'(p)+(2-p^2)E'(p)\right]. (45)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^4 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{4p^5}\left[2p(3-2p^2)-(1-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right]. (46)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^4 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[-(8-3p^2)(1-p^2)F'(p)+(8-7p^2)E'(p)\right]. (47)$$

Terwijl men eindelijk door het aftrekken van (47) van (45) verkrijgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^6 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[(8-9p^2)(1-p^2)F'(p)-(8-13p^2+3p^4)E'(p)\right]. (48)$$

Voor $b = 5$ wordt de vergelijking (a):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)}\left[\{5-3p^2-(1-p^2)a\}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^3}\right.$$

$$\left. + (a-2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\, dx}{\Delta}\right]; \ldots\ldots ($$

zoodat hieruit voor $a = 1$ tot 7, door middel der integralen, zoo even en in N°. 3 gevonden, de volgende worden afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2}\left[-(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p)+2(2-p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (49)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{Sin.}\,x\,dx}{\Delta^5} = \frac{3-p^2}{3(1-p^2)^2}, \quad (50)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{Sin.}^2 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2p^2}\left[-(1-p^2)\mathrm{F}'(p)+(1+p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (51)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{Sin.}^3 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3(1-p^2)^2}, \quad (52)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{Sin.}^4 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2p^4}\left[(2-3p^2)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)-2(1-2p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (53)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{Sin.}^5 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2p^5}\left[-p(3-5p^2)+3(1-p^2)^2\,l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (54)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{Sin.}^6 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2p^6}\Big[(8-9p^2)(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p) -$$

$$-(8-13p^2+3p^4)\mathrm{E}'(p)\Big] \quad (55)$$

Neemt men het verschil tusschen de vergelijkingen (49) en (51), (50) en (52), (51) en (53), (52) en (54), (53) en (55) zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^2}\left[(1-p^2)F'(p)-(1-2p^2)E'(p)\right], . (56)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos.^2 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)}, \ldots \ldots \ldots \ldots (57)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x. Cos.^2 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^4}\left[-2(1-p^2)F'(p)+(2-p^2)E'(p)\right], (58)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x. Cos.^2 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^5}\left[p(3-2p^2)-3(1-p^2)l\frac{1+p}{1-p}\right], . (59)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x. Cos.^2 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^6}\left[-(8-3p^2)(1-p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(8-7p^2)E'(p)\right] \ldots \ldots \ldots (60)$$

Het verschil tusschen de integralen (56) en (58), (57) en (59), (58) en (60) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^4 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[(2+p^2)F'(p) - 2(1+p^2)E'(p)\right], . (61)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos.^4 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^5}\left[-p(3+p^2)+3l\frac{1+p}{1-p}\right], . (62)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x. Cos.^4 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}\left[(8-5p^2)F'(p)-(8-p^2)E'(p)\right]. (63)$$

En eindelijk komt er, de integralen (61) en (63) van elkander aftrekkende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.^6 x dx}{\Delta^5}=\frac{1}{3p^6}\Big[-(8+p^2)(1-p^2)F'(p)+(8-3p^2+2p^4)E'(p)\Big][1]. (64)$$

6. Maar evenzoo kan men ook de vergelijking (b) gebruiken. Zij wordt voor $b = 3$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{a+2}\Big[\{(3-p^2)+(1-p^2)a\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1} x\,dx}{\Delta}\Big]; \;. \;. \;(i)$$

en hieruit leidt men af, door middel der integralen in N°. 3 en 4 gevonden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta^3 = \frac{1}{3}\Big[-(1-p^2)F'(p)+2(2-p^2)E'(p)\Big], \;. \;. \;(65)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{16p}\Big[2p(5-3p^2)+3(1-p^2)^2\,l\,\frac{1+p}{1-p}\Big], \;. \;(66)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{15p^2}\Big[(3-4p^2)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(3-13p^2+8p^4)E'(p)\Big], \;. \;. \;. \;. \;. \;(67)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{96p^3}\Big[-2p(3-22p^2+15p^4)+$$

$$+3(1+5p^2)(1-p^2)^2\,l\,\frac{1+p}{1-p}\Big], \;. \;. \;(68)$$

[1] De integralen (33), (34), (35) komen voor l. c T. 75 N. 18, 19, 20; de integraal (40) is afgeleid in de Exposé blz. 328.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x dx \Delta^3 = \frac{1}{35p^4}\Big[(2+5p^2-8p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-2(1+2p^2-12p^4+8p^6)E'(p)\Big], \quad (69)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^5 x dx \Delta^3 = \frac{1}{768p^5}\Big[-2p(9+51p^2-182p^4+105p^6)+$$

$$+3(3+10p^2+35p^4)(1-p^2)^3 l\frac{1+p}{1-p}\Big], \quad (70)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^6 x dx \Delta^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[(8+15p^2+36p^4-64p^6)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(8+11p^2+27p^4-184p^6+128p^8)E'(p)\Big] \quad (71)$$

Het verschil tusschen de integralen (65) en (67), (66) en (68), (67) en (69), (68) en (70), (69) en (71) nemende, komt er vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^2 x dx \Delta^3 = \frac{1}{15p^2}\Big[-(3+p^2)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(3+7p^2-2p^4)E'(p)\Big], \quad (72)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos.^2 x dx \Delta^3 = \frac{1}{96p^3}\Big[2p(3-8p^2-3p^4)-$$

$$-3(1-p^2)^3 l\frac{1+p}{1-p}\Big], \quad (73)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x. Cos.^2 x dx \Delta^3 = \frac{1}{105p^4}\Big[-2(3-3p^2+2p^4)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(6-9p^2+19p^4-8p^6)E'(p)\Big], \quad (74)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x . Cos.^2 x dx \Delta^3 = \frac{1}{768p^5}\Big[2p(9-5p^4)(1+3p^2)-$$

$$-3(3+5p^2)(1-p^2)^3 l\frac{1+p}{1-p}\Big], \quad . (75)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x . Cos.^2 x dx \Delta^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[-(8-3p^2-9p^4+8p^6)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(8-7p^2-9p^4+32p^6-16p^8)E'(p)\Big] . (76)$$

Terwijl verder het verschil tusschen de vergelijkingen (72) en (74), (73) en (75), (74) en (76) ons geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^4 x dx \Delta^3 = \frac{1}{35p^4}\Big[(2-9p^2-p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-2(1-6p^2+p^4)(1+p^2)E'(p)\Big], . (77)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x . Cos.^4 x dx \Delta^3 = \frac{1}{768p^5}\Big[-2p(9+3p^2+59p^4+9p^6)+$$

$$+9(1-p^2)^4 l\frac{1+p}{1-p}\Big], \quad . . . . . (78)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x . Cos^4 x dx \Delta^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[(8-21p^2+9p^4-4p^6)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(8-25p^2+18p^4-25p^6+8p^8)E'(p)\Big] . (79)$$

Eindelijk de integralen (77) en (79) van elkander aftrekkende, komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^6 x dx \Delta^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[-(8-39p^2+90p^4+5p^6)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(8-43p^2+108p^4+65p^6-10p^8)E'(p)\Big] \text{ [4]) } . (80)$$

---

[4]) De integraal (65) komt voor l. c. T. 72, N°. 10.

7. Op dezelfde wijze als in N°. 2 hebben wij door logarithmisch differentieren:

$$\frac{d.\left[Sin.x.Cos.^a x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} = Sin.x.Cos.^a x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}$$

$$\left[\frac{Cos.x}{Sin.x} - \frac{a\,Sin.x}{Cos.x} + \frac{b}{2}\,\frac{-2p^2 Sin.x.Cos.x}{1-p^2 Sin.^2 x}\right]$$

$$= Cos.^{a-1}x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[(Cos.^2 x - a Sin.^2 x)(1-p^2 Sin.^2 x) - \right.$$

$$\left. - bp^2 Sin.^2 x.Cos.^2 x\right], \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (\gamma)$$

$$= Cos.^{a-1}x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[-a(1-p^2) + \{a+1 - \right.$$

$$\left. -(2a+b+1)p^2\}\,Cos.^2 x + (a+b+1)p^2 Cos.^4 x\right].$$

Integreert men naar x tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$, zoo verdwijnt ook hier het eerste lid der vergelijking, en men verkrijgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+3}x\,dx\,\Delta^{b-2} = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\left[\{-(a+1)+(2a+b+1)p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x\,dx\,\Delta^{b-2} + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x\,dx\,\Delta^{b-2}\right],$$

of, indien men $b+2$ voor b in de plaats stelt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+3}x\,dx\,\Delta^{b} = \frac{1}{(a+b+3)p^2}\left[\{-(a+1)+(2a+b+3)p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x\,dx\,\Delta^{b} + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x\,dx\,\Delta^{b}\right], \quad . \; (\delta)$$

waaruit voor b negatief, $= -b$, volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+3}x\,dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(a-b+3)p^2}\left[\{-(a+1)+(2a-b+3)p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1}x\,dx}{\Delta^b} + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x\,dx}{\Delta^b}\right]; \ldots . \quad (l)$$

en deze vergelijkingen kunnen dienen, om, voor iedere magt b van Δ, de magt des factors $Cos.\,x$ te herleiden tot lagere magten. Daar nu de integralen met evene magten, voortspruitende uit de onderstelling van a oneven, reeds boven in N°. 3 tot 6 zijn berekend, zoo hebben wij hier slechts noodig, a even te onderstellen. De eenvoudigste gevallen zijn die voor $b = 1$; alsdan is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+3}x\,dx\,\Delta = \frac{1}{(a+4)p^2}\left[\{-(a+1)+(a+2)2p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x\,dx\,\Delta + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x\,dx\,\Delta\right], \;. \quad (m)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+3}x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{(a+2)p^2}\left[-(a+1)(1-2p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1}x\,dx}{\Delta} +\right.$$

$$\left. + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x\,dx}{\Delta}\right] \ldots\ldots \quad (n)$$

8. Beginnende met de laatste formule, ziet men, dat voor evene a de integralen afhangen van die, waarin $Cos.\,x$ en $Cos.^3\,x$ als tellers voorkomen. Door de substitutie van $Sin.\,x = y$ worden deze:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.\,x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{(1-p^2y^2)}} = \frac{1}{p}\,Arcsin.\,p, \quad \ldots\ldots (81)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^3 x dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{(1-y^2)\,dy}{\sqrt{(1-p^2y^2)}} = \frac{\sqrt{(1-p^2)}}{2p^2} - \frac{1-2p^2}{2p^3}\,Arcsin.p. \quad (82)$$

En nu kan men door middel der reductievergelijking (n) de volgende integraal afleiden voor $a = 2$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^5 x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{8p^5}\,[-3p(1-2p^2)\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+ (3 - 8p^2 + 8p^4)\,Arcsin.\,p]. \quad \ldots (83)$$

Het verschil tusschen de integralen (81) en (82), (82) en (83) geeft nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{2p^3}\,[-p\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.\,p], \quad . (84)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2x.Cos.^3xdx}{\Delta} = \frac{1}{8p^5}[p(3-2p^2)\sqrt{(1-p^2)}-(3-4p^2)Arcsin.p]. (85)$$

En eindelijk dat tusschen (84) en (85):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4x.Cos.xdx}{\Delta} = \frac{1}{8p^5}\,[-p(3+2p^2)\sqrt{(1-p^2)}+3\,Arcsin.p]. (86)$$

Evenzoo hebben wij voor de toepassing der vergelijking (m) die integralen noodig, waarin als tellers $Cos.x$ en $Cos.^3 x$ voorkomen; zij worden wanneer men $\frac{1-p^2+p^2\,Cos.^2 x}{\Delta}$ voor Δ in de plaats stelt, uit de integralen (81) tot (83) afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.x\,dx\,\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{(1-p^2)} + \frac{1}{2p}\,Arcsin.p, \quad \ldots\ldots \quad (87)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^3 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{8p^3}[p(1+2p^2)\sqrt{(1-p^2)} - (1-4p^2)Arcsin\,p]\,; \quad (88)$$

terwijl alsnu uit de vergelijking (m) voor $a = 2$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^5 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{48p^5}[-p(3-10p^2-8p^4) +$$
$$+ 3(1-4p^2+8p^4)\,Arcsin.p] \quad \ldots \quad (89)$$

Ook hier geeft het verschil tusschen de integralen (87) en (88), (88) en (89):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x.Cos.x\,dx\,\Delta = \frac{1}{8p^3}[-p(1-2p^2)\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.p], \quad (90)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x.Cos.^3 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{48p^5}[(3+4p^2+4p^4)\sqrt{(1-p^2)} +$$
$$+ 3(1-2p^2)\,Arcsin.p]\,; \quad \ldots \quad (91)$$

en het verschil tusschen deze beide laatste eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x.Cos.x\,dx\,\Delta = \frac{1}{48p^5}[-p(3+2p^2-8p^4)\sqrt{(1-p^2)} -$$
$$- 3(1-4p^2)\,Arcsin.p] \quad \ldots\ldots \quad (92)$$

9. Ten einde echter die integralen te berekenen, waarin hoogere magten van Δ, hetzij als noemers of in den teller voorkomen, kunnen er andere herleidings-formulen worden afgeleid, en wel door de vergelijking (γ) te ontwikkelen naar de magten van Δ. Alsdan wordt zij

$$= \frac{1}{p^2} Cos.^{a-1} x . \Delta^{b-2} [b(1-p^2) - \{(1-p^2) +$$

$$+ a + b(2-p^2)\} \Delta^2 + (a+b+1)\Delta^4],$$

en hieruit volgt, wanneer men $-b+2$ voor b schrijft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \Big[-\{5-3p^2+a-b(2-p^2)\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-2}} + (a-b+3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-4}} \Big]; \ldots (o)$$

en óok, als men $b-2$ voor b schrijft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \Delta^b = \frac{1}{a+b-1} \Big[-\{3-p^2-a-b(2-p^2)\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \Delta^{b-2} - (b-2)(1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \Delta^{b-4} \Big] . (p$$

De eerste geeft nu voor $b = 3$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2} \Big[-(a-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta} +$$

$$+ a \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \Delta \Big] \ldots \ldots \ldots ($$

Door middel van de integralen, in het vorige N°. gevonden, komt men nu tot de volgende uitkomsten:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos. x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}, \ldots \quad . (9$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^3 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^3}[-p\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.p], \ldots \quad (94)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^5 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2p^5}[p(3-2p^2)\sqrt{(1-p^2)}-(3-4p^2)Arcsin.p]. \quad (95)$$

Het verschil tusschen (93) en (94), (94) en (95) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^3}[p\sqrt{(1-p^2)}-(1-p^2)Arcsin.p],. \quad (96)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2p^5}[-3p\sqrt{(1-p^2)}+(3-2p^2)Arcsin.p];. \quad (97)$$

en eindelijk dat tusschen (96) en (97):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin^4 x.Cos.x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2(1-p^2)p^5}[p(3-p^2)\sqrt{(1-p^2)}-$$

$$-3(1-p^2)Arcsin.p]. \ldots \quad (98)$$

Voor $b=5$ geeft (o) vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)}\left[-(a-5+2p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^3} + \right.$$

$$\left. +(a-2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\,dx}{\Delta}\right]; \ldots \quad (r)$$

waaruit voor $a=2, 4, 6$, volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.x\,dx}{\Delta^5} = \frac{3-2p^2}{3\sqrt{(1-p^2)^3}}, (99), \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^3 x dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3\sqrt{(1-p^2)}}, (100)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^5}[-p(3+2p^2)\sqrt{(1-p^2)}+3Arcsin.p]. (101)$$

Het verschil van (99) en (100), (100) en (101) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.\, Cos.x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3\sqrt{(1-p^2)^3}}, \, (102), \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.\, Cos.^3 x dx}{\Delta^5} =$$

$$= \frac{1}{3(1-p^2)p^5}\left[p(3-p^2)\sqrt{(1-p^2)} - 3(1-p^2) Arcsin.p\right]; \, (103)$$

terwijl er na aftrekking van (102) en (103) komt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x. Cos.x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^5}\left[-p(3-4p^2)(1+p^2)\sqrt{(1-p^2)} + \right.$$

$$\left. + \, 3(1-p^2) Arcsin.p\right] \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (104)$$

10. In het voorgaande heeft men integralen bepaald, die in den teller eenen factor $Sin.^a x.\, Cos.^b x$ bezitten, waarbij of beide a en b even, of ééne van beide even waren: er blijft dus nog het geval over, dat a en b beide oneven zijn. Om de reductieformulen voor dit geval te vinden, kan men twee wegen inslaan. Door logarithmisch differentieren vindt men toch:

$$\frac{d.\left[Cos.^a x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} =$$

$$= Cos.^a x.\,(1-p^2\,Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}\left[\frac{-a\,Sin.x}{Cos.x} + \frac{b}{2}\,\frac{-2p^2\,Sin.x.Cos.x}{1-p^2\,Sin.^2 x}\right] =$$

$$= Cos.^{a-1}x.Sin.x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[-a(1-p^2 Sin.^2 x) - bp^2 Cos\right.$$

$$= Cos.^{a-1}x.Sin.x.\Delta^{b-2}\left[-a(1-p^2)-(a+b)p^2\,Cos.^2 x\right], \, . \, . \, ($$

$$= Cos.^{a-1}x.Sin.x.\Delta^{b-2}\left[b(1-p^2)-(a+b)\Delta^2\right]; \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, ($$

$$\frac{d.\left[Sin.^a x.(1-p^2\,Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} =$$

$$= Sin.^a x.\,(1-p^2\,Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}\left[\frac{a\,Cos.x}{Sin.x} + \frac{b}{2}\,\frac{-2p^2\,Sin.x.Cos.x}{1-p^2\,Sin.^2 x}\right] =$$

$$= Sin.^{a-1}x.Cos.x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[a(1-p^2 Sin.^2 x) - bp^2 Sin.^2\right.$$

$$= Sin.^{a-1}x.\, Cos.x.\Delta^{b-2}[a-(a+b)p^2\, Sin.^2 x], \ldots\ldots (\zeta)$$
$$= Sin.^{a-1}x.\, Cos.x.\Delta^{b-2}[-b+(a+b)\Delta^2] \ldots\ldots\ldots (\eta)$$

Daar in het eerste geval bij het integreren naar x, tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$, het eerste lid hier niet verdwijnt, maar $0.(1-p^2)^{\frac{1}{2}b}-(1)^a(1)^{\frac{1}{2}b}=-1$ wordt; en even zoo in het tweede geval het eerste lid, in plaats van te verdwijnen zoo als vroeger, hier $1(1-p^2)^{\frac{1}{2}b}-0(1)^{\frac{1}{2}b}=$ $=\sqrt{(1-p^2)^b}$ wordt; — zoo volgt hieruit voor positieve b uit de eerste waarden (δ) en (ζ):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x.\, Sin.\, x\, dx\, \Delta^b =$$

$$= \frac{1}{a+b}\left[b(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x.\, Sin.\, x\, dx\, \Delta^{b-2}+1\right], \quad (s)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x.\, Cos.\, x\, dx\, \Delta^b =$$

$$= \frac{1}{a+b}\left[b\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x.\, Cos.x dx \Delta^{b-2}+\sqrt{(1-p^2)^b}\right]; \quad (t)$$

en evenzeer uit de tweede waarden (ϵ) en (η):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x.\, Sin.\, x\, dx\, \Delta^b =$$

$$= \frac{1}{(a+b+2)p^2}\left[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x.\, Sin.x dx \Delta^b+1\right], (u)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1}x.\, Cos.\, x\, dx\, \Delta^b =$$

$$= \frac{1}{(a+b+2)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x.\, Cos.x dx \Delta^b-\sqrt{(1-p^2)^{b+2}}\right]. (v)$$

Voor negatieve b geven de eerste waarden (δ) en (ζ) hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}\, x.\, Sin.x\, dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \left[-(a-b+2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}\, x.Sin.x dx}{\Delta^{b-2}} + 1\right], \quad (w)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}\, x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{b-2} \left[-(a-b+2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x.Cos.x dx}{\Delta^{b-2}} + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right]; \quad (x)$$

terwijl uit de tweede waarden (ϵ) en (η) volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1}\, x.Sin.\, x\, dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2} \left[-a(1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}\, x.\, Sin.x\, dx}{\Delta^b} + 1\right], \quad (y)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1}\, x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2} \left[a \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}\, x.\, Cos.x dx}{\Delta^b} - \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right]. \quad (z)$$

De integralen in (s) en (w) voorkomende werden voor a oneven reeds in N°. 3 tot N°. 6 ontwikkeld: de integralen van (t) en (x) voor a oneven evenzeer in N°. 8 en 9. Wij hebben dus hier slechts na te gaan, wat zij leveren in het geval, dat a even is; en dit is ook juist hetgeen gezocht werd De laatste paren in de beide voorgaande stelsels, waar Δ^b of in den teller of in den noemer voorkomt,

voeren ten slotte terug tot dezelfde integraal, die $Sin. x. Cos. x$ tot factor in den teller heeft; de eerste paren dierzelfde stelsels kunnen dan verder dienen om deze te herleiden tot

de eenvoudige $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos. x\, dx\, \Delta$ en $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x\, dx}{\Delta}$.

Maar men kan de vorige ook regtstreeks bepalen; wanneer men toch in de vergelijkingen (u) en (x) $a=2$ stelt, zoo geven beide:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[(b-4)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x dx}{\Delta^{b-2}} + 1\right] =$$

$$= \frac{1}{b-2}\left[(b-4)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x\, dx}{\Delta^{b-2}} + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right].$$

Uit de vergelijking dezer beide waarden volgt nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x\, dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{1}{(b-4)p^2}\left[-1 + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-4}}}\right] \text{ of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x\, dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)p^2}\left[-1 + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right]; \quad (aa)$$

waaruit voor b negatief wordt afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos. x\, dx\, \Delta^b = \frac{1}{(b+2)p^2}\left[1-\sqrt{(1-p^2)^{b+2}}\right]; \quad (ab)$$

zoo als ook regtstreeks te vinden was door de onderstelling van $Sin.^2 x = y$.

11. Deze laatste vergelijking geeft voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos. x\, dx\, \Delta = \frac{1}{3p^2}\left[1 - \sqrt{(1-p^2)^3}\right] \ldots\ldots (105)$$

Verder wordt de vergelijking (u) voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1} x. Sin. x\, dx \,\Delta =$$

$$= \frac{1}{(a+3)p^2}\left[1 - a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x. Sin. x\, dx\, \Delta\right]; \quad (ac)$$

en deze geeft voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos.^3 x dx \Delta = \frac{1}{15p^4}\left[-(2-5p^2)+2\sqrt{(1-p^2)^5}\right], \quad (106)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos.^5 x dx \Delta = \frac{1}{105p^6}\left[(8-28p^2+35p^4)-8\sqrt{(1-p^2)^7}\right], (107)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x. Cos^7 x dx \Delta = \frac{1}{315p^8}\left[-(16-72p^2+126p^4-105p^6)+\right.$$

$$\left.+16\sqrt{(1-p^2)^9}\right] \ldots\ldots\ldots (108)$$

Ook wordt de vergelijking (w) voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x. Cos. x\, dx\, \Delta =$$

$$= \frac{1}{(a+3)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x. Cos. x\, dx \Delta - \sqrt{(1-p^2)^3}\right]; \quad (ad$$

waaruit men voor $a = 2,\ 4,\ 6$, afleidt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x. Cos. x\, dx \Delta = \frac{1}{15p^4}\left[2-(2+3p^2)\sqrt{(1-p^2)^3}\right], \quad (109$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Sin.}^5 x.\text{Cos.}x dx \Delta = \frac{1}{105p^6}[8-(8+12p^2+15p^4)\sqrt{(1-p^2)^3}]..(110)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Sin.}^7 x.\text{Cos.}x\, dx \Delta =$$

$$= \frac{1}{315p^8}[16-(16+24p^2+30p^4+35p^6)\sqrt{(1-p^2)^3}] \,.\, (111)$$

Door het nemen van het verschil tusschen (107) en (108), (109) en (110), (110) en (111) vindt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Sin.}^3 x.\text{Cos.}^5 x\, dx \Delta = \frac{2}{315p^8}[(8-24p^2+21p^4) -$$

$$-4(2+p^2)\sqrt{(1-p^2)^5}], \;...\; (112)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Sin.}^3 x.\text{Cos.}^3 x\, dx \Delta = \frac{2}{105p^6}[-(4-7p^2) +$$

$$+(4+3p^2)\sqrt{(1-p^2)^5}], \;....\; (113)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Sin.}^5 x.\text{Cos.}^3 x\, dx \Delta = \frac{2}{315p^8}[-4(2-3p^2) +$$

$$+(8+8p^2+5p^4)\sqrt{(1-p^2)^5}] \,.\, (114)$$

12. Voor $b = 1$ geeft de vergelijking (aa):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{Sin.}x.\text{Cos.}x\, dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}[1-\sqrt{(1-p^2)}]; \;......\; (115)$$

en de formule (y):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{Cos.}^{a+1} x.\text{Sin.}x\, dx}{\Delta} =$$

$$= \frac{1}{(a+1)p^2}\left[1-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{Cos.}^{a-1}x.\text{Sin.}x\, dx}{\Delta}\right]; \;.\; (ae)$$

waaruit voor $a = 2, 4, 6,$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}[-(2-3p^2)+2\sqrt{(1-p^2)^3}], \quad (116)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}[(8-20p^2+15p^4)-8\sqrt{(1-p^2)^5}], \quad (117)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta} = \frac{1}{35p^8}[-(16-56p^2+70p^4-35p^6)+$$
$$+16\sqrt{(1-p^2)^7}]. \quad \ldots \ldots \quad (118)$$

Evenzoo de vergelijking (z):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.x dx}{\Delta} =$$
$$= \frac{1}{(a+1)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta} - \sqrt{(1-p^2)}\right] \quad (af)$$

en hieruit voor $a = 2, 4, 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}[2-(2+p^2)\sqrt{(1-p^2)}], \quad (119)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}[8-(8+4p^2+3p^4)\sqrt{(1-p^2)}], \quad (120)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{35p^8}[16-(16+8p^2+6p^4+5p^6)\sqrt{(1-p^2)}]. (121)$$

Het verschil tusschen de intègralen (117) en (118), (119) (120), (120) en (121) geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3\, x.\, Cos.^5\, x\, dx}{\Delta} = \frac{2}{105 p^8}\left[(24 - 56p^2 + 35p^4) - \right.$$

$$\left. - 4(6 + p^2)\sqrt{(1 - p^2)^5}\right], \quad \ldots \ldots (122)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\, Cos.^3 x dx}{\Delta} = \frac{2}{15p^6}\left[-(4-5p^2)+(4+p^2)\sqrt{(1-p^2)^3}\right], \;.\; (123)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5\, x.\, Cos.^3\, x\, dx}{\Delta} = \frac{2}{105\, p^8}\left[-4(6 - 7p^2) + \right.$$

$$\left. + (24 + 8p^2 + 3p^4)\sqrt{(1 - p^2)^3}\right] \;.\;.\; (124)$$

Stelt men in de formule (aa) $b = 3$, zoo is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^2}\left[-1 + \frac{1}{\sqrt{(1 - p^2)}}\right] \quad \ldots \ldots (125)$$

Voor diezelfde waarde van b wordt de vergelijking (y):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1}\, x.\, Sin.\, x\, dx}{\Delta^3} =$$

$$= \frac{1}{(a - 1)p^2}\left[1 - a(1 - p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}\, x.\, Sin.\, x\, dx}{\Delta^3}\right]; \;.\; (ag)$$

en deze geeft voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x.\, Cos.^3\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[(2 - p^2) - 2\sqrt{(1 - p^2)}\right], \;.\; (126)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x.\, Cos.^5\, x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[-(8-12p^2+3p^4)+8\sqrt{(1-p^2)^3}\right], .(127)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{5p^8}[(16-40p^2+30p^4-5p^6)-8\sqrt{(1-p^2)^5}]. (128)$$

Door het nemen van $b = 3$ in de formule (z) komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} =$$

$$= \frac{1}{(a-1)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} - \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}\right]; . (ah)$$

waaruit men voor $a = 2, 4, 6$, afleidt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[-2 + \frac{2-p^2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \dots . (129)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[-8 + \frac{8-4p^2-p^4}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], . . (130)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{5p^8}\left[-16 + \frac{16-8p^2-2p^4-p^6}{\sqrt{(1-p^2)}}\right]. (131)$$

Ook hier kan men het verschil nemen tusschen (127) en (128), (129) en (130), (130) en (131); waardoor men verkrijgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\ Cos.^5 x\, dx}{\Delta^3} = \frac{2}{15p^8}[-(24-40p^2+15p^4)+$$

$$+4(6-p^2)\sqrt{(1-p^2)^3}], . . (132)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{2}{3p^6}[(4-3p^2)-(4-p^2)\sqrt{(1-p^2)}], . (133)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x. Cos.^3 x\, dx}{\Delta^3} = \frac{2}{15 p^8} [4(6 - 5p^2) -$$

$$- (24 - 8p^2 - p^4)\sqrt{(1-p^2)}]. \quad (134)$$

Wanneer men in de vergelijking (aa) $b = 5$ stelt, zoo verkrijgt men :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^2}\left[-1 + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \dots (135)$$

terwijl de formule (y) wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x. Sin. x\, dx}{\Delta^5} =$$

$$= \frac{1}{(a-3)p^2}\left[1 - a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x. Sin. x\, dx}{\Delta^5}\right]; \; . \; (ai)$$

die voor $a = 2, 4, 6$, geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos.^3 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[-(2+p^2) + \frac{2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], . (136)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos^5 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}[(8 - 4p^2 - p^4) - 8\sqrt{(1-p^2)}], . (137)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos.^7 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^8}[-(16 - 24p^2 + 6p^4 + p^6) +$$

$$+ 16\sqrt{(1-p^2)^3}] \dots \dots (138)$$

Verder wordt de formule (z) voor $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x. Cos. x\, dx}{\Delta^5} =$$

$$= \frac{1}{(a-3)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x. Cos. x\, dx}{\Delta^5} - \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right]; \text{ . (ak)}$$

en dus voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x. Cos. x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[2 - \frac{2-3p^2}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \text{ . . . . (139)}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x. Cos. x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}\left[8 - \frac{8-12p^2+3p^4}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \text{ . . (140)}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x. Cos. x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^8}\left[16 - \frac{16-24p^2+6p^4+p^6}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right]; \text{ . (141)}$$

terwijl het verschil der integralen (137) en (138), (139) en (140), (140) en (141) ons levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x. Cos.^5 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3p^8}[(8-8p^2+p^4)-4(2-p^2)\sqrt{(1-p^2)}], \text{ . (142)}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x. Cos.^3 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3p^6}\left[-(4-p^2) + \frac{4-3p^2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \text{ . (143)}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x. Cos.^3 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3p^8}\left[-4(2-p^2) + \frac{8-8p^2+p^4}{\sqrt{(1-p^2)}}\right] \text{ . . . (144)}$$

In de onderstelling van $b = 7$ wordt de formule (aa):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x. Cos. x\, dx}{\Delta^7} = \frac{1}{5p^2}\left[-1 + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right], \text{ . . . (145)}$$

en de vergelijking (y):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x.Sin.\, x\, dx}{\Delta^7} =$$

$$= \frac{1}{(a-5)p^2}\left[1 - a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x.Sin.\, x\, dx}{\Delta^7}\right]; \quad (al)$$

derhalve voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.\, Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4}\left[-(2+3p^2) + \frac{2}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \quad (146)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8+4p^2+3p^4) + \frac{8}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \quad (147)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{5p^8}[(16-8p^2-2p^4-p^6)-16\sqrt{(1-p^2)}]. \quad (148)$$

En nog de vergelijking (z):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} =$$

$$= \frac{1}{(a-5)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} - \frac{1}{\sqrt{1-p^2)^5}}\right]; (am)$$

waaruit voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4}\left[2 - \frac{2-5p^2}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right], \quad \ldots . \quad (149)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6}\left[-8 + \frac{8-20p^2+15p^4}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right], (150)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} = \frac{1}{5p^8}\left[-16 + \frac{16-40p^2+30p^4-5p^6}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right]. (151)$$

Eindelijk geeft het verschil tusschen (147) en (148), (149) en (150), (150) en (151):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\Delta^7} = \frac{2}{15p^8}\left[-(24-8p^2-p^4)+4\frac{6-5p^2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], (152)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x\, dx}{\Delta^7} = \frac{2}{15p^6}\left[(4+p^2) - \frac{4-5p^2}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], (153)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{2}{15p^8}\left[4(6-p^2) - \frac{24-40p^2+15p^4}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right]. (154)$$

13. En hiermede zullen wij deze beschouwingen over de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^c x\, dx}{\Delta^{\pm b}} \ldots.$ (θ) eindigen. Voor a oneven en c even vonden wij ze in N°. 3 tot 6 met behulp van de functie $l\left(\frac{1+p}{1-p}\right)$; voor a even en c even terzelfder plaatse, uitgedrukt in elliptische functien; voor a even, c oneven in N°. 8 en 9 met behulp der functie $Arcsin.p$; voor a en c oneven in N°. 11 en 12, uitgedrukt alleen in algebraische grootheden. Telkens werden uit eene algemeene formule de bijzondere gevallen afgeleid, voor zoo verre deze belangrijk of voor het vervolg noodig waren.

Wanneer men $\frac{\pi}{2} - y$ voor x stelt, verkrijgt de integraal den overeenkomstigen vorm $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^c x.\, Cos.^a x\, dx}{\nabla^{\pm b}}$, waar

∇ nu $\sqrt{(1-p^2 \, Cos.^2 x)}$ voorstelt. Daar voor ieder bijzonder geval a achtervolgens dezelfde waarden verkrijgt als c, zullen dezelfde integralen als hier boven, maar met verwisseling van Δ in ∇, gemakkelijk zijn af te leiden.

Als eene verificatie-formule voor de berekeningen kan zeer geschikt dienen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-2} x . \, Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm b}} - p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x . \, Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm b}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-2} x . \, Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm b - 2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\iota)$$

Over de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{Sin.^a x . Cos.^c x dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}^{\pm 2b+1}}$.

1. Er is een theorema voor algemeene herleiding, voorkomende in de Exposé, etc. Verhandelingen, Dl. VIII, blz. 113:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(1-p^2 \, Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 \, Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 \, Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 \, Sin.^2 x)}}, \; (p^2 < 1), . (\varkappa)$$

dat gemakkelijk wordt afgeleid door in het eerste lid de substitutie $Tang. \, x . \, Tang. \, y . \sqrt{(1-p^2)} = 1$ in te voeren. Stelt men in deze formule $f(z) = z^b \, l z$, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-p^2 \, Sin.^2 x)^b \, l(1-p^2 \, Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}, \, (\lambda)$$

of na herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(1-p^2 Sin.^2 x)^b + \left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b\right] l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}.$$

Stelt men verder $f(z) = (1-z)^b\, lz$, dan komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (p^2 Sin.^2 x)^b\, l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{p^2 Cos.^2 x}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}},$$

of na herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[Sin.^{2b} x + \frac{Cos.^{2b} x}{(1-p^2 Sin.^2 x)^b}\right] l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{Cos.^2 x}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}.$$

Eenvoudiger stelt men deze beide vergelijkingen aldus voor:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b} + (1-p^2)^b]\, l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}} =$$

$$= (1-p^2)^b\, l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+1}}, \quad \ldots (a$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [Sin.^{2b} x.(1-p^2 Sin.^2 x)^b + Cos.^{2b} x]\, l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}} =$$

$$= l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{2b} x\, dx}{\Delta^{2b+1}} \quad \ldots (b$$

Wanneer men in de vergelijking (*an*) *b* negatief neemt, en naderhand met $(1-p^2)^b$ vermenigvuldigt, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-p^2)^b\left[\frac{1}{(1-p^2Sin.^2x)^{2b}}+\frac{1}{(1-p^2)^b}\right]l\Delta^2\frac{dx}{\Delta^{1-2b}}=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}[(1-p^2Sin.^2x)^{2b}+(1-p^2)^b]\frac{dx}{\Delta^{1+2b}}=l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx\Delta^{2b-1},$$

waaruit, bij vergelijking met (*an*), wegens de gelijkheid der eerste leden volgen moet:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx\,\Delta^{2b-1}=(1-p^2)^b\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+1}}\,,\quad\ldots\ldots\quad(ap)$$

een bijzonder geval van een bekend algemeen theorema. Hier leeren wij daaruit, dat wij *b* in de vergelijking (*an*) niet negatief behoeven te nemen: aan den anderen kant mag ook in (*ao*) *b* nooit negatief worden genomen, daar alsdan het tweede lid dezer vergelijking oneindig groot zoude worden.

Men kan uit de vorige vergelijkingen (*an*) en (*ao*) ook nog een paar andere afleiden naar de volgende redenering. Men stelle in (*an*) $b-1$ voor *b* en daarna voor $\frac{1}{\Delta^{2b-1}}$ weder $\frac{1-p^2\,Sin.^2\,x}{\Delta^{2b+1}}$, waarbij de factor $(1-p^2\,Sin.^2\,x)$ tusschen de haakjes behoort te worden gebragt; alsdan trekke men de uitkomst van de formule (*an*) af. Evenzoo handele men met de vergelijking (*ao*), en men zal tot de beide uitkomsten geraken:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}[(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b-1}Sin.^2 x+(1-p^2)^{b-1}Cos.^2 x]\, l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}}=$$

$$=\frac{1}{p^2}(1-p^2)^{b-1}l(1-p^2).\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b-1}}-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+1}}\right]$$

$$=(1-p^2)^{b-1}l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.^2 x\, dx}{\Delta^{2b+1}}, \quad \ldots\ldots\ldots (ar)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}[(1-p^2 Sin.^2 x)^b Sin.^{2b-4}x+(1-p^2)Cos.^{2b-4}x]\, l\Delta^2\frac{Sin.^2 x. Cos.^2 x dx}{\Delta^{2b+1}}=$$

$$=l(1-p^2).\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.^{2b-1} x\, dx}{\Delta^{2b-1}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.^{2b} x\, dx}{\Delta^{2b-1}}\right]$$

$$=(1-p^2)\, l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^2 x. Cos.^{2b-1} x\, dx}{\Delta^{2b+1}} \quad \ldots\ldots\ (as$$

Deze vier herleidings-formulen, en zoo vele andere, als daaruit nog zouden kunnen afgeleid worden, hebben allen een groot gebrek. In het eerste lid toch komen tusschen de haakjes twee termen voor; en wanneer men, de haakjes weglatende, twee integralen daarvoor in de plaats schrijft, zoo verkrijgt de eerste eene zekere magt van Δ als factor in den teller, de tweede daarentegen eene andere magt van Δ tot noemer. Beide magten hangen van b af, en wel zoodanig, dat zij, bij het grooter nemen van b, beide klimmen; zoodat de twee integralen hoe langer hoe meer zich van elkander verwijderen, wanneer men uitsluitend op die magten van Δ let. Hoezeer nu wel, bij de achtervolgende onderstelling $b=0, =1, =2$, enz., de enkele integralen

met behulp van bijzondere kunstgrepen daaruit afzonderlijk zijn af te leiden, — mag het evenwel beter schijnen, om eene algemeene herleidings-formule op te zoeken, die niet aan het vermelde gebrek lijdt.

Zooals de formulen hierboven gevonden zijn, is dit niet mogelijk; maar zullen zij daartoe eerst eene verandering moeten ondergaan door het differentieren onder het integraalteeken naar de constante p, of, wat hier geschikter is, naar $-p^2$. En dit is hier geoorloofd, daar, met de beperking $p^2 < 1$, nooit een geval van discontinuiteit voorkomt. De vergelijking (λ) geeft alsdan:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(1-p^2 Sin.^2 x)^{b-\frac{3}{2}} Sin.^2 x.[(b-\tfrac{1}{2})\, l(1-p^2 Sin.^2 x)+1] =$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \frac{(1-p^2)^{b-1}}{(1-p^2 Sin.^2 x)^{b+\frac{3}{2}}}\Big[(b\{(1-p^2 Sin.^2 x)-(1-p^2)Sin.^2 x\}-$$

$$-\tfrac{1}{2}(1-p^2)Sin.^2 x)\, l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)+\{(1-p^2 Sin.^2 x)-(1-p^2)Sin.^2 x\}\Big];$$

dat is, na herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \frac{l(1-p^2 Sin.^2 x)}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b+3}}}[(b-\tfrac{1}{2})\, Sin.^2 x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b}+$$

$$+(1-p^2)^{b-1}\{b(1-p^2 Sin.^2 x)-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)Sin.^2 x\}] =$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^{b+3}}}\{[b(1-p^2 Sin.^2 x)-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)\, Sin.^2 x\}\, l(1-p^2)+(1-p^2 Sin.^2 x)-$$

$$-(1-p^2)Sin.^2 x](1-p^2)^{b-1}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x dx \sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b-3}};$$

of met p^2 vermenigvuldigende en voor $p^2\, Sin.^2 x$ overal $1-\Delta^2$ schrijvende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-\Delta^2)\Delta^{4b}+(1-p^2)^{b-1}\{bp^2\Delta^2-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)(1-\Delta^2)]=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[\{bp^2\Delta^2-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)(1-\Delta^2)\}l(1-p^2)+p^2\Delta^2-(1-p^2)(1-\Delta^2)-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(1-\Delta^2)\Delta^{2b-3}, \quad \text{of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{4b}-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{4b+2}-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^b+$$

$$+\{b+\tfrac{1}{2}(1-p^2)\}(1-p^2)^{b-1}\Delta^2]=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+$$

$$+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+(\{b+\tfrac{1}{2}(1-p^2)\}l(1-p^2)+1)\Delta^2-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a}$$

De vergel. (*an*) kan men ook onder deze gedaante schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[\Delta^{4b+2}+(1-p^2)^b\Delta^2]=$$

$$=(1-p^2)^b l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx\,\Delta^2}{\Delta^{2b+3}}; \quad \ldots\ldots$$

en alzoo kan zij ons goede dienst bewijzen om uit de vergelijking (*at*) achter elkander de beide laatste termen van het eerste lid te verwijderen. Daartoe vermenigvuldige men deze met $1-p^2$ en de formule (*au*) met $b+\frac{1}{2}(1-p^2)$; trekt men dan de laatste uitkomst van de eerste af, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{4b}-b(2-p^2)\Delta^{4b+2}-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b+1}]=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^b[-\{(b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}$$

$$(1-p^2)+\Delta^2]-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}).$$

Vervolgens stelle men in de vergelijking (*an*) $b+1$ voor b, dan wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[\Delta^{4b+4}+(1-p^2)^{b+1}]=$$

$$=(1-p^2)^{b+1}l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+3}}.$$

En wanneer men deze uitkomst met $b+\frac{1}{2}$ vermenigvuldigt, en dit bij de vorige vergelijking optelt, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{4b}-b(2-p^2)\Delta^{4b+2}+$$

$$+(b+\tfrac{1}{2})\Delta^{4b+4}]=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^b[-(1-p^2)+\Delta^2]-(1-p^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx[\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}]=-(1-p)^{b+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+3}}+(1-p^2)^b$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+1}}-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta^{2b-3}+(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta^{2b-1};\ (av)$$

of, wanneer men in het laatste lid de vergelijking (*ap*) voor b en voor $b+1$ substitueert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{4b}-b(2-p^2)\Delta^{4b+2}+(b+\tfrac{1}{2})\Delta^{4b+4}]=$$

$$=-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta^{2b-3}+(2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta^{2b-1}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta^{2b+1}. \quad (au)$$

voor de gewenschte reductie-vergelijking, die nu van het vroeger vermelde gebrek geheel is ontheven.

Neemt men aan, dat men op eenigerlei wijze de integralen gevonden had, die Δ en Δ^3 tot noemer hebben, dan zoude deze vergelijking, voor de onderstelling $b=0$, eene integraal doen kennen, die Δ als factor in den teller bevatte; vervolgens gaf ons de onderstelling $b=1$ eene andere integraal met Δ^3 als factor in den teller, enz. Zijn eenmaal op deze wijze de integralen met den factor Δ^{2b-1} in den teller gevonden, dan geeft de vergelijking (*an*) aanleiding om de overeenkomstige integralen afteleiden, die Δ^{2b+1} tot noemer hebben. Maar het is niet onbelangrijk, ook voor deze laatste integralen eene onafhankelijke reductieformule te zoeken.

Daartoe moeten wij ons weder tot de vergelijking (*at*) wenden, en trachten daaruit nu niet meer de beide laatste, maar de beide eerste termen van het eerste lid te elimineeren. Tot dat doel behooren wij evenzeer de vergelijking (*an*) te bezigen; vermenigvuldigen wij deze met $b-\frac{1}{2}$, en tellen wij de uitkomst bij de formule (*at*) op, zoo vinden wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{4b}-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^b+b(2-p^2)(1-p^2)^{b-1}\Delta^2]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+$$

$$+\{b(2-p^2)l(1-p^2)+1\}\Delta^2]-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,[\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}].$$

Door de verandering van b in $b-1$ wordt vervolgens de vergelijking (an):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx\,\Delta^4}{\Delta^{2b+3}}[\Delta^{4b-4}+(1-p^2)^{b-1}]=(1-p^2)^{b-1}l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx.\,\Delta^4}{\Delta^{2b+3}}.$$

Het produkt hiervan met $b-\tfrac{1}{2}$ van de vorige uitkomst aftrekkende, hebben wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^b+b(2-p^2)(1-p^2)^{b-1}\Delta^2-$$

$$-(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b-1}\Delta^4]=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+$$

$$+1\}(1-p^2)+\{b(2-p^2)l(1-p^2)+1\}\Delta^2-(b-\tfrac{1}{2})l(1-p^2).\Delta^4]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}) =$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+$$

$$+\{b(2-p^2)l(1-p^2)+1\}\Delta^2-(b-\tfrac{1}{2})l(1-p^2)\Delta^4]-$$

$$-(1-p^2)^{b-1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b-1}}+(1-p^2)^b\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+1}},$$

waarbij de twee laatste termen van het tweede lid volgens de formule (ap) herleid zijn. Deelt men nu door den factor $(1-p^2)^{b-1}$, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)+b(2-p^2)\Delta^2-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^4]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-\{(b+\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+$$

$$+(2-p^2)\{bl(1-p^2)+1\}\Delta^2-\{(b-\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}\Delta^4].\,(ax)$$

Het laatste lid is evenwel voor eene groote vereenvoudiging vatbaar. Daartoe zullen wij de vergelijking (a) uit IV, N°. 2 moeten gebruiken, die ons voor $a=1$ en $b=2b+1$ levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}=\frac{1}{(1-p^2)(2b+1)}\left[(2-p^2)2b\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b+1}}-(2b-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{2b-1}}\right].$$

Vermenigvuldig deze formule met $\tfrac{1}{2}(2b+1)(1-p^2)l(1-p^2)$, en substitueer het eerste lid der uitkomst in het tweede lid der vergelijking (ax), zoo wordt zij eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)+b(2-p^2)\Delta^2-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^4]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(1-p^2)+(2-p^2)\Delta^2-\Delta^4],\,.\,.\,(ay)$$

eene reductievergelijking, zoo als wij ze zochten; bij nadere beschouwing blijkt zij echter niets anders te zijn dan de reeds vroeger gevonden reductievergelijking (aw) voor eene negatieve b.

Naar het vroeger gezegde kunnen wij echter zulke herleidingsformule ontberen, mits de beide integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} \quad \text{en} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} \,\ldots\ldots\ldots \quad (\mu)$$

bekend zijn.

2. Ten einde hiertoe te geraken, stellen wij in de vergelijkingen (*an*) en (*ao*) $b = 0$, en verkrijgen alzoo door beiden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} = \tfrac{1}{2} l(1 - p^2).\mathrm{F}'(p) \,\ldots\ldots \quad (155)$$

Indien men echter in beide vergelijkingen $b = 1$ stelt, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1 - p^2 Sin.^2 x) + (1 - p^2)] l\,\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} = l(1 - p^2).\mathrm{E}'(p), \ldots \quad (\nu)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1 - p^2\, Sin.^2 x)\, Sin.^2 x + Cos.^2 x]\, l\,\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} =$$

$$= \frac{1}{p^2} l(1 - p^2).\,[\mathrm{F}'(p) - \mathrm{E}'(p)]. \,\ldots\ldots \quad (\xi)$$

Wel geeft de som van de eerste met p^2 maal de laatste ons de integraal (155) terug; maar zij zijn daardoor ook niet geschikt om de drie integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2 \frac{Sin.^2 x dx}{\Delta^3}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2 \frac{Sin.^4 x\, dx}{\Delta^3}$$

onafhankelijk van elkander te bepalen. Om hierin te slagen moeten wij, even als boven, de integraal (155) onder het integraalteeken naar de constante p differentieren; dit geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{p\,Sin.^2 x dx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-2p\,Sin.^2 x}{1-p^2 Sin.^2 x}\frac{dx}{\Delta} = \tfrac{1}{2}\frac{-2p}{1-p^2}F'(p) +$$

$$+ \tfrac{1}{2} l(1-p^2). \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{p\,Sin.^2 x dx}{\Delta^3},$$

of door invoering der waarde van de integraal (35):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^2}[-\{(2-p^2)+\tfrac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \quad .\ .\ .\ . \quad (156)$$

en nu geeft de som van de formule (155) en het p^2-voud dezer laatste:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2}[-(2-p^2)F'(p) + \{2+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)]; \quad (157)$$

zoodat thans de beide integralen (μ) gevonden zijn, en de vorige reductie-vergelijkingen kunnen worden toegepast. Stellen wij in de formule (aw) achtervolgens $b=0$ en $b=1$, zoo vinden wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 dx\Delta = (1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} - 2(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^3} + 2(2-p^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta = (2-p^2)F'(p) - \{2-\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p), \quad (158)$$

$$\frac{3}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\, dx\,\Delta^3 = (2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\, dx\,\Delta - \frac{1-p^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} -$$

$$-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta} + (2-p^2)\int_2^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta^3;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 dx \Delta^3 = \frac{1}{9}[\{2(10-10p^2+3p^4)-\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-(2-p^2)\{10-3l(1-p^2)\}E'(p)]. \;.\;.\;.\; (159)$$

Evenzeer geeft de reductie-vergelijking (ay) voor $b=1$:

$$\frac{3(1-p^2)}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{dx}{\Delta^5} = (2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{dx}{\Delta^3} - \tfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{dx}{\Delta} +$$

$$+(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^5} - (2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta}, \quad \text{of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9(1-p^2)^2}[-\{2(10-10p^2+3p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+(2-p^2)\{10+3l(1-p^2)\}E'(p)].(160)$$

Het verschil tusschen de integralen (158) en (159), (155) en (158), (160) en (157), geeft, na deeling door p^2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^2 x\, dx\, \Delta = \frac{1}{9p^2}[\{-(2-11p^2+6p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(1-5p^2)-$$

$$-\tfrac{3}{2}(1-2p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \;.\;.\;.\;.\;.\; (161)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{Sin.^2 x\, dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}[\{-(2-p^2)+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2-\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p), \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (162)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{Sin.^2 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^2(1-p^2)^2}[-\{(2+7p^2-3p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(1+4p^2)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)] \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (163)$$

Evenzoo geeft het verschil tusschen de integralen (162) en (161), (156) en (162), (163) en (156), mede na deeling door p^2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4\, x\, dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}[\{-2(8+p^2-3p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(2+p^2)\,l(1-p^2)\}\,F'(p)+\{2(8+5p^2)-$$
$$-3(1+p^2)\,l(1-p^2)\}\,E'(p)]. \;\ldots\ldots (164)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4(1-p^2)}[-\{p^2(2-p^2)+$$
$$+(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2p^2+\tfrac{1}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], . (165)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4\, x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^4(1-p^2)^2}[\{2(8-17p^2+6p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(2-3p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\,F'(p)-$$
$$-\{2(8-13p^2)+3(1-2p^2)l(1-p^2)\}\,E'(p)]. (166)$$

Nog is het $\frac{1}{p^2}$ deel van het verschil tusschen de formulen (165) en (164), (166) en (165):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^6\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6(1-p^2)}[\{16-32p^2+p^4+6p^6)-$$
$$-\tfrac{3}{2}(8+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(8-12p^2-5p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-3p^2-2p^4)\,l(1-p^2)\}\,E'(p)], \;\ldots\ldots\ldots (167)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^6\, x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^6(1-p^2)^2}[\{(16-16p^2-15p^4+9p^6)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}\,F'(p)-\{2(8-4p^2-9p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-13p^2+3p^4)\,l(1-p^2)\}\,E'(p)]. \;\ldots\ldots\ldots (168)$$

Eindelijk verkrijgt men, de integralen (168) en (167) van elkander aftrekkende, en daarna door p^2 deelende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^3 \frac{Sin.^8 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8(1-p^2)^2}\left[\left\{2p^2(16-24p^2+2p^4+3p^6)-\right.\right.$$

$$\left.-\tfrac{3}{2}(16-16p^2+p^4)(1-p^2)\,l(1-p^2)\right\}F'(p)-\left\{2p^2(16-16p^2-\right.$$

$$\left.\left.-5p^4)+3(8-12p^2+2p^4+p^6)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right]\text{ [5]}. \quad (169)$$

3. Uit de nu gevonden integralen laten zich nog een zeker aantal andere afleiden, die daarmede overeenkomen, behalve dat de magten van de factoren. *Sin.*$^2 x$, in den teller, met die van *Cos.*$^2 x$ worden verwisseld.

Het verschil van (158) en (161); van (155) en (162), (162) en (164); dat van (157) en (156), (156) en (165), (165) en (167); eindelijk dat van (160) en (163), (163) en (166), (166) en (168), (168) en (169) geeft achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2 x dx\Delta = \frac{1}{9p^2}\left[\left\{(2+7p^2-3p^4)-\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\right.$$

$$\left.+\left\{2(1+4p^2)+3(2-p^2)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \quad \ldots\ldots (170)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2 x\frac{dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\left[\left\{(2-p^2)-\tfrac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)-\right.$$

$$\left.\left\{2-\tfrac{1}{2}\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \quad \ldots\ldots (171)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2 x.\,Cos.^2 x\frac{dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}\left[\left\{(16-16p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(1-p^2)\,l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{2(1-5p^2)-\right.$$

$$\left.\left.-\tfrac{3}{2}(1-2p^2)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \quad \ldots\ldots (172)$$

---

[5]) De integralen (155), (156), (157) komen voor l. c T. 348. N. 12, 19, 18; — de integralen (158) en (162) werden afgeleid in de Exposé, blz. 424.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2 x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^2}\Big[\{(2-p^2)+$$
$$+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)-\{2+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)\Big], \quad (173)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^4}l(1-p^2).\big[\tfrac{1}{2}(2-p^2)F'(p)-E'(p)\big], \quad (174)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^4x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{9p^6}\Big[\{-(16-16p^2+3p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-5p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{8(2-p^2)-$$
$$-\tfrac{3}{2}(8-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (175)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^2(1-p^2)}\Big[\{(2-11p^2+6p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{2(1-5p^2)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(1-2p^2)l(1-p^2)\}E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (176)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^4(1-p^2)}\Big[\{-(16-16p^2+3p^4)+$$
$$+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{8(2-p^2)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (177)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^4x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6(1-p^2)}\Big[-\{(16-16p^2+3p^4)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{8(2-p^2)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-7p^2)l(1-p^2)\}E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (178)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^6x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^8(1-p^2)}\Big[\{-p^2(16-16p^2+3p^4)+$$
$$+12(2+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{8p^2(2-p^2)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(16-16p^2+p^4)l(1-p^2)\}E'(p)\Big] \ldots\ldots \quad (179)$$

Vervolgens geeft het verschil van de formulen (171) en (172), (173) en (174), (174) en (175), (176) en (177), (177) en (178), (178) en (179) de volgende integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}[-\{2(8-17p^2+6p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1+3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(1+4p^2)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (180)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}[\{p^2(2-p^2)-(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2p^2+\tfrac{1}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots \ldots (181)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^2 x . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[\{(16-16p^2+3p^4)-$$

$$-\tfrac{3}{2}(8-3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-8(2-p^2)+$$

$$+12(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (182)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^4}[\{2(8+p^2-3p^4)+\tfrac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(8+5p^2)+3(1+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots \ldots (183)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^2 x . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^6}[\{(16-16p^2+3p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(8-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{8(2-p^2)-12(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], (184)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^4 x . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{-1}{3p^8} l(1-p^2) . [\tfrac{1}{4}(16+16p^2-3p^4)F'(p)+$$

$$+4(2-p^2)E'(p)]. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (185)$$

Het verschil van de integralen (181) en (182), (183) en (184), (184) en (185) geeft evenzoo:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2.Cos.^6\,x\,\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{9p^6}\Big[\big\{-(16-16p^2-15p^4+9p^6)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-9p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{F}'(p)+\big\{2(8-4p^2-9p^4)-$$
$$-\tfrac{3}{2}(8-3p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{E}'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots (186)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2.Cos.^6\,x\,\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6}\Big[-\big\{(16-32p^2+p^4+6p^6)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(8-3p^2-p^4)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{F}'(p)+\big\{2(8-12p^2-5p^4)-$$
$$-3(8-5p^2-p^4)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{F}'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots (187)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2.Sin.^2\,x.\,Cos.^6\,x\,\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^8}\Big[\big\{p^2(16-16p^2+3p^4)+$$
$$+6(4+6p^2-p^6)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{F}'(p)-\big\{8p^2(2-p^2)-$$
$$-12(1+p^2)(2-p^2)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{E}'(p)\Big]. \ldots\ldots (188)$$

Terwijl men eindelijk, de integraal (188) van (187) af-
trekkende, vinden zal:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\,\Delta^2.Cos.^8\,x\,\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^8}\Big[-\big\{2p^2(16-8p^2+2p^4+3p^6)+$$
$$+\tfrac{3}{2}(16-p^4)(1+p^2)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{F}'(p)+\big\{2p^2(16-14p^2-5p^4)-$$
$$-3(8+4p^2-9p^4-p^6)\,l(1-p^2)\big\}\,\mathrm{E}'(p)\Big] \;^{*}) \ldots\ldots (19$$

4. Al de vorige integralen had men ook uit de reductie-
vergelijkingen (*an*) en (*ao*) kunnen afleiden, waarbij dan
echter eene dier vergelijkingen telkens ten opzigte van p
moest gedifferentieerd worden.

Als verificatie-formulen kunnen mede dezelfde vergelij-

---

*) De integraal (178) komt voor l. c. T. 348, N°. 20. — De integ[raal]
(171) werd afgeleid in de Exposé, bls. 424.

kingen (*an*) en (*ao*) dienen, waarbij men dan de integralen noodig heeft, die in IV zijn ontwikkeld.

5. De behandelde integralen hebben evene magten van *Sin x* en *Cos. x* tot factoren in den teller; men kan even zoo goed de integralen zoeken, waarbij die magten oneven zijn.

Daartoe worde opgemerkt, dat de bekende substitutie $Tang.\, x.\ Tang.\, y.\ \sqrt{(1-p^2)} = 1$, die reeds boven in N°. 1 is aangewezen, de volgende vergelijkingen medebrengt:

$$\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} = \frac{dy}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 y)}},\ 1-p^2 Sin.^2 x = \frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 y},$$

$$Sin.^2 x = \frac{Cos.^2 y}{1-p^2 Sin.^2 y},\ Cos.^2 x = \frac{(1-p^2)\, Sin.^2 y}{1-p^2 Sin.^2 y}, \quad \ldots . \ (o)$$

$$Sin.\, x.\ Cos.\, x = \frac{Sin.\, y. Cos.\, y. \sqrt{(1-p^2)}}{1-p^2\, Sin.^2 y}.$$ Met het oog hierop is de waarheid duidelijk van het volgende theorema:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(Sin.\, x.\ Cos.\, x,\ 1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{Sin.\, x. Cos.\, x. \sqrt{(1-p^2)}}{1-p^2 Sin.^2 x}, \frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}, . (\pi)$$

dat van meer algemeenen aard is dan het theorema (x). Stel hierin $f(y, z) = y^a.\ z^b\, l\, z$, zoo wordt het:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. Cos.^a x. (1-p^2 Sin.^2 x)^b\, l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x. (1-p^2)^{\frac{1}{2}a}}{(1-p^2 Sin.^2 x)^a} \frac{(1-p^2)^b}{(1-p^2 Sin.^2 x)^b}\, l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}},$$

of

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x.\,l(1-p^2\,Sin.^2 x)dx\left[\frac{(1-p^2\,Sin.x)^{a+2b}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}}{(1-p^2\,Sin.^2 x)^{a+b+\frac{1}{2}}}\right]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{(1-p^2\,Sin.^2 x)^{a+b+\frac{1}{2}}},$$

dat is

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x.\,l\,\Delta^2\,dx\left[\frac{\Delta^{2a+4b}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}}{\Delta^{2a+2b+1}}\right]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.\,Cos.^a x\,dx}{\Delta^{2a+2b+1}}\ldots\quad(az)$$

Deze vergelijking heeft evenwel hetzelfde gebrek als de formule (*an*), wanneer zij namelijk tot herleidingsvergelijkingen zouden moeten dienen; want in het eerste lid komen twee integralen voor, die slechts met betrekking tot de functie Δ verschillen. De eene heeft den factor Δ^{2b-1} in den teller, de tweede heeft $\Delta^{2a+2b+1}$ in den noemer. Bij het groeijen van b zullen dus beide integralen hoe langer hoe meer gaan verschillen; hetgeen de vergelijking in dien vorm voor eene herleidingsformule geheel ongeschikt maakt. Ten einde echter zulk eene te verkrijgen, die beter voor dit doel past, zal het noodig zijn, het theorema (*az*) te veranderen, en wel door het onder de integraalteekens te differentieren naar de standvastige p, of als men liever wil, naar $-p^2$. Deze bewerking geeft ons:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.\,Cos.^a x\,\frac{dx}{\Delta^{2a+2b+3}}\left[\left\{\Delta^{2a+4b}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\right\}Sin.^2 x\,+\right.$$

$$+\,l\,\Delta^2.\left\{(b-\tfrac{1}{2})\,\Delta^{2a+4b}\,Sin.^2 x+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\left((b+\tfrac{1}{2}a)\,\Delta^2-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)Sin.^2 x\right)\right\}\right]=\left\{(b+\tfrac{1}{2}a)l(1-p^2)+1\right\}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.\,Cos.^a x\,dx}{\Delta^{2a+2b+1}}-(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l(1-p^2).\,\tfrac{1}{2}(2a+2b+1)$$

$$.\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a+2} x.\,Cos.^a x\,dx}{\Delta^{2a+2b+3}},$$

of, wanneer men met p^2 vermenigvuldigt en de waarde $p^2 Sin.^2 x = 1 - \Delta^2$ invoert, na eenige herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}} l\Delta^2.\left[(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{2a+4b}(1-\Delta^2)+\right.$$

$$\left.+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\left\{(b+\tfrac{1}{2}a)p^2\Delta^2-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)(1-\Delta^2)\right\}\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\left[\left\{(b+\tfrac{1}{2}a)l(1-p^2)+1\right\}p^2\Delta^2-\right.$$

$$\left.-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)\,l(1-p^2).(1-\Delta^2)-(1-p^2)(1-\Delta^2)\right]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x\, dx\, \Delta^{2b-3}(1-\Delta^2);\quad \text{of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}} l\Delta^2.\left[(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{2a+4b}-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{2a+4b+2}-\right.$$

$$\left.-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}+\left\{(a+b+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{2}(a+1)p^2\right\}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\Delta^2\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\left[-\left\{(a+b+\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)+1\right\}.\right.$$

$$\left.(1-p^2)+\left\{\left((a+b+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{2}(a+1)p^2\right)l(1-p^2)+1\right\}\Delta^2\right]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x\, dx\,(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1})\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad (ba)$$

Om deze vergelijking nu tot ons doel geschikt te maken, moeten wij eerst de formule (az) aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}\left[\Delta^{2a+4b+2}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\Delta^2\right]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\, dx\,\Delta^2}{\Delta^{2a+2b+3}},\quad\ldots\ldots\quad (bb)$$

deze vervolgens met $(a+b+\frac{1}{2})-\frac{1}{2}(a+1)p^2$ en de vorige vergelijking met $1-p^2$ vermenigvuldigen, en eindelijk het eerste produkt van het tweede aftrekken. Op die wijze zullen wij verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}} l\Delta^2.[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{2a+4b} -$$

$$-\tfrac{1}{2}(a+2b)(2-p^2)\Delta^{2a+4b+2}-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a+1}]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}[-\{(a+b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}$$

$$(1-p^2)+\Delta^2]-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. Cos.^a x dx(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}).$$

Vervolgens wordt de vergelijking (az), wanneer men $b+1$ voor b in de plaats stelt, hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^a x. Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}[\Delta^{2a+4b+4}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a+1}]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a+1}l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}.$$

Deze moet men nu met $a+b+\frac{1}{2}$ vermenigvuldigen, en het produkt bij de vorige vergelijking optellen; alsdan is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}} l\Delta^2.[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{2a+4b}-$$

$$-\tfrac{1}{2}(a+2b)(2-p^2)\Delta^{2a+4b+2}+(a+b+\tfrac{1}{2})\Delta^{2a+4b+4}]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x\, dx}{\Delta^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}[-(1-p^2)+\Delta^2]-$$

$$-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. Cos.^a x\, dx(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}), \ldots \quad (bc)$$

de herleidingsformule, die wij zochten als ontheven van het gebrek, waaraan de oorspronkelijke vergelijking (az) leed, en waarin nu het tweede lid geheel uit integralen bestaat, die in § IV zijn afgeleid. Maar wij kunnen dit tweede lid tot eenvoudiger vorm herleiden. Daartoe stelle men in de formule (az) $b = -(a+d)$, vermenigvuldige haar met $(1-p^2)^{\frac{1}{2}a+d}$ en schrijve alsdan b weder in de plaats van d; zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.\, Cos.^a x.\, l\Delta^2\, dx \left[\frac{(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}} + \Delta^{2a+4b}}{\Delta^{2a+2b+1}}\right] =$$

$$= l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.\, Cos.^a x dx\, \Delta^{2b-1}.$$

En nu geeft ons de opmerking, dat deze vergelijking met de vorige (az) het eerste lid gemeen heeft, het volgende theorema:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. Cos.^a x dx \Delta^{2b-1} = (1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x dx}{\Delta^{2a+2b+1}} \quad .\ (bd)$$

Wanneer men nu het eerste lid voor b en voor $b-1$ in het tweede lid der vergelijking (bc) substitueert, zoo wordt de laatste eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x dx}{\Delta^{2a+2b+3}} l\Delta^2.\left[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{2a+4b}-\right.$$

$$\left.-\tfrac{1}{2}(a+2b)(2-p^2)\Delta^{2a+4b+2}+(a+b+\tfrac{1}{2})\Delta^{2a+4b+4}\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x dx}{\Delta^{2a+2b+3}} -\left[(1-p^2)\,\Delta^{4b}+(2-p^2)\,\Delta^{4b+2}-\Delta^{4b+4}\right].(be)$$

Even als vroeger kan ook hier door substitutie van de vergelijking (az) in de afgeleide (ba) worden aangetoond, dat de laatste formule (be) even goed voor negative b geldt; iets, dat ook wel te voorzien was.

6. Wanneer men hieruit eenige bijzondere uitkomsten wil afleiden, ziet men al dadelijk, dat de onderstelling $a = 0$ ons tot de vergelijking (aw) terug voert; stelt men echter $a = 1$, zoo wordt de formule (be):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.xdx\, l\Delta^2.[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{2b-3}- -\tfrac{1}{2}(2b+1)(2-p^2)\Delta^{2b-1}+(b+\tfrac{1}{2})\Delta^{2b+1}]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.xdx[-(1-p^2)\Delta^{2b-5}+(2-p^2)\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}]. \quad (bf)$$

Ten einde voor $b = 0$ deze vergelijking te kunnen gebruiken, heeft men de beide integralen noodig, die Δ zelve in den noemer en in den teller hebben. Deze vindt men aldus, daar $d\Delta=\tfrac{1}{2}(-2p^2)Sin.x.Cos.x\dfrac{dx}{\Delta}=\dfrac{-p^2\,Sin.x.Cos.xdx}{\Delta}$ is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x.l\Delta^2\frac{dx}{\Delta}=-\frac{1}{p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^2 d\Delta=-\frac{2}{p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta d\Delta=\frac{-2}{p^2}\cdot$$

$$\cdot\Delta(l\Delta-1)\Big\}_1^{\sqrt{(1-p^2)}}=\frac{-2}{p^2}[\sqrt{(1-p^2)}\{l.\sqrt{(1-p^2)}-1\}+1]=$$

$$=\frac{1}{p^2}[\{2-l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)}-2], \quad \ldots (190)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x.l\Delta^2\,dx\,\Delta=-\frac{1}{p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^2.\Delta^2 d\Delta=$$

$$=\frac{-2}{9p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^3 d.\Delta^3=\frac{-2}{9p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)^3}} ly\,dy=\frac{-2}{9p^2}.y(ly-1)\Big\}_1^{\sqrt{(1-p^2)^3}}=$$

$$=\frac{-2}{9p^2}[\sqrt{(1-p^2)^3}\{l\sqrt{(1-p^2)^3}-1\}+1]=$$

$$=\frac{1}{9p^2}[\{2-3l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)^3}-2]. \quad (191)$$

Thans zoude men met behulp van de herleidingsformule (bf) verder kunnen gaan; maar dezelfde wijze van behandeling geeft dadelijk regtstreeks:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}} = -\frac{1}{p^2}\int_0^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^2 \frac{d\Delta}{\Delta^{2b}} =$$

$$= \frac{-2}{(2b-1)^2p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\frac{1}{\Delta^{2b-1}}d.\frac{1}{\Delta^{2b-1}} = \frac{-2}{(2b-1)^2p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}^{1-2b}} ly\,dy =$$

$$= \frac{-2}{(2b-1)^2p^2}\left[\sqrt{(1-p^2)}^{1-2b}\{l.\sqrt{(1-p^2)}^{1-2b}-1\}+1\right] =$$

$$= \frac{1}{(2b-1)^2p^2}\left[\{2+(2b-1)l(1-p^2)\}\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}^{2b-1}}-2\right].(192)$$

Daar deze de eenige integraal is, die wij hier in het vervolg zullen noodig hebben, willen wij niet voortgaan met het aannemen van andere waarden voor de standvastige a in de vergelijking (be).

7. Nog blijft er over, eene dergelijke vergelijking te zoeken als de vorige (az), waarbij echter de magten van de factoren $Sin.x$ en $Cos.x$ onderling zouden verschillen. Daartoe stellen wij met behulp der substitutien (o) in het begin van N°. 5, het volgende theorema:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(Sin.x, Cos.x, 1-p^2 Sin.^2 x)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{Cos.x}{\sqrt{(1-p^2Sin.^2x)}}, \frac{Sin.x.\sqrt{(1-p^2)}}{\sqrt{(1-p^2Sin.^2x)}}, \frac{1-p^2}{1-p^2Sin.^2x}\right)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2Sin.^2x)}};(\varrho)$$

en hierin zullen wij dan aannemen $f(w,y,z) = w^c y^a z^b lz$. Alsdan wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^c x.(1-p^2 Sin.^2 x)^b l(1-p^2 Sin.^2 x)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^a x}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^a}} \cdot \frac{Sin.^c x.\sqrt{(1-p^2)^c}}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^c}}\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin. x^2}\right)^b$$

$$l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}, \text{ of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2 Sin.^2 x)\, dx$$

$$\frac{Sin.^a x.Cos.^c x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}(a+c)+2b} + Sin.^c x.Cos.^a x.(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}c}}{(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}(a+c+1)+b}} =$$

$$= (1-p^2)^{b+\frac{1}{2}c} l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^c x.\ Cos.^a x\, dx}{(1-p^2\ Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}(a+c+1)+b}} \quad . \ . \ (bg)$$

In het geval van $a = 0 = c$ geeft deze formule ons de vergelijking (an) terug; en in het geval van $a = c$ evenzoo de vergelijking (az). Wanneer a en c of beide even, of beide oneven zijn, is het niet moeijelijk deze vergelijking (bg) terug te voeren tot de laatstgenoemde (az). Anders is het geval, wanneer van a en c slechts eene van beide even, de andere oneven is; maar alsdan vervalt ook de gewone vorm bij eene der beide integralen van het eerste lid. Deze laten zich toch aldus afzonderen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2\ Sin.^2 x).\ Sin.^a x.\ Cos.^c x\, dx\, \Delta^{2b-1} +$$

$$+ (1-p^2)^{b+\frac{1}{2}c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2\ Sin.^2 x).Sin.^c x.\ Cos.^a x \frac{dx}{\Delta^{a+c+1+2b}}.$$

Is b een geheel getal, zoo behoudt de eerste integraal den

gewonen vorm, even als vroeger, daar Δ alsdan tot eene oneven magt moet verheven worden; maar in de tweede integraal is het anders. Bij onze onderstelling toch is $a+c$ altijd oneven en dus $a+c+2b+1$ altijd even: Δ moet dus hier tot eene evene magt worden verheven en het wortelteeken valt weg. Zulke integralen nu, waarbij alleen geheele magten van de functie $(1-p^2 Sin.^2 x)$ voorkomen, zijn van geheel andere, meer eenvoudige natuur dan de hier behandelde, en zijn in dit opstel niet beschouwd.

Stelt men voor b in de plaats $b-\frac{1}{2}$, dan valt wel is waar de tweede integraal onder de hier behandelde terug, maar dan ontstaat hetzelfde bezwaar bij de eerste.

Uit het gezegde valt af te leiden, dat de vergelijking (by) ons hier niets nieuws kan leeren, en wij ons bij de vroegere (an) en (az) moeten bepalen.

Overigens kan men in de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^a x. Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm 2b+1}}$ ook $x=\frac{\pi}{2}-y$ substitueren, waardoor die integraal den overeenkomstigen vorm verkrijgt $\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^c x. Cos.^a x dx}{\nabla^{\pm 2b+1}}$, en deze is uit de uitkomsten, hierboven verkregen, gemakkelijk af te leiden, daar telkens a en c achtereenvolgens dezelfde waarden verkrijgen.

VI. *Over de integraal* $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x. Cos.^c x dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}^{\pm 2b+1}}$, *enz.*

1. Uit de beide voorgaande stelsels van bepaalde integralen laten zich nog twee andere stelsels afleiden door de

methode van partieel integreren. Wij zullen met de integralen uit N°. IV aanvangen.

Opmerkelijk voorzeker mag het heeten, dat deze methode alleen algemeen toepasselijk is op die integralen, welke door elliptische functien waren uitgedrukt; ten deele slechts zoowel op die, waarbij de functie $l\frac{1+p}{1-p}$ voorkomt, als ook op die, welke de functie *Arcsin.p* bevatten; en in het geheel niet op die, welker waarde uit louter algebraische grootheden bestaat.

Vooreerst heeft men door partieel integreren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}x dx}{\Delta^{b-2}}=\left.\frac{xSin.^{a-1}x}{\Delta^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}xdx\left[\frac{(a-1)Sin.^{a-2}x.Cos.x}{\Delta^{b-2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{b-2}{2}Sin.^{a-1}x\frac{-p^2.2Sin.x.Cos.x}{\Delta^b}\right]= \;\ldots\ldots (a)$$

$$=\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}xSin.^{a-2}x.Cos.xdx\left[\frac{a-1}{\Delta^{b-2}}+(b-2)\frac{1-\Delta^2}{\Delta^b}\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\,Sin.^{a-2}x\;Cos.\,xdx\left[\frac{a-b+1}{\Delta^{b-2}}+\frac{b-2}{\Delta^b}\right]$$

De geintregeerde term vervalt hier wel voor de onderste grens 0 van x, maar niet meer voor de bovenste grens $\frac{1}{2}\pi$, waarvoor zij de waarde verkrijgt, die nu in het tweede lid blijft staan. Lost men deze vergelijking op, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx}{\Delta^b}=\frac{1}{b-2}\left[\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}}-(a-b+1)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx}{\Delta^{b-2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\Delta^{b-2}}\right];\;\ldots\ldots (bk)$$

en hieruit, wanneer men b in $2-b$ verandert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x\, dx\, \Delta^b = \frac{1}{a+b-1}\Big[\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{1}{2}b} +$$

$$+ b\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x\, dx\, \Delta^{b-2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \Delta^b\Big]. \quad (bi)$$

De laatst voorkomende integraal dezer beide vergelijkingen is uit § IV bekend; derhalve moet hier worden bepaald, bijv. de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^{b-2}}$. Om deze te herleiden, kan men de vergelijking (σ) aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\, dx}{\Delta^{b-2}} = \left.\frac{x\, Sin.^{a-1} x}{\Delta^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x\, dx$$

$$\Big[\frac{(a-1)(1-p^2 Sin.^2 x)}{\Delta^b} + (b-2)\frac{p^2 Sin.^2 x}{\Delta^b}\Big] = \frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Cos.\, x \frac{dx}{\Delta^b}\big[(a-1)\, Sin.^{a-2} x - (a-b+1)p^2\, Sin.^a x\big];$$

en hieruit volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} +$$

$$+ (a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^b} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\, dx}{\Delta^{b-2}}\Big]; \quad (bk)$$

of voor b negatief:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^a x.Cos.x\,dx\,\Delta^b = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{1}{2}b+1} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^{a-2}x.Cos.x dx\Delta^b + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x dx \Delta^{b-2}\Big]; \quad (bl)$$

en deze moet tot ons doel voeren. Want de reductie-vergelijking (*bh*) (of (*bi*)) brengt de magten *b* van Δ telkens tot lageren graad: en nu vermindert de vorige (*bk*) (of ook (*bl*)) de magten van den factor *Sin. x*. Nu is verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{x}{\Delta^{b-2}}\Big\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\left(-\frac{b-2}{2}\right)\frac{-p^2.2Sin.x.Cos.x dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - (b-2)p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.\,Cos.x\,dx}{\Delta^b},$$

waaruit volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.\,Cos.x\,dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)p^2}\Big[\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\Delta^{b-2}}\Big]; \quad (bm)$$

zoo als ook uit de vergelijking (*bk*) af te leiden is, wanneer men daarin $a = 1$ stelt; en waarbij nu de laatste integraal ook uit § IV bekend is.

Indien men evenwel in dezelfde vergelijking $a = 2$ stelde, zoo zoude men verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,Sin.^2 x.\,Cos.x\,dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(3-b)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} +$$

$$+\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.x\,dx}{\Delta^b} + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.x\,dx}{\Delta^{b-2}}\Big].$$

Deze vergelijking bevat echter twee integralen van den hier behandelden vorm, die derhalve niet afzonderlijk schijnen bepaald te kunnen worden. Eene uitzondering maakt hierop het geval dat $b = 3$ is; want, indien men dan eerst met $(3 - b)p^2$ heeft vermenigvuldigd, verdwijnt het eerste lid, en moet dus ook het tweede lid nul worden, dat is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos. x\, dx}{\Delta^3} = \frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x\, dx}{\Delta} =$$

$$= \frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \frac{1}{2p} l \frac{1+p}{1-p} \text{ [7]}, \quad \ldots (193)$$

door substitutie van de integraal (3).

Stel nu ook in de formule (bh) $a = 2$, dan is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos. x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{b-2} \left[\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - (3-b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos. x dx}{\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin. x\, dx}{\Delta^{b-2}} \right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (bn)$$

waaruit voor $b = 3$ weder de integraal (193) te voorschijn komt, zoo als behoort. Zij kan nu ook achtervolgens voor $b = 5, 7$, enz. dienen; maar voor $b = 1$ geeft zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos. x dx}{\Delta} = -\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Cos. x dx \Delta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin. x dx \Delta, . (bo)$$

die weder niet dienen kan om of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos. x dx}{\Delta}$ of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Cos. x dx\, \Delta$,

---

[7]) Deze integraal werd door mij afgeleid l. c. T. 248, N°. 12.

ieder op zich zelve, te bepalen: en het schijnt dan ook, dat de integraal in het eerste lid eene nieuwe transcendente daarstelt.

2. Daarentegen is er nog eene andere integraalformule, die van belang te achten is, en aldus kan verkregen worden door het toepassen der methode van partieel integreren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{x Cos.^{a-1}x}{\Delta^{b-2}}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{(a-1)Cos.^{a-2}x.(-Sin.x)}{\Delta^{b-2}} - \frac{b-2}{2} Cos.^{a-1}x \frac{-p^2.2\,Sin.x.Cos.x}{\Delta^b}\right] \ldots\ldots (r)$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^{a-2}x dx \left[-\frac{a-1}{\Delta^{b-2}} + (b-2)\frac{p^2-1+\Delta^2}{\Delta^b}\right] =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.x.Cos.^{a-2}x dx \left[\frac{-a+b-1}{\Delta^{b-2}} - (b-2)\frac{1-p^2}{\Delta^b}\right], \text{ voor } a>1$$

Hier moest de reeds geintegreerde term verdwijnen voor de grens $x = 0$, wegens den factor x, en voor de grens $x = \frac{1}{2}\pi$, wegens den factor $Cos.^{a-1}x$, die alsdan nul wordt, zoo lang slechts a grooter dan 1 blijft; want voor $a = 1$, zoude die factor wegvallen, en dus den term zelven ook niet meer kunnen doen verdwijnen door hare waarde voor $x = \frac{1}{2}\pi$. Men vindt daaruit:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^{a-2}x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[-(a-b+1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^{a-2}x dx}{\Delta^{b-2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x dx}{\Delta^{b-2}}\right], \ldots (l)$$

waardoor men reeds leert, om de magt van Δ langzamer-

hand te verlagen. Ten einde nu evenzeer a te kunnen doen verminderen, moet men weder tot de vergelijking (π) zijne toevlugt nemen en deze aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\Delta^{b-2}} = 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.\, x.\, Cos.^{a-2} x \frac{dx}{\Delta^b} [-(a-1)$$

$$(1 - p^2 + p^2\, Cos.^2\, x) + (b-2) p^2\, Cos.^2\, x],$$

en hieruit vervolgens afleiden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\, Cos.^a\, x\, dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2} \Big[-(a-1)(1-p^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.^{a-2}\, x\, dx}{\Delta^b} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}\, x\, dx}{\Delta^{b-2}} \Big] \quad \ldots \quad (bq)$$

Deze vergelijking komt eenigermate overeen met de vorige (bk); maar men vergete niet, dat het hier niet geoorloofd is $a = 1$ te stellen, zonder eerst weder den geintegreerden term der vergelijking (π) weder in te voeren, die nu den factor $Cos.^{a-1}\, x$ verliest, en daardoor niet meer nul wordt; doet men dit, dan komt men weder tot de formule (bm) terug. Stelt men echter $a = 2$, vermenigvuldigt men vervolgens met $(a-b+1)p^2 = (3-b)p^2$, en stelt men dan eindelijk $b = 3$, zoo verdwijnt weder het eerste lid der vergelijking, en verkrijgt men: $0 = -(1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x\, dx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.\, x \frac{dx}{\Delta}$,

waaruit naar de integraal (81) volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.\, x dx}{\Delta} = \frac{1}{p(1-p^2)} Arcsin.\, p. \quad (194)$$

Stel ook nu in de vergelijking (bp) $a = 2$, zoo is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x dx}{\Delta^b}=\frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[(b-3)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x dx}{\Delta^{b-2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.x dx}{\Delta^{b-2}}\right];\ (br)$$

en deze geeft voor $b=3$ weder de integraal (194); verder kan zij nu voor $b=5$, 7, enz., dienen, maar niet voor kleinere b, daar alsdan voor $b=1$ de vergelijking

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x dx}{\Delta}=\frac{1}{1-p^2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.x\, dx\, \Delta-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.x\, dx\, \Delta\right].\ (bs)$$

te voorschijn komt, die weder, even als de vergelijking (*bo*), twee integralen bevat, die niet ieder afzonderlijk kunnen bepaald worden, maar tot eene nieuwe transcendente schijnen te behooren.

Uit de vergelijking van de formulen (*bk*) en (*bl*) met (*bm*) blijkt nu, dat zij alle integralen doen kennen, waarbij onevene magten a van $Sin.x$ in den teller als factor voorkomen, en waarbij dus evene magten $a-1$ bij de hulp-integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\Delta^b}$ genomen zijn: het volgt dus, naar § IV. N°. 3—6, dat zij allen van elliptische functien zullen afhangen.

Verder blijkt uit de vergelijking (*bn*) en de integraal (193), dat de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.x\,dx}{\Delta^b}$ voor $b \geqq 3$ te vinden is; onder dezelfde beperking geldt dan ook de formule (*bk*) voor evene magten a van $Sin.x$; terwijl de vergelijking (*bl*) hier derhalve niet kan worden gebruikt. Maar (*bk*) geeft slechts eene uitkomst, zoo lang a kleiner dan $b-1$ blijft; want daar a even en b oneven is, wordt eenmaal $a=b-1$. Alsdan zal het tweede lid der vergelijking (*bl*) den vorm $\frac{0}{0}$ verkrijgen, en mitsdien niets meer leeren omtrent de in-

tegen $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{b-1} x . Cos. x dx}{L^1}$, zoo als wij in het geval van $b = 1$ reeds vroeger zagen.

Dezelfde opmerkingen gelden evenzeer omtrent de vergelijking (br), die slechts voor $b \geqq 3$ geldige uitkomsten oplevert. Terwijl zonder dezelfde voorwaarde de formule (bq) voor even magten a van $Cos. x$ te gebruiken is, maar ontbreekt de overeenkomstige vergelijking voor negatieve b, die dan ook om die reden niet is aangegeven. Verder zal zij, slechts tot eene uitkomst voeren, zoo lang a kleiner dan $b-1$ blijft.

3. Vergelijkt men de verschillende vormen van de integralen uit § IV, die hier door de methode van partieel integreren gediend hebben tot het opsporen der verschillende reductie vergelijkingen in de beide voorgaande Nrs., dan blijkt het, dat er nog eene soort is overgebleven, die wij nu aan dezelfde behandeling willen onderwerpen. Daartoe heeft men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{2a-1} x . Cos.^{2c-1} x dx}{\Delta^{b-2}} = \left. \frac{x Sin.^{2a-1} x . Cos.^{2c-1} x}{\Delta^{b-2}} \right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{(2a-1) Sin.^{2a-2} x . Cos.^{2c} x - (2c-1) Sin.^{2a} x . Cos.^{2c-2} x}{\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. \frac{b-2}{2} Sin.^{2a-1} x . Cos.^{2c-1} x \frac{-p^2 . 2 Sin. x . Cos. x}{\Delta^b} \right] = 0 -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^{2a-2} x . Cos.^{2c-2} x dx \left[\frac{(2a-1) Cos.^2 x - (2c-1) Sin.^2 x}{\Delta^{b-2}} + \right.$$

$$\left. + (b-2) p^2 . \frac{Sin.^2 x . Cos.^2 x}{\Delta^b} \right] = \frac{1}{p^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^{2a-2} x \; Cos.^{2c-2} x dx$$

$$\left[\frac{(b-2)(1-p^2)}{\Delta^b} + \frac{2(a-b+c+1)-(2a-b+1)p^2}{\Delta^{b-2}} - \frac{2a-b+2c}{\Delta^{b-4}} \right] , , (bt)$$

of

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{2a-2}x.\, Cos.^{2c-2}x \frac{dx}{\Delta^b}\,[(2a-1)-\{2(a+c-1)+$$

$$+(2a-b+1)p^2\}Sin.^2 x + (2a+2c-b)p^2\, Sin.^4 x] \,.\; (bu)$$

Beide uitkomsten worden verkregen, naarmate men de veelledige grootheid tusschen de vierkante haakjes naar de magten van Δ^2 of van $Sin.^2 x$ rangschikt.

Stel nu in de laatste $a = 1 = c$, dan wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^{b-2}} =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\, dx}{\Delta^b}\,[1-\{2+(3-b)p^2\}Sin.^2 x + (4-b)p^2\, Sin.^4 x].$$

Vervolgens geeft zij eerst voor $a = 1$, en $c = 2$, dan voor $a = 2$, en $c = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x.\, Cos.^3 x\, dx}{\Delta^{b-2}} =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\, dx}{\Delta^b} Cos.^2 x.[1-\{4+(3-b)p^2\}Sin.^2 x + (6-b)Sin.^4 x],$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^{b-2}} =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\, dx}{\Delta^b} Sin.^2 x.[3-\{4+(5-b)p^2\}Sin.^2 x + (6-b)p^2 Sin.^4 x].$$

Daar evenwel de som dezer beide laatste vergelijkingen wederom juist de voorafgaande vergelijking terug geeft, zoo doet zich hier hetzelfde verschijnsel op, als in § V. Nr. 2, en geven derhalve deze vergelijkingen, zoo als zij daar liggen

althans, geene aanleiding om de begeerde integraal te vinden.

4. Wij zullen ons nu eerst bezig houden met de vergelijking (*bl*); deze geeft voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^a x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{(a+2)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{3}{2}} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2} x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta^3\Big];\ (bv)$$

waaruit voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.\,x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{9p^2}\,[-\tfrac{3}{2}\pi\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-(1-p^2)F'(p) + 2(2-p^2)E'(p)];\ \ldots\ (195)$$

en nu voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^3 x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{225p^4}\Big[-15(2+3p^2)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-(1+12p^2)(1-p^2)F'(p) + (31+19p^2-24p^4)E'(p)\Big],\ (196)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^5 x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{11025p^6}\Big[-105(8+12p^2+$$

$$+15p^4)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)^3} + (62-111p^2-360p^4)(1-p^2)F'(p) +$$

$$+2(389+176p^2+204p^4-360p^6)E'(p)\Big],\ \ldots\ldots\ (197)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^7 x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{99225p^8}\Big[-315(16+24p^2+$$

$$+30p^4+35p^6)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)^3} + (652-141p^2-900p^4-$$

$$-2240p^6)(1-p^2)F'(p) + (4388+1727p^2+1503p^4+$$

$$+2120p^6-4480p^8)E'(p)\Big]\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (198)$$

Het verschil van de integralen (195) en (196), (196) en (197), (197) en (198) geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^3 x dx\,\Delta = \frac{1}{225p^4}[15\pi\sqrt{(1-p^2)^5}+$$

$$+(1-13p^2)(1-p^2)F'(p)-(31-81p^2+26p^4)E'(p)], .(199)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^3 x.Cos.^3 xdx\Delta = \frac{1}{11025p^6}[105(4+3p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^5}-$$

$$-2(31-31p^2+114p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(778-1167p^2-523p^4+456p^6)E'(p)], .\ .\ (200)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^5 x.Cos.^3 xdx\Delta = \frac{1}{99225p^8}[315(8+8p^2+5p^4)\pi\sqrt{(1-p^2)^5}-$$

$$-(652-699p^2+99p^4+1000p^6)(1-p^2)F'(p)-(4388-$$

$$-5275p^2-1665p^4-1552p^6+2000p^8)E'(p)]\ .\ .\ .\ (201)$$

Evenzoo verkrijgt men door het verschil te nemen der integralen (199) en (200), (200) en (201):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^5 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{11025p^6}[-420\pi\sqrt{(1-p^2)^7}+$$

$$+(62-13p^2-409p^4)(1-p^2)F'(p)+2(389-1343p^2+$$

$$+1723p^4-409p^6)E'(p)], \ldots\ldots\ldots\ldots (202)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^3 x.Cos.^5 xdx\Delta = \frac{1}{99225p^8}[-1260(2+p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^7}+$$

$$+(652-1257p^2+657p^4-1052p^6)(1-p^2)F'(p)+(4388-$$

$$-12277p^2+8838p^4+3155p^6-2104p^8)E'(p)];\ .\ .\ (203)$$

en dat der integralen (202) en (203) eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.\, x.\, Cos.^7\, x dx\, \Delta = \frac{1}{99225 p^8} [2520\, \pi \sqrt{(1-p^2)^9} -$$

$$-(652-1815p^2+774p^4+2629p^6)(1-p^2)F'(p)-(4388-$$
$$-19279p^2+33012p^4-27859p^6+5258p^8)E'(p)] \ldots (204)$$

5. Thans overgaande tot de herleidings-formule (*bk*), verkrijgen wij daaruit voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta} = \frac{1}{ap^2} \Big[-\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2}\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}\, x dx\, \Delta \Big]; \ldots (bw)$$

en hieruit voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x\, Cos.\, x dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2} \Big[-\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} + E'(p) \Big]; \ldots (205)$$

en vervolgens voor $a = 3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4} \Big[-3(2+p^2)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+(1-p^2)F'(p) + (5+2p^2)E'(p) \Big], \ldots (206)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta} = \frac{1}{225p^6} \Big[-15(8+4p^2+3p^4)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+2(13+6p^2)(1-p^2)F'(p)+(94+31p^2+24p^4)E'(p) \Big], \ldots (207)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta} = \frac{1}{3675p^8} \Big[-105(16+8p^2+6p^4+$$

$$+5p^6)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)}+(404+233p^2+120p^4)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(1276+389p^2+256p^4+240p^6)E'(p) \Big] \ldots \ldots (208)$$

Hier geeft het verschil der integralen (205) en (206), (206) en (207), (207) en (208):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^3 xdx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}[3\pi\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-(1-p^2)F'(p)-(5-7p^2)E'(p)], \quad . \; . \; . \; (209)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^3 xdx}{\Delta} = \frac{1}{225p^6}[15(4+p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-13(2-p^2)(1-p^2)F'(p)-2(47-47p^2-13p^4)E'(p)], . (210)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5 x.Cos.^3 xdx}{\Delta} = \frac{1}{11025p^8}[105(24+8p^2+3p^4)\pi\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-(1212-575p^2-228p^4)(1-p^2)F'(p)-(3828-3439p^2-$$

$$-751p^4-456p^6)E'(p)]; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (211)$$

dat der integralen (209) en (210), (210) en (211):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^5 xdx}{\Delta} = \frac{1}{225p^6}[-60\pi\sqrt{(1-p^2)^5} +$$

$$+2(13-19p^2)(1-p^2)F'(p)+(94-219p^2+149p^4)E'(p)], . (212)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^5 xdx}{\Delta} = \frac{1}{11025p^8}[-420(6+p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^5} +$$

$$+(1212-1849p^2+409p^4)(1-p^2)F'(p)+(3828-$$

$$-8045p^2+3855p^4+818p^6)E'(p)]; \quad . \; . \; . \; . \; . \; (213)$$

eindelijk dat der beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^7 xdx}{\Delta} = \frac{1}{3675p^8}[840\pi\sqrt{(1-p^2)^7} -$$

$$-(404-1041p^2+757p^4)(1-p^2)F'(p)-(1276-4217p^2+$$

$$+4862p^4-2161p^6)E'(p)] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (214)$$

Indien men nu in de vergelijking (bk) $b = 3$ stelt, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x. Cos. xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{(a-2)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-1} x. Cos. xdx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1} xdx}{\Delta}\Big] \quad . \ (bx)$$

Deze geeft voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin. x. Cos. xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^2}\Big[\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - F'(p)\Big]; \quad . \ . \ . \ (215)$$

en nu ook voor $a = 3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x. Cos. xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\Big[(2-p^2)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - F'(p) - E'(p)\Big], \ . \ (216)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5 x. Cos. xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}\Big[3(8-4p^2-p^4)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} -$$

$$-(10-p^2)F'(p) - 2(7+p^2)E'(p)\Big], \quad . \ . \ . \ (217)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^7 x. Cos. xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{75p^8}\Big[15(16-8p^2-2p^4-p^6)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} -$$

$$-(92-13p^2-4p^4)F'(p) - (148+27p^2+8p^4)E'(p)\Big] \ . \ . \ (218)$$

Neemt men het verschil der integralen (215) en (216), (216) en (217), (217) en (218), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin. x. Cos.^3 xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}[-\pi\sqrt{(1-p^2)} + (1-p^2)F'(p) + E'(p)], \ (219)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^3 xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[-3(4-p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+10(1-p^2)F'(p)+7(2-p^2)E'(p)], \ldots (220)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5 x.Cos.^3 xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{225p^8}[-15(24-8p^2-p^4)\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+(276-13p^2)(1-p^2)F'(p)+(444-269p^2-26p^4)E'(p)]; . (221)$$

nog het verschil tusschen de integralen (219) en (220), (220) en (221):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^5 xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[12\pi\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-(10-9p^2)(1-p^2)F'(p)-2(7-8p^2)E'(p)], \ . (222)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^5 xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{225p^8}[60(6-p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-(276-263p^2)(1-p^2)F'(p)-(444-619p^2+149p^4)E'(p)]; . (223)$$

en eindelijk dat tusschen de integralen (222) en (223):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,Sin.x.Cos.^7 xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{75p^8}[-120\pi\sqrt{(1-p^2)^5}+$$

$$+(92-171p^2+75p^4)(1-p^2)F'(p)+(148-323p^2+183p^4)E'(p)]. (224)$$

Stelt men vervolgens $d = 5$ in de herleidingsformule (*bk*), zoo verkrijgt men hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{(a-4)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)^3}}+(a-1)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.xdx}{\Delta^5}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}xdx}{\Delta^3}\Big]; \ldots (b$$

en deze wordt voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^2(1-p^2)}\left[\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - E'(p)\right]; \quad (225)$$

terwijl zij voor $a = 3, 5, 7$ verder levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4(1-p^2)}\left[-(2-3p^2)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 3(1-p^2)F'(p) - E'(p)\right], \ldots\ldots (226)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6(1-p^2)}\left[-(8-12p^2+3p^4)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 6(1-p^2)F'(p) + (2-3p^2)E'(p)\right], \ldots (227)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8(1-p^2)}\left[-3(16-24p^2 + \right.$$

$$+ 6p^4 + p^6)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + (28-p^2)(1-p^2)F'(p) +$$

$$\left. + (20-21p^2-2p^4)E'(p)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (228)$$

Het verschil tusschen de integralen (225) en (226), (226) en (227), (227) en (228) geeft hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - 3F'(p) + E'(p)\right], (229)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3x.Cos.^3xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}\left[(4-3p^2)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - 3(2-p^2)F'(p) - 2E'(p)\right], \ldots (230)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x . Cos.^3 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}\Big[3(8-8p^2+p^4)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} -$$

$$-(28-19p^2)F'(p)-(20-7p^2)E'(p)\Big] \quad . . . (231)$$

Evenzoo geeft het verschil tusschen de formulen (229) en (230), (230) en (231):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x . Cos.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}[-4\pi\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+6(1-p^2)F'(p)+(2+p^2)E'(p)], \quad . . . . (232)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x . Cos.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}[-12(2-p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+(28-9p^2)(1-p^2)F'(p)+(20-13p^2)E'(p)]; \quad . (233)$$

en nog dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x . Cos.^7 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}[24\pi\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-(28-27p^2)(1-p^2)F'(p)-(20-19p^2-3p^4)E'(p)]. \quad (234)$$

Eindelijk wordt de meermalen gebruikte vergelijking (bk) voor $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x . Cos. x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{(a-6)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)^5}} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x . Cos. x dx}{\Delta^7} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^5}\Big]; \quad . . (bz)$$

waaruit voor $a = 1$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x . Cos. x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^2(1-p^2)^2}\Big[3\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} +$$

$$+(1-p^2)F'(p)-2(2-p^2)E'(p)\Big]; \quad . . . (235)$$

terwijl de onderstelling $a = 3, 5, 7$, levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4(1-p^2)^2}\Big[-(2-5p^2)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} +$$

$$+ (1-p^2)F'(p) + (1-3p^2)E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots (236)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6(1-p^2)^2}\Big[(8-20p^2+15p^4)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} -$$

$$-(14-15p^2)(1-p^2)F'(p)+2(3-4p^2)E'(p)\Big], \ldots (237)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.Cos.xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^8(1-p^2)^2}\Big[3(16-40p^2 +$$

$$+30p^4-5p^6)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - (44-45p^2)(1-p^2)F'(p) -$$

$$-(4-17p^2+15p^4)E'(p)\Big] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (238)$$

Wanneer men nu ook het verschil zoekt tusschen de integralen (235) en (236), (236) en (237), (237) en (238), zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4(1-p^2)}\Big[\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - (1-p^2)F'(p) -$$

$$-(1+2p^2)E'(p)\Big], \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (239)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6(1-p^2)}\Big[-(4-5p^2)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} +$$

$$+14(1-p^2)F'(p) - 3(2-p^2)E'(p)\Big], . (240)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5x.Cos.^3xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{15p^8(1-p^2)}\Big[-(24-40p^2+15p^4)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+$$

$$+(44-15p^2)(1-p^2)F'(p)+(4-7p^2)E'(p)\Big]; \quad . \ (241)$$

en nog voor het verschil tusschen de integralen (239) en (240), (240) en (241):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^5xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{15p^8}\Big[\frac{4\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-(14+p^2)F'(p)+$$

$$+2(3+p^2)E'(p)\Big], \ldots \ldots \ldots \ldots \ (242)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3x.Cos.^5xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{15p^8}\Big[(6-5p^2)\frac{4\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-(44-29p^2)F'(p)-(4+3p^2)E'(p)\Big]; \quad . . \ (243)$$

eindelijk nog voor het verschil tusschen deze beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^7xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{15p^8}\Big[-24\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+(44+p^2)(1-p^2)F'(p)+(4+9p^2+2p^4)E'(p)\Big]^{8)} \ . \ (244)$$

6. Overgaande tot die integralen, waarbij evene magten van den factor *Sin.x* in den teller voorkomen, en die slechts, zoo als uit de vroegere redenering in N°. 3 bleek, in bijzondere gevallen kunnen worden bepaald, heeft men vroeger in N°. 1 reeds gevonden de integraal:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.xdx}{\Delta^3}=\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}}-\frac{1}{2p}l\frac{1+p}{1-p} \ \ldots \ldots \ (193)$$

---

[8]) De integralen (205), (206), (215), (224), (226) werden door mij afgeleid l. c. T. 243. N°. 1, 3, 13, 14, 16.

Nu geeft de herleidings-formule (bn) voor $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p(1-p^2)}\left[(3-2p^2)\frac{p\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - p - (1-p^2)\, l\frac{1+p}{1-p}\right]; \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (245)$$

en dan is naar de vergelijking (bk) voor $a = 2$ en $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x.\, Cos.x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{6p^3(1-p^2)}\left[\frac{p^3\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - 2p + (1-p^2)\, l\frac{1+p}{1-p}\right]; \ldots\ldots \quad (246)$$

waaruit, door het aftrekken dezer integraal van de vorige, nog wordt afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^3 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{6p^3}\left[\frac{2p^3\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + 2p - (1+2p^2)\, l\frac{1+p}{1-p}\right]. (247)$$

Nog geeft dezelfde vergelijking (bn) voor $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p(1-p^2)^2}\left[(15-20p^2+8p^4)\frac{p\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - (7-5p^2)p - 4(1-p^2)^2\, l\frac{1+p}{1-p}\right]; \ . \quad (248)$$

waardoor verder uit de formule (bk) voor $a = 2$, of $= 4$, en $b = 7$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x. Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)^2}\left[(5-2p^2)\frac{p^3\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - 2p + (1-p^2)^2\, l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots\ldots \quad (249)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^4 x . Cos. x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^5(1-p^2)^2}\left[\frac{3p^5\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 2(3-5p^2)p - 3(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\right] \ldots (250)$$

Het verschil tusschen de integralen (248) en (249), (249) en (250) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)}\left[(5-4p^2)\frac{p^3\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + (2-5p^2)p - (1+4p^2)(1-p^2) l\frac{1+p}{1-p}\right], (251)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x . Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^5(1-p^2)}\left[\frac{2p^5\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - 6p + (3+2p^2)(1-p^2) l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (252)$$

en eindelijk dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^5 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^5}\left[\frac{8p^5\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + 2(3+5p^2)p - \right.$$

$$\left. - (3+4p^2+8p^4) l\frac{1+p}{1-p}\right] \ldots\ldots (253)$$

Wat daarentegen de bijzondere integralen betreft, waar evene magten van den factor $Cos. x$ in den teller voorkomen, werd reeds in N°. 2 de eenvoudigste dier integralen gevonden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p(1-p^2)} Arcsin. p. \ldots (194)$$

Vervolgens geeft de vergelijking (br) voor het geval dat $b = 5$ is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p(1-p^2)^2}\left[p\sqrt{(1-p^2)} + 2\,Arcsin.p\right];\,.(254)$$

en nu wordt de reductieformule (bq) voor $a = 2$ en $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^2 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^3(1-p^2)}\left[-p\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.p\right];\,.(255)$$

terwijl het verschil der beide laatste integralen nog de formule levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin^3 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^3(1-p^2)^2}\left[p\sqrt{(1-p^2)} - (1-3p^2) Arcsin.p\right].\,(256)$$

Evenzoo geeft dezelfde herleidingsformule (br) voor het geval van $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)^3}\left[(4+3p^2-2p^4)p\sqrt{(1-p^2)} - \right.$$

$$\left. - 4(1-3p^2)\,Arcsin.p\right];\; \ldots\ldots\; (257)$$

terwijl nu de vergelijking (bq) voor $a = 2$ of $= 4$, en $b = 7$ geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^2 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^5(1-p^2)^2}\left[(1-2p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3} - \right.$$

$$\left. -(1-3p^2)\,Arcsin.p\right],\; \ldots\ldots\; (258)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^4 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)}\left[(3-9p^2-4p^4)p\sqrt{(1-p^2)} - \right.$$

$$\left. - 3(1-3p^2)\,Arcsin.p\right].\; \ldots\ldots\; (259)$$

Wanneer men het verschil neemt tusschen de integralen (257) en (258), (258) en (259), zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{15p^5(1-p^2)^3}[-(1-8p^2+2p^4)p\sqrt{(1-p^2)}+$$
$$+(1-5p^2)(1-3p^2)\,Arcsin.p]\,, \quad \ldots\ldots (260)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^2 xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{30p^7(1-p^2)^2}[-(3-11p^2)p\sqrt{(1-p^2)}^3+$$
$$+(3-5p^2)(1-3p^2)\,Arcsin.p] \quad \ldots\ldots (261)$$

Trekt men eindelijk beide laatste integralen van elkander af, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5 xdx}{\Delta^7}=\frac{1}{30p^7(1-p^2)^3}[(3-19p^2+41p^4-15p^6)p\sqrt{(1-p^2)}+$$
$$+(3-10p^2+15p^4)(1-3p^2)\,Arcsin.p]\;{}^{*}) \quad .\ (262)$$

7. In N°. 1 zijn wij begonnen met de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} xdx}{\Delta^{b-2}}$ partieel te integreren, die in § IV gevonden was; maar aldaar is opgemerkt in N°. 13, dat de integralen dier § allen te veranderen waren in zulke, die de functie $\nabla = \sqrt{(1-p^2 Cos.^2 x)}$ in plaats van Δ bevatten, en zulks door de substitutie van $x = \frac{\pi}{2} - y$. Nu is in diezelfde § de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} xdx}{\Delta^{b-2}}$ bepaald, en deze wordt door voormelde substitutie veranderd in de volgende $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} xdx}{\nabla^{b-2}}$, waarop wij nu dezelfde methode van

---

*) De integraal (247) werd door mij afgeleid l. c. T. 243. N°. 15.

partieel integreren kunnen toepassen. Alzoo verkrijgen wij

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x\, Sin.^{a-1} x}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{(a-1) Sin.^{a-2} x. Cos. x}{\nabla^{b-2}} - \frac{b-2}{2} Sin.^{a-1} x \frac{(-p^2)(-2 Sin. x. Cos. x)}{\nabla^{b}}\right] . (v)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x. Cos. x dx \left[\frac{a-1}{\nabla^{b-2}} - (b-2)\frac{p^2 - 1 + \nabla^2}{\nabla^b}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x. Cos. x dx \left[\frac{a-b+1}{\nabla^{b-2}} + \frac{(b-2)(1-p^2)}{\nabla^b}\right],$$

waarbij de term buiten het integraalteeken weder wel verdwijnt voor de grens 0 van x. maar daarentegen voor de grens $\frac{\pi}{2}$ de waarde $\frac{\pi}{2}$ verkrijgt. Deze vergelijking geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x\ Cos. x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \left[\frac{\pi}{2} - (a-b+1)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x. Cos. x dx}{\nabla^{b-2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-2}}\right]; \quad . \ . \ . \ (ca)$$

of ook, door verandering van b in $2 - b$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x. Cos. x dx \nabla^b = \frac{1}{a+b-1} \left[\frac{\pi}{2} + b(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x. Cos. x dx \nabla^{b-2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx\, \Delta^b\right] . \ : \ (cb)$$

Deze vergelijkingen dienen om de magten van de functie

∇ te verlagen, daar de telkens laatst voorkomende integralen uit § IV bekend zijn: om evenzeer formulen te verkrijgen tot het verminderen van de exponent in den factor *Sin. x*, moet men de vergelijking (v) aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.^{a-1}xdx}{\Delta^{b-2}} = \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,xdx$$

$$\left[\frac{(a-1)(1-p^2+p^2 Sin.^2 x)}{\nabla^b} - (b-2)\frac{p^2\,Sin.^2\,x}{\nabla^b}\right] = \frac{\pi}{2} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,Cos.\,xdx}{\nabla^b}\left[(a-1)(1-p^2)Sin.^{a-2}x+(a-b+1)p^2 Sin.^a x\right],$$

waaruit wij verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}xdx}{\Delta^{b-2}}\right], \quad (cc)$$

die voor negatieve b den vorm aanneemt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^a x.\,Cos.\,xdx\,\nabla^b = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,xdx\,\nabla^b - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}xdx\,\Delta^{b+2}\right] \quad (cd)$$

De vergelijking (cc) verkrijgt voor de waarde van $a = 1$, die eene der integralen daaruit doet verdwijnen, den eenvoudiger vorm:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} = \frac{1}{(2-b)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{b-2}}\right] \quad \ldots\ldots (c$$

Wanneer men in de vergelijking (*ca*) $a = 2$ invoert, wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,xdx}{\nabla^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \left[\frac{\pi}{2} - (3-b)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,xdx}{\nabla^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.\,xdx}{\Delta^{b-2}}\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (cf)$$

die in het geval van $b = 3$, ons met behulp der formule (81) de integraal levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,xdx}{\nabla^3} = \frac{1}{1-p^2}\left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{p} Arcsin.\,p\right]. \quad .\ .\ (263)$$

Even als in het begin van deze §, in N°. 2, geschied is, dient men ook hier op te merken, dat de beschouwing der vergelijkingen (*cc*), (*cd*) en (*ce*) ons leert, dat zij dienen kunnen tot de afleiding van al die integralen, welke eene onevene magt van *Sin.* x tot factor hebben. Daarentegen blijkt uit de vergelijking (*cf*) en de integraal (263),

dat de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,xdx}{\nabla^b}$ voor $b = 3$, en verder ook

voor $b = 5, 7$, enz., afgeleid kan worden, maar niet voor lagere b. Ook mòet hier in dit geval bij gebruik van de vergelijking (*cc*) a steeds kleiner dan $b - 1$ blijven, omdat $a - b + 1$ anders nul zoude worden, daar a even en b oneven is; zoodat in dat geval de waarde der integraal

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{b-1}\,Cos.\,xdx}{\nabla^b}$ onbepaald zoude worden.

8. Maar even als boven in Nr. 2, kan men ook hier nog eene andere, met de vorigen overeenstemmende verge-

lijking afleiden. Door eerst $x = \frac{\pi}{2} - y$ te substitueren en daarna de methode van partieel integreren aan te wenden geraakt men toch tot de volgende uitkomst:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x\, Cos.^{a-1} x}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[- \frac{(a-1)\, Cos.^{a-2} x . Sin. x}{\nabla^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} Cos.^{a-1} x \frac{(-p^2)(-2\, Sin. x . Cos. x)}{\nabla^b} \right] . \quad (q)$$

$$= 0 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin. x . Cos.^{a-2} x dx \left[\frac{a-1}{\nabla^{b-2}} + (b-2) \frac{1-\nabla^2}{\nabla^b} \right] =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin\, x . Cos.^{a-2} x dx \left[\frac{a-b+1}{\nabla^{b-2}} + \frac{b-2}{\nabla^b} \right],$$

waaruit door oplossing volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x . Cos.^{a-2} x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{b-2} \Big] - (a-b+1)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x . Cos.^{a-2} x dx}{\nabla^{b-2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-2}} \Big] \ldots . \quad (eg.$$

Indien men evenwel de vergelijking (q) dus schrijft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin. x . Cos.^{a-2} x dx \left[- \frac{(a-1)(1-p^2\, Cos.^2 x)}{\nabla^b} - \right.$$

$$\left. -(b-2) \frac{p^2 Cos.^2 x}{\nabla^b} \right] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin. x . Cos.^{a-2} x \frac{dx}{\nabla^b} \Big[(a-1) - (a-b+1) p^2 Cos.^2 x$$

zoo leidt men daaruit af:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^a xdx}{\nabla^b}=\frac{1}{(a-b+1)p^2}\left[(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a-2}xdx}{\nabla^b}-\right.$$

$$\left.-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}xdx}{\Delta^{b-2}}\right]\dots\dots\dots(ch)$$

Stelt men nu in deze $a = 2$, vermenigvuldigt men met $(a-b+1)p^2 = (3-b)p^2$, en stelt men vervolgens $b = 3$, dan zal natuurlijk het eerste lid verdwijnen; en uit het overblijvende zal men verkrijgen, naar de integraal (3):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\nabla^3}=\frac{1}{2p}l\frac{1+p}{1-p}\dots\dots\dots(264)$$

Nu moet men ook in de vergelijking (by) $a = 2$ stellen, dat is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\nabla^b}=\frac{1}{b-2}\left[(b-3)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\nabla^{b-2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.xdx}{\Delta^{b-2}}\right],\dots(ci)$$

en thans is men alzoo weder in staat, om de integraal in het eerste lid voor $b = 5$, 7, enz. te vinden. Dat deze ook hier niet voor lagere b kan dienen, blijkt op dezelfde wijze en om dezelfde reden als vroeger: evenzeer, dat bij het gebruik der herleidingsformule (ch) hier ook a altijd kleiner dan $b-1$ moet blijven.

9. Nu kan men tot de toepassingen overgaan, en vooreerst in de vergelijking (cd) $b = 1$ nemen, dan wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^a x.\,Cos.\,xdx\,\nabla=\frac{1}{(a+2)p^2}\left[\frac{\pi}{2}-(a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,xdx\,\nabla-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}xdx\,\Delta^3\right];\ .\ (ck)$$

waaruit voor $a = 1$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin. x. Cos\, x dx \nabla = \frac{1}{9p^2}\left[\frac{3\pi}{2} + (1-p^2)F'(p) - 2(2-p^2)E'(p)\right]; \quad (265)$$

en verder voor $a = 3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^3\, x.\, Cos.\, x dx \nabla = \frac{1}{225p^4}\left[-15\,(2-5p^2)\,\frac{\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -(1-13p^2)(1-p^2)F'(p) + (31-81p^2+26p^4)E'(p), \right] \ . \quad (266)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin^5 x.\, Cos.\, x dx \nabla = \frac{1}{11025p^6}\left[105(8-28p^2+35p^4)\frac{\pi}{2} - \right.$$

$$-(62-13p^2-409p^4)(1-p^2)F'(p) - 2(389-1343p^2+$$

$$\left. +1723p^4-409p^6)E'(p)\right], \ldots\ldots\ldots \quad (267)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^7 x.\, Cos.\, x dx \nabla = \frac{1}{99225p^8}\left[-315(16-72p^2+126p^4 - \right.$$

$$-105p^6)\frac{\pi}{2} + (652-1815p^2+774p^4+2629p^6)(1-p^2)F'(p) +$$

$$\left. +(4388-19279p^2+33012p^4-27859p^6+5258p^8)E'(p)\right] . \quad (268)$$

Het verschil tusschen de integralen (265) en (266), (266) en (267), (267) en (268) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin. x. Cos.^3\, x dx \nabla = \frac{1}{225p^4}\left[15\pi + (1+12p^2)(1-p^2)F'(p) - \right.$$

$$\left. -(31+19p^2-24p^4)E'(p)\right], \ldots \quad (269)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^3\, x.\, Cos.^3\, x dx \nabla = \frac{1}{11025p^6}\left[-105(4-7p^2)\pi + \right.$$

$$+2(31-31p^2+114p^4)(1-p^2)F'(p) +$$

$$\left. +(778-1167p^2-523p^4+456p^6)E'(p)\right], \ . \quad (270)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, Sin.^5 x . Cos.^3 \, x dx \nabla = \frac{1}{99225 p^8} [315(8-24p^2+21p^4)\pi -$$

$$-(652 - 1257p^2 + 657p^4 - 1052p^6)(1-p^2)F'(p) -$$

$$-(4388-12277p^2+8838p^4+3155p^6-2104p^8)E'(p)];.(271)$$

dat tusschen de integralen (269) en (270), (270) en (271):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, Sin. x . Cos.^5 \, x dx \nabla =$$

$$= \frac{1}{11025 p^8} [420\pi-(62-111p^2-360p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$- 2(389+176p^2+204p^4-360p^6)E'(p)], \ldots \ldots (272)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, Sin.^3 x . Cos.^5 \, x dx \nabla = \frac{1}{99225 p^8} [-1260(2-3p^2)\pi +$$

$$+ (652 - 699p^2 + 99p^4 + 1000p^6)(1-p^2)F'(p) +$$

$$+(4388-5275p^2-1665p^4+1552p^6+2000p^8)E'(p)];(273)$$

en eindelijk dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, Sin. x . Cos.^7 \, x dx \nabla = \frac{1}{11025 p^8} [280\pi - (652-141p^2-$$

$$-900p^4-2240p^6)(1-p^2)F'(p)-(4388+1727p^2+$$

$$+1503p^4+2120p^6-4480p^8)E'(p)] \ldots \ldots \ldots (274)$$

10. Vervolgens wordt de formule (*cc*) voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x . Cos. x dx}{\nabla} = \frac{1}{ap^2} \left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2) \right.$$

$$\left. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x . Cos. x dx}{\nabla} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \, \Delta \right]; \ldots (cl)$$

deze geeft voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\nabla} = \frac{1}{p^2}\left[\frac{\pi}{2} - E'(p)\right]; \quad \ldots (275)$$

en vervolgens voor $a = 3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3\, x.\, Cos.\, x dx}{\nabla} = \frac{1}{9p^4}\left[-3(2-3p^2)\frac{\pi}{2} + \right.$$

$$\left. + (1-p^2)F'(p) + (5-7p^2)E'(p)\right], \quad \ldots (276)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5\, x.\, Cos.\, x dx}{\nabla} = \frac{1}{225p^6}\left[15(8-20p^2+15p^4)\frac{\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -2(13-19p^2)(1-p^2)F'(p) - (94-219p^2+149p^4)E'(p)\right], \ldots (277)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.\, Cos.\, x dx}{\nabla} = \frac{1}{3675p^8}\left[-105(16-56p^2+70p^4-35p^6)\frac{\pi}{2} + \right.$$

$$+ (404-1041p^2+757p^4)(1-p^2)F'(p) + (1276-4217p^2 +$$

$$\left. +4862p^4-2161p^6)E'(p)\right] \ldots\ldots (278)$$

Neemt men het verschil tusschen de integralen (275) en (276), (276) en (277), (277) en (278), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.^3 x dx}{\nabla} = \frac{1}{9p^4}\left[3\pi - (1-p^2)F'(p) - (5+2p^2)E'(p)\right], (279)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3\, x.\, Cos.^3\, x dx}{\nabla} = \frac{1}{225p^6}\left[-15(4-5p^2)\pi + \right.$$

$$\left. +13(2-p^2)(1-p^2)F'(p) + 2(47-47p^2-13p^4)E'(p)\right], (280)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5\, x.\, Cos.^3\, x dx}{\nabla} = \frac{1}{11025p^8}\left[105(24-56p^2+35p^4)\pi - \right.$$

$$- (1212-1849p^2+409p^4)(1-p^2)F'(p)$$

$$\left. -(3828-8045p^2+3855p^4+818p^6)E'(p)\right]; \ldots (281)$$

en evenzoo het verschil tusschen de formulen (279) en (280), (280) en (281), zoo is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\nabla} = \frac{1}{225p^6}[60\pi-2(13+6p^2)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(94+31p^2+24p^4)E'(p)], \ldots\ldots (282)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3.Cos.^5 x dx}{\nabla} = \frac{1}{11025p^6}[-420(6-7p^2)\pi+$$

$$+(1212-575p^2-238p^4)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(3828-3439p^2-751p^4-456p^6)E'(p)]; \ . \ (283)$$

eindelijk trekke men de integraal (283) van (282) af, dan verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla} =$$

$$= \frac{1}{3675p^8}[840\pi-(414+233p^2+120p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(1276+389p^2+256p^4+240p^6)E'(p)]. \ldots\ldots (284)$$

Onderstelt men in de vergelijking (cc) $b=3$, zoo heeft men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x.Cos.x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{(a-2)p^2}\Big[\frac{\pi}{2}-(a-1)(1-p^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x dx}{\nabla^3} - \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.^{a-1}x dx}{\Delta}\Big] \ . \ . \ (cm)$$

Hieruit volgt vooreerst voor $a=1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^2}[-\frac{\pi}{2}+F'(p)]; \ldots (285)$$

en daarna achtervolgens voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x. Cos. x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^4}\left[(2-p^2)\frac{\pi}{2} - (1-p^2)F'(p) - E'(p)\right], \quad (286)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x. Cos. x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{9p^6}\left[-3(8-12p^2+3p^4)\frac{\pi}{2} + \right.$$
$$\left. + (10-9p^2)(1-p^2)F'(p) + 2(7-8p^2)E'(p)\right], \quad (287)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x. Cos. x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{75p^8}\left[15(16-40p^2+30p^4-5p^6)\frac{\pi}{2} - \right.$$
$$- (92-171p^2+75p^4)(1-p^2)F'(p) -$$
$$\left. - (148-323p^2+183p^4)E'(p)\right] \quad . (288)$$

Het verschil tusschen de integralen (285) en (286), (286) en (287), (287) en (288) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^3 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^4}\left[-\pi + F'(p) + E'(p)\right], \quad \ldots \quad (289)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x. Cos.^3 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{9p^6}\left[3(4-3p^2)\pi - 10(1-p^2)F'(p) - \right.$$
$$\left. - 7(2-p^2)E'(p)\right], \quad \ldots \quad (290)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x. Cos.^3 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{225p^8}\left[-15(24-40p^2+15p^4)\pi + \right.$$
$$\left. + (276-263p^2)(1-p^2)F'(p) + (444-619p^2+149p^4)E'(p)\right]; (291)$$

nog dat tusschen de integralen (289) en (290), (290) en (291):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^5 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{9p^6}\left[-12\pi - (10-p^2)F'(p) + \right.$$
$$\left. + 2(7+p^2)E'(p)\right], \quad \ldots \quad (292)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{225p^8}\Big[60(6-5p^2)\pi-(276-$$

$$-13p^2)(1-p^2)F'(p)+(444-269p^2-26p^4)E'(p)\Big]; \ . \ (293)$$

en eindelijk dat tusschen beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{75p^8}\Big[-120\pi+(92-13p^2-4p^4)F'(p)+$$

$$+(148+27p^2+8p^4)E'(p)\Big]. \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (294)$$

Vervolgens verkrijgt men voor $b=5$ naar de formule (cc):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x.Cos.xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{(a-4)p^2}\Bigg[\frac{\pi}{2}-(a-1)(1-p^2)\,.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.xdx}{\nabla^5}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos.^{a-1}xdx}{\Delta^3}\Bigg]; \ . \ . \ (cn)$$

die voor $a=1$ geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^2(1-p^2)}\Big[-(1-p^2)\frac{\pi}{2}+E'(p)\Big]. \ . \ (295)$$

Met behulp van deze integraal leidt men daaruit verder af voor $a=3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^4}\Big[-(2+p^2)\frac{\pi}{2}+3F'(p)-E'(p)\Big], \ . \ (296)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5 x.Cos.xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^6}\Big[(8-4p^2-p^4)\frac{\pi}{2}-6(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(2+p^2)E'(p)\Big], \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (297)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.Cos.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8}\left[-3(16-24p^2+6p^4+p^6)\frac{\pi}{2}+\right.$$

$$\left.+(28-27p^2)(1-p^2)F'(p)+(20-19p^2-3p^4)E'(p)\right].(298)$$

Het verschil tusschen de integralen (295) en (296), (296) en (297), (297) en (298) levert nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^4(1-p^2)}\left[(1-p^2)\pi-\right.$$

$$\left.-3(1-p^2)F'(p)+E'(p)\right], \dots\dots\dots (299)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^6}\left[-(4-p^2)\pi+3(2-p^2)F'(p)+2E'(p)\right], (300)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8}\left[3(8-8p^2+p^4)\pi-\right.$$

$$\left.-(28-9p^2)(1-p^2)F'(p)-(20-13p^2)E'(p)\right]; . (301)$$

even zoo dat tusschen de integralen (299) en (300), (300) en (301):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^6(1-p^2)}\left[4(1-p^2)\pi-6(1-p^2)F'(p)-\right.$$

$$\left.-(2-3p^2)E'(p)\right], \dots\dots\dots (302)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8}\left[-12(2-p^2)\pi+(28-19p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(20-7p^2)E'(p)\right]; \dots\dots\dots (303)$$

en eindelijk het verschil tusschen de beide laatsten:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8(1-p^2)}\left[24(1-p^2)\pi-\right.$$

$$\left.-(28-p^2)(1-p^2)F'(p)-(20-21p^2-2p^4)E'(p)\right].(304)$$

Ten laatste neme men $b = 7$ in de herleidings-vergelijking (*cc*), zoo wordt deze in dat geval:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x . Cos. x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{(a-b)p^2}\Big[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)$$

$$\cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x . Cos. x dx}{\nabla^7} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^5}\Big]; \quad \ldots \quad (co)$$

waaruit vooreerst voor $a = 1$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x . Cos. x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15 p^2 (1-p^2)^2}\Big[(1-p^2)^2 \frac{3\pi}{2} -$$

$$- (1-p^2) F'(p) + 2(2-p^2) E'(p)\Big]; \quad \ldots \quad (305)$$

en daarna achtervolgens voor $a = 3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x . Cos. x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15 p^4 (1-p^2)}\Big[-(2+3p^2)(1-p^2)\frac{\pi}{2} +$$

$$+ (1-p^2) F'(p) + (1+2p^2) E'(p)\Big], \quad \ldots \quad (306)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x . Cos. x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15 p^6}\Big[-(8+4p^2+3p^4)\frac{\pi}{2} +$$

$$+ (14+p^2) F'(p) - 2(3+p^2) E'(p)\Big], \quad \ldots \quad (307)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x . Cos. x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15 p^8}\Big[(16-8p^2-2p^4-p^6)\frac{3\pi}{2} -$$

$$-(44+p^2)(1-p^2) F'(p) - (4+9p^2+2p^4) E'(p)\Big]. \quad (308)$$

Neemt men nu weder de verschillen tusschen de integralen (305) en (306), (306) en (307), (307) en (308), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^4(1-p^2)^2}[(1-p^2)^2\pi-(1-p^2)F'(p)-$$
$$-(1-3p^2)E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (309)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^6(1-p^2)}[(4+p^2)(1-p^2)\pi-$$
$$-14(1-p^2)F'(p)+3(2-p^2)E'(p)], \quad . (310)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^8}[-(24-8p^2-p^4)\pi+$$
$$+(44-29p^2)F'(p)+(4-3p^2)E'(p)]. \quad . (311)$$

Nog verkrijgt men als verschil tusschen de integralen (309) en (310), (310) en (311):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^6(1-p^2)^2}[-4(1-p^2)^2\pi+$$
$$+(14-15p^2)(1-p^2)F'(p)-2(3-4p^2)E'(p)], . (312)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^8(1-p^2)}[4(6-p^2)(1-p^2)\pi-$$
$$-(44-15p^2)(1-p^2)F'(p)-(4-3p^2)E'(p)]; . (313)$$

en eindelijk als dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^8(1-p^2)^2}[-24(1-p^2)^2\pi+$$
$$+(44-45p^2)(1-p^2)F'(p)+(4-17p^2+15p^4)E'(p)]^{10)}. (314)$$

11. Ten einde eene verificatie-formule voor de integralen dezer § te erlangen, stelle men in de tweede integraal van

[10]) De integraal (275) werd door mij afgeleid l. c. T. 243, N°. 2 — de integralen (285) en (295) werden gevonden Exposé, blz. 588.

het eerste lid der volgende vergelijking $x = \frac{\pi}{x} - y$; alsdan verkrijgt men achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x . Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm 2b+1}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^c x . Cos.^a x dx}{\nabla^{\pm 2b+1}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x . Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm 2b+1}} +$$

$$+ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \frac{Sin.^a x . Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm 2b+1}} = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x . Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm 2b+1}} ; \quad (\chi)$$

en deze voldoet aan het verlangde, daar voor ieder stel integralen met eene bepaalde magt van Δ in Nr. 4 en 5, zoowel als voor die met eene bepaalde magt van ∇, in Nr. 9 en 10, de magten van de factoren $Sin. x$ en $Cos. x$ dezelfde getallenwaarden doorloopen; zoodat over eene integraal met den factor $Sin.^a x . Cos.^c x$ telkens eene andere met den factor $Sin.^c x . Cos.^a x$ staat. De integralen in het laatste lid der vergelijking (χ) zijn verder allen in § IV, Nr. 3—6 gevonden, zoodat de proef op de, in dit opstel noodzakelijk achterwege blijvende, herleidingen gemakkelijk te nemen is.

12. Wij hebben nu nog de bijzondere gevallen na te gaan, waarbij evene magten van den factor $Sin. x$ of $Cos. x$ voorkomen; want even als vroeger, zullen hier de gevallen dat beide factoren even zijn, buiten beschouwing blijven. Wat nu de vergelijking (cf) betreft, vonden wij reeds, bij de onderstelling $b = 3$, de integraal (263); voor die van $b = 5$ komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos. x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p(1-p^2)^2} \left[(3-p^2) p \frac{\pi}{2} - p\sqrt{(1-p^2)} - 2 Arcsin. p \right]; \quad (315)$$

en hierdoor geeft de vergelijking (cc) voor $a = 3$ en $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^2x.Cos.xdx}{\nabla^5}=\frac{1}{3p^3(1-p^2)}[\frac{1}{2}p^3\pi+p\sqrt{(1-p^2)}-Arcsin.p]; (31$$

terwijl nog het verschil tusschen de integralen (315) en (316) is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.^3\,xdx}{\nabla^5}=\frac{1}{3p^3(1-p^2)^2}[p^3\pi-p\sqrt{(1-p^2)}+$$
$$+(1-3p^2)\,Arcsin.p]\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(317)$$

Verder geeft de vergelijking (*cf*) in het geval, dat $b=7$ wordt ondersteld:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.\,xdx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^3(1-p^2)^3}[(7-6p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2}-$$
$$-(4+3p^2-2p^4)p\sqrt{(1-p^2)}+4(1-3p^2)Arcsin.p];.(318)$$

en vervolgens de herleidingsformule (*cc*) voor $a=2$ of $=4$, en $b=7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^2x.Cos.xdx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^5(1-p^2)^2}[-(2-6p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2}-$$
$$-(1-2p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3}+(1-3p^2)\,Arcsin.p],\;.\;(31$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^4x.Cos.xdx}{\nabla^7}=\frac{1}{30p^7(1-p^2)}[-3(7-11p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2}-$$
$$-(3-9p^2-4p^4)p\sqrt{(1-p^2)}+3(1-3p^2)Arcsin.p].\,(32$$

Het verschil tusschen de beide integralen (318) en (319), (319) en (320) levert vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.^3\,xdx}{\nabla^7}=\frac{1}{15p^5(1-p^2)^3}[(2-p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2}+$$
$$+(1-8p^2+2p^4)p\sqrt{(1-p^2)}-(1-5p^2)(1-3p^2)Arcsin.p],.(3$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^2 x.Cos.^3 xdx}{\nabla^7} =$$

$$= \frac{1}{30p^7(1-p^2)^2}[(21-58p^2+54p^4-15p^6)p^3\frac{\pi}{2}+$$

$$+(3-11p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3}-(3-5p^2)(1-3p^2)Arcsin.p]; .(322)$$

en eindelijk dat tusschen de beide integralen (321) en (322):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.^5 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)^3}[-(21-83p^2+114p^4-$$

$$-83p^6-15p^8)p^3\frac{\pi}{2}-(3-19p^2+41p^4-15p^6)p\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+(3-10p^2+15p^4)(1-3p^2)Arcsin.p] \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (323)$$

Tot verificatie kan ook hier de vergelijking (χ) dienen in verband met de uitkomsten hierboven in Nr. 6 en verder in § IV. Nr. 8 en 9 verkregen.

Gaan wij nu over tot de vergelijkingen in Nr. 8, waarbij slechts evene magten van den factor $Cos.x$ in den teller kunnen voorkomen, zoo hebben wij, daar in de vergelijking (ci) reeds $b=3$ gesteld is, om de integraal (264) te verkrijgen, uit dezelfde vergelijking bij de onderstelling $b=5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{3}[\frac{1}{1-p^2}+\frac{1}{p}l\frac{1+p}{1-p}]; \; . \; . \; (324)$$

en vervolgens geeft de vergelijking (ch) voor $a=2$, $b=5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^2 xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{6p^2}[\frac{2}{1-p^2}-\frac{1}{p}l\frac{1+p}{1-p}]; \; . \; (325)$$

waaruit voor het verschil tusschen beide integralen nog verkregen wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{6p^2}[-2+\frac{1+2p^2}{p} l\frac{1+p}{1-p}] . . (326)$$

Indien men echter in de eerste vergelijking (ci) $b = 7$ stelt, komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{15}[\frac{7-5p^2}{(1-p^2)^2}+\frac{4}{p} l\frac{1+p}{1-p}]; . . . (327)$$

waardoor de andere formule (ch) voor $a = 2$ of $= 4$, en $b = 7$ kan leveren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^2 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^2}[\frac{2}{(1-p^2)^2}-\frac{1}{p} l\frac{1+p}{1-p}] , . (328)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^4 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^4}[-2\frac{3-5p^2}{(1-p^2)^2}+\frac{3}{p} l\frac{1+p}{1-p}] . (329)$$

Wanneer men nu het verschil neemt tusschen de integralen (327) en (328), (328) en (329), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^2}[-\frac{2-5p^2}{1-p^2}+\frac{1+4p^2}{p} l\frac{1+p}{1-p}], . (330)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x. Cos.^2 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^4}[\frac{6}{1-p^2}-\frac{3+2p^2}{p} l\frac{1+p}{1-p}]; . (331)$$

en wanneer men beide laatste integralen van elkander aftrekt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^4}[-2(3+5p^2)+\frac{3+4p^2+8p^4}{p} l\frac{1+p}{1-p}] . (332)$$

Even als boven kunnen wij ook hier de vergelijking (χ) gebruiken tot verificatie der uitkomsten hier verkregen, in

verband met de integralen van Nr. 6 en met behulp der integralen, die in § IV, Nr. 3—6 voorkomen.

VII. *Over de integraal*

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, l(1-p^2 \, Sin.^2 x) \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}},\ enz.$$

1. Zoo als reeds bij den aanvang der vorige § werd opgemerkt, kan dezelfde methode van partieel integreren ook op de integralen van § V worden toegepast; en hier met hetzelfde regt, daar er geen geval van discontinuiteit kan voorkomen, die of tot verbeterings-formulen aanleiding zoude kunnen geven, of tot onbepaalde of ook wel oneindige uitkomsten zouden moeten voeren. Wij zullen ons hier evenwel slechts bepalen tot die integralen, waarbij de factoren *Sin. x* en *Cos. x*, in den teller, beide tot onevene magten zijn verheven.

Vooreerst heeft men alzoo de volgende vergelijking:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} = \left.\frac{x\, l\Delta^2}{\Delta^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{-2p^2\, Sin.\, x.\, Cos.\, x}{(1-p^2\, Sin.^2 x)\,\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} l\Delta^2 \frac{-2p^2\, Sin.\, x.\, Cos.\, x}{\Delta^b}\right] = \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} -$$

$$-p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta^b}\left[-2+(b-2)\, l\Delta^2\right],$$

waaruit dadelijk volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, l\Delta^2 \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{b-2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\Delta^b} + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi}{2p^2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} - \frac{1}{p^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}}\right] \quad \ldots\ldots (cp)$$

De term buiten het integraalteeken in de eerste vergelijking verdween hier wel voor de onderste grens 0 van x, omdat daarin de factor x voorkomt; maar voor de bovenste grens $\frac{\pi}{2}$ van x verdween zij niet meer, doch verkreeg de waarde $\frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}$. Wat de uitkomst (cp) betreft, ziet men, dat de gezochte integraal daardoor bepaald wordt in zulke andere, die reeds in § V en VI zijn gevonden.

Maar door middel van dezelfde herleiding heeft men ook:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^a x dx}{\Delta^{b-2}} = \left.\frac{x Sin.^a x.l\Delta^2}{\Delta^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{-2p^2 Sin.x.Cos.x}{1-p^2 Sin.^2 x}\frac{Sin.^a x}{\Delta^{b-2}} + \right.$$

$$\left. + al\Delta^2 \frac{Sin.^{a-1} x.Cos.x}{\Delta^{b-2}} - \frac{b-2}{2} l\Delta^2 Sin.^a x \frac{-2p^2 Sin.x.Cos.x}{\Delta^b}\right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta^b}\left[-2p^2 Sin.^2 x + \right.$$

$$\left. + a(1-p^2 Sin^2 x)l\Delta^2 + (b-2)p^2 Sin.^2 x.l\Delta^2\right].$$

waarbij de term buiten het integraalteeken wederom slechts voor de grens $x = 0$ verdween. Scheidt men de integralen af, die den factor $l\Delta^2$ bezitten, zoo wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta^b}\left[a-(a-b+2)p^2 Sin.^2 x\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a+1}x.Cos\, xdx}{\Delta^b}$$

waaruit men eindelijk tot de herleidingsformule

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l\Delta^2 \frac{Sin.^{a+1} x. Cos. x dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l\Delta^2 \frac{Sin.^{a-1} x. Cos. x dx}{\Delta^b} - \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} - 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a+1} x. Cos. x dx}{\Delta^b}\right] \ldots (cq)$$

besluiten kan, waardoor de magt van den factor $Sin. x$ telkens lager kan worden gebragt. Zij bedient zich mede van de integralen, die in § V en VI behandeld zijn geworden.

Op dezelfde wijze vindt men ook nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Cos.^a x dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{x Cos.^a x. l\Delta^2}{\Delta^{b-2}}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx\left[\frac{-2p^2 Sin. x. Cos. x}{1-p^2 Sin.^2 x}\frac{Cos.^a x}{\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - a l\Delta^2 \frac{Sin. x. Cos.^{a-1} x}{\Delta^{b-2}} - \frac{b-2}{2} l\Delta^2. Cos.^a x \frac{-2p^2 Sin. x. Cos. x}{\Delta^b}\right]$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos^{a-1} x dx}{\Delta^b}\left[-2p^2 Cos.^2 x - a(1-p^2 Sin.^2 x) l\Delta^2 + \right.$$

$$\left. + (b-2) p^2 Cos.^2 x. l\Delta^2\right],$$

bij welke integraal weder de term buiten het integraalteeken geheel verdwijnt: voor de onderste grens o van x wegens den factor x, voor de bovenste grens $\frac{\pi}{2}$ van x daarentegen wegens den factor $Cos.^a x$. Brengt men ook hier de integralen met den factor $l\Delta^2$ in het eerste lid over, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}xdx}{\Delta^b}\left[a(1-p^2)+(a-b+2)p^2Cos.^2x\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}}-2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\Delta^b};$$

en hieruit besluit men eindelijk weder tot de vergelijking:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\Delta^b}=$$

$$=\frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2\frac{Sin.x.Cos.^{a-1}xdx}{\Delta^b}+\right.$$

$$\left.+\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\Delta^2\frac{dx}{\Delta^{b-2}}-2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\Delta^b}\right].\ (cr)$$

Deze kan dienen, om den factor $Cos.x$ telkens tot lagere magt terug te brengen; zij behelst evenzeer integralen, die reeds in § V en VI zijn afgeleid.

2. Tot de toepassing dezer herleidings-formulen overgaande, zullen wij vooreerst in de vergelijking (cp) voor b achtereenvolgens -1, 1, 3, 5 en 7 stellen; alsdan verkrijgen wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.xdx\Delta=\frac{1}{27p^2}[3\{1-\frac{3}{2}l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)^3}+$$

$$+\{2(11-11p^2+3p^4)-\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-(2-p^2)\{14-3l(1-p^2)\}E'(p)],\ \ldots\ldots\ (333)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta}=\frac{1}{p^2}[\{1-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+(2-p^2)F'(p)-\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)],\ \ldots\ (334)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^2}[\{1+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{2+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)], \ldots\ldots (335)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^2(1-p^2)}[\{1+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+$$

$$+3(2-p^2)F'(p)-\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \;.\; (336)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^2(1-p^2)^2}[\{1+\frac{5}{2}l(1-p^2)\}\frac{9\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+$$

$$+\{2(53-53p^2+15p^4)+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-(2-p^2)\{62+15\,l(1-p^2)\}E'(p)]. \ldots\ldots (337)$$

Wanneer men nu in de vier eerste integralen één nieuwen factor Δ^2 telkens in den teller brengt, waardoor de noemer Δ^{2b-1} in Δ^{2b+1} overgaat, en daarna $1-p^2\,Sin.^2x$ voor dien factor in de plaats schrijft, kan men elke dus veranderde integraal van de eerstvolgende, die dan niet veranderd worde, aftrekken; deelt men daarna de rest door p^2, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta}=\frac{1}{27p^4}[3\{(8+p^2)-$$

$$-\frac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+\{(32-5p^2-6p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(40+7p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(5+2p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots (338)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^4}[\{p^2+\frac{1}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{(4-p^2)+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (339)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^4(1-p^2)}[-\{(8-9p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(2-3p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+3\{(8-7p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], (340)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)^2}[-\{(16-25p^2)+$$

$$+\frac{15}{2}(2-5p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\{-(44-119p^2+45p^4)+$$

$$+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(38-69p^2)+$$

$$+\frac{15}{2}(1-3p^2)l(1-p^2)\}E'(p)]. \;\ldots\ldots\; (341)$$

Past men nu dezelfde herleiding wederom op dit viertal integralen toe, zoo zal men verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{27p^6}[3\{(8-16p^2-p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(8-4p^2-p^4)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(70-16p^2-3p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(10-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(94+7p^2)-$$

$$-3(7+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \;\ldots\ldots\ldots\; (342)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^8(1-p^2)}\Big[-\{(8-9p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(8-12p^2+3p^4)\,l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+3\{20-22p^2+3p^4)+$$

$$+3(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\;\mathrm{F}'(p)+\{-4(11-9p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(2-3p^2)\,l\,(1-p^2)\}\;\mathrm{E}'(p)\Big]\;, \dots\dots\dots\dots (343)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^8(1-p^2)^2}[\{(184-400p^2+225p^4)+$$

$$+\frac{15}{2}(8-20p^2+15p^4)\,l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(322-$$

$$-622p^2+285p^4)+\frac{15}{2}(14-15p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{2(138-169p^2)+15(3-4p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)]\;. (344)$$

Nog eens komt er door middel van dezelfde kunstgreep:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^7x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{27p^8(1-p^2)}\Big[-3\{p^2(24-24p^2-p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(16-24p^2+6p^4+p^6)\,l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\{(320-$$

$$-370p^2+53p^4+6p^6)+\frac{3}{2}(28-p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{-2\,(160-141\,p^2-7\,p^4)+\frac{3}{2}(20-21\,p^2-$$

$$-2p^4)\;l(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)\Big], \dots\dots\dots\dots (345)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 Sin.^7 x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^8(1-p^2)^2}[3\{(128-200p^2+$$

$$+75p^6)+\frac{15}{2}(16-40p^2-30p^4-5p^6)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{(2144-4394p^2+2445p^4-225p^6)+\frac{15}{2}(44-$$

$$-45p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(688-1169p^2+450p^4)-$$

$$-\frac{15}{2}(4-17p^2+15p^4)l(1-p^2)\}E'(p)]; \qquad (346)$$

terwijl deze beide laatste integralen door dezelfde herleiding nog geven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 .Sin.^9 x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}(1-p^2)^2}[3\{(384-1200p^2+$$

$$+800p^6+25p^8)+\frac{15}{2}(128-320p^2+240p^4-40p^6-$$

$$-5p^8)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(7216-15216p^2+8955p^4-$$

$$-925p^6-75p^8)+\frac{15}{2}(272-280p^2+5p^4)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(6064-11032p^2-4700p^4+175p^6)-15(56-128p^2+$$

$$+70p^4+5p^6)l(1-p^2)\}E'(p)] \qquad (347)$$

Wel is waar had men de integralen (338) tot (347) door middel van de herleidings-vergelijking (*cq*) kunnen vinden, maar, nu eenmaal de integralen (333) tot (337) bekend waren, was de gevolgde weg hier zeker de gemakkelijkste: de genoemde vergelijking kan nu tot verificatie der uitkomsten strekken.

Nemen wij nu telkens hét verschil tusschen de integralen (334) en (338); (335) en (339), (339) en (342);

(336) en (340), (340) en (343), (343) en (345); (337) en (341), (341) en (344), (344) en (346), (346) en (347), zoo wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin\,x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta}=\frac{1}{27p^4}[3\{-8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-\{(32-59p^2+21p^4)+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(40-47p^2)-\frac{3}{2}(5-7p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (348)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^4}[-\pi l(1-p^2).\sqrt{(1-p^2)}+\{(4-3p^2)+$$

$$+\frac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], (349)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{27p^6}[3\{8(1-p^2)-$$

$$-3(4-p^2)l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)}+\{7(20-20p^2+3p^4)+$$

$$+15(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+(2-p^2)\{-94+$$

$$+\frac{21}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (350)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^4}[\{8+3l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-3\{(8-p^2)+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], (351)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6}[\{8+3(4-3p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-3(2-p^2)\{10+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{44-3l(1-p^2)\}E'(p)], (352)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{27p^8}\Big[3\{8p^2(2-p^2)+$$

$$+3(8-8p^2+p^4)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{(320-230p^2+21p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(28-19p^2)\,l(1-p^2)\}\,F'(p)+\{2\,(160-47p^2)-$$

$$-\frac{3}{2}(20-7p^2)\,l(1-p^2)\}\,E'(p)\Big]\,,\ldots\ldots\ldots\ldots (353)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)}\Big[\{16+15l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+$$

$$+\{44+31p^2-30p^4)-\frac{15}{2}(1-p^2)\,l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(38+31p^2)+\frac{15}{2}(1+2p^2)\,l(1-p^2)\}E'(p)\Big],\ (354)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)}\Big[-\{8(23-25p^2)+$$

$$+15(4-5p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\{(644-644p^2+45p^4)+$$

$$+105\,(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\,F'(p)-3(2-p^2)\,\{46+$$

$$+\frac{15}{2}\,l(1-p^2)\}\,E'(p)\Big]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (355)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos^3x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^2(1-p^2)}\Big[-\{16(24-25p^2)+$$

$$+15(24-40p^2+15p^4)\,l(1-p^2)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\{(2144-$$

$$-2894p^2+795p^4)+\frac{15}{2}(44-15p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)$$

$$+\{-2(688-619p^2)+\frac{15}{2}(4-7p^2)l(1-p^2)\}\,E'(p)\Big],(356)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 Sin.^7 x.Cos.^3 x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}(1-p^2)}[-3\{8(48-75p^4+$$

$$+25p^6)+15(64-120p^2+60p^4-5p^6)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\surd(1-p^2)}+$$

$$+\{(14432-22432p^2+8660p^4-525p^6)+30(68-$$

$$-35p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(6064-7032p^2+$$

$$+1175p^4)+\frac{15}{2}(112-156p^2+35p^4)l(1-p^2)\}E'(p)]\,.(357)$$

Indien men verder de volgende integralen van elkander aftrekt: (350) van (349); (352) van (351), (353) van (352); (355) van (354), (356) van (355), (357) van (356); zoo verkrijgt men nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 Sin.x.Cos.^5 x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{27p^6}[12\{-2+3l(1-p^2)\}\pi\surd(1-p^2)^3-$$

$$-\{2(70-124p^2+51p^4)+\frac{3}{2}(10-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(94-101p^2)-3(7-8p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],\ldots(358)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 .Sin.x.Cos.^5 x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6}[-4\{2+3l(1-p^2)\}\pi\surd(1-p^2)+$$

$$+3\{(20-18p^2+p^4)+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-4(11-2p^2)+\frac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],\ldots(359)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2 .Sin.^3 x.Cos.^5 x\frac{dx}{\Delta^5}=$$

$$=\frac{1}{27p^8}[-12\{2p^2+3(2-p^2)l(1-p^2)\}\pi\surd(1-p^2)+$$

$$+\{(320-410p^2+111p^4)+\frac{3}{2}(28-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(160-113p^2)+\frac{3}{2}(20-13p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],\,.\,(360)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^6}[4\{46+15l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{2(322-22p^2-15p^4)+\frac{15}{2}(14+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(138+31p^2)+15(3+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)]\ ,\ .\ (361)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^7}=$$

$$=\frac{1}{225p^8}[4\{2(48-25p^2)+15(6-5p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{2144-1394p^2+45p^4)+\frac{15}{2}(44-29p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(688-69p^2)-\frac{15}{2}(4+3p^2)l(1-p^2\}E'(p)]\ ,\ .\ .\ .\ (362)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}}[12\{2(48-25p^4)+$$

$$+15(16-20p^2+5p^4)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(7216-$$

$$-7216p^2+1455p^4)+\frac{15}{2}(272-272p^2+45p^4)l(1-p^2)\}$$

$$F'(p)+4(2-p^2)\{1516-105l(1-p^2)\}E'(p)].\ .\ .\ .\ (363)$$

Neem vervolgens het verschil tusschen de integralen (359) en (360); (361) en (362), (362) en (363); zoo wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^7x\frac{dx}{\Delta^5}=$$

$$=\frac{1}{27p^8}[72\pi l(1-p^2).\sqrt{(1-p^2)^3}-\{(320-590p^2+273p^4-$$

$$-9p^6)+\frac{3}{2}(28-27p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(160-$$

$$-179p^2+12p^4)-\frac{3}{2}(20-19p^2-3p^4)l(1-p^2)\}E'(p)],\ (364)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^7x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^8}[24\{16+15l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+\{2(44-2038p^2+89p^4+30p^6)+\frac{15}{2}(44+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(688-207p^2+31p^4)+\frac{15}{2}(4+9p^2+2p^4)l(1-p^2)\}E'(p)].(365)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x^7\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}}[-72\{16+5(8-5p^2)l(1-p^2)\}$$

$$\pi\sqrt{(1-p^2)}+\{(14432-20864p^2+7092p^4-135p^6)+$$

$$+30(68-33p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{2(6064-5096p^2+$$

$$+207p^4)+\frac{15}{2}(112-44p^2+9p^4)l(1-p^2)\}E'(p)].(366)$$

en eindelijk dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^9x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}}[576\{2+5l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-\{2(7216-13648p^2+6603p^4-201p^6-45p^8)+\frac{15}{2}(272-$$

$$-264p^2-3p^4)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(6064-7160p^2+$$

$$+828p^4-93p^6)+30(56-18p^2-18p^4-3p^6)l(1-p^2)\}E'(p)].(367)$$

Onder de hier gevondene integralen zijn er enkele, en wel (348), (349), (351), (355), (358), (359), (361), (364), (365), (367), die men regtstreeks uit de vergelijking (*cr*) had kunnen afleiden; terwijl alsdan de overige uitkomsten door verschillende combinatien tusschen dit tiental en de vorige integralen (338) tot (347) zouden kunnen gevonden worden. Hier kan nu de vergelijking (*cr*) dienen tot verificatie der berekende integralen.

3. Even als in § VI, N°. 7, kunnen wij ook hier een tweede stelsel overeenkomstige integralen afleiden; hiertoe bedenke men, dat de substitutie $x = \frac{\pi}{2} - y$, zoo als reeds § V, N°. 7 werd aangemerkt, tot de volgende vergelijking aanleiding geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\nabla^2 \frac{dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{xl\nabla^2}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx \left[\frac{2p^2 \, Sin.\,x.\,Cos.\,x}{(1-p^2\,Cos.^2 x)\nabla^{b-2}} - \frac{b-2}{2} l\nabla^2 \frac{2p^2 \, Sin.x.Cos.x}{\nabla^b}\right] =$$

$$= 0 - p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} \left[2 - (b-2)\, l\nabla^2\right],$$

waarin de term buiten het integraalteeken nu geheel verdwijnt: voor de onderste grens 0 van x, wegens den factor x, en voor de bovenste grens $\frac{\pi}{2}$ van x, omdat de factor $l\nabla^2 = l(1 - p^2\,Cos.^2 x)$ alsdan $l\,1 = 0$ wordt. Door oplossing wordt nu hieruit de herleidingsformule

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} = \frac{1}{b-2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{p^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}}\right] \quad \ldots\ldots \quad (rs;$$

verkregen, waarin de beide laatste integralen tusschen de haakjes in § V en VI reeds werden afgeleid.

Op dergelijke wijze vindt men nu verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x. l\nabla^2 \frac{dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x Cos.^a x. l\nabla^2}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx \left[\frac{2p^2 Sin. x. Cos. x}{1-p^2 Cos.^2 x} \frac{Cos.^a x}{\nabla^{b-2}} - al\nabla^2 \frac{Sin. x. Cos.^{a-1} x}{\nabla^{b-2}} -\right.$$

$$\left.- \frac{b-2}{2} l\nabla^2. Cos.^a x \frac{2p^2 Sin. x\ Cos. x}{\nabla^b}\right]$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^{a-1} x dx}{\nabla^b} \Big[2p^2 Cos.^2 x -$$

$$- a(1-p^2 Cos.^2 x) l\nabla^2 - (b-2) p^2 Cos.^2 x. l\nabla^2\Big],$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x. l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. l\nabla^2 \frac{dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x Sin.^a x. l\nabla^2}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx \left[\frac{2p^2 Sin. x. Cos. x}{1-p^2 Cos.^2 x} \frac{Sin.^a x}{\nabla^{b-2}} + al\nabla^2 \frac{Sin.^{a-1} x. Cos. x}{\nabla^{b-2}} -\right.$$

$$\left.- \frac{b-2}{2} l\nabla^2. Sin.^a x \frac{2p^2 Sin. x. Cos. x}{\nabla^b}\right]$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-1} x. Cos. x dx}{\nabla^b} \Big[2p^2 Sin.^2 x +$$

$$+ a(1-p^2 Cos.^2 x) l\nabla^2 - (b-2) p^2 Sin.^2 x. l\nabla^2\Big].$$

In beide vergelijkingen verdwijnt de term buiten het integraalteeken om juist dezelfde reden, als bij de voorgaande formule. Door afzondering der integralen, die den factor $l\nabla^2$ bezitten, leveren zij verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l \nabla^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}xdx}{\nabla^b}\Big[a-(a-b+2)p^2 Cos.^2 x\Big] =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\nabla^b},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l \nabla^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.xdx}{\nabla^b}\Big[a(1-p^2)+(a-b+2)p^2 Sin.^2 x\Big] =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\nabla^b};$$

waaruit nu de herleidings-vergelijkingen te voorschijn komen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l \nabla^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\nabla^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\Big[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.x.Cos^{a-1}xdx}{\nabla^b} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\nabla^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} - 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\nabla^b}\Big], \quad (ct)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l \nabla^2 \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\nabla^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\Big[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.xdx}{\nabla^b} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\nabla^b}\Big]; \quad (cu)$$

die wederom steunen op de integralen in § V en VI afgeleid.

4. Bij de achtervolgende onderstellingen $b = -1, 1,$ 3, 5 en 7 geeft thans de vergelijking (cs):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.xdx\nabla = \frac{1}{27p^2}[-3\pi + \{-2(11-11p^2+3p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+(2-p^2)\{14-3l(1-p^2)\}E'(p)].(368)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla} = \frac{1}{p^2}[-\pi-(2-p^2)F'(p)+$$

$$+\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots (369)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^2}[-\pi+\{2+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)], ..(370)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^2(1-p^2)}[-(1-p^2)\pi-$$

$$-3(2-p^2)F'(p)+\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], ..(371)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7} = \frac{1}{225p^2(1-p^2)^2}[-9(1-p^2)^2\pi-$$

$$-\{2(53-53p^2+15p^4)+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+(2-p^2)\{62+15l(1-p^2)\}E'(p)]\ldots\ldots\ldots (372)$$

In plaats van nu verder regtstreeks de herleidingsformule (ct) te gaan gebruiken, om telkens hooger magten van den factor $Cos.$ te verkrijgen, kan men ook hier, nu dit vijftal integralen bekend is, door de kunstgreep van N°. 2 hetzelfde doel bereiken; de genoemde vergelijking dient dan

tot verificatie. Het verschil van elke twee opeenvolgende integralen, gedeeld door p^2, zal toch, vermits $\frac{1}{p^2}(1-\nabla^2)=Cos^2 x$, de volgende integralen opleveren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3 x\frac{dx}{\nabla}=\frac{1}{27p^4}[-24\pi-\{(32-5p^2-6p^4)+ + \frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\} F'(p)+\{2(40+7p^2)- - \frac{3}{2}(5+2p^2)l(1-p^2)\} E'(p)], \quad \ldots \ldots (373)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3 x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{p^4}[\{(4-p^2)+\frac{1}{2}l(1-p^2)\} F'(p)- -\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\} E'(p)], \quad \ldots \ldots (374)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3 x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^4(1-p^2)}[8(1-p^2)\pi- -3\{(8-7p^2)+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\} F'(p)+ +\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\} E'(p)], \quad \ldots \ldots (375)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3 x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)^2}[16(1-p^2)^2\pi+ +\{(44-119p^2+45p^4)-\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\} F'(p)- -\{2(38-69p^2)+\frac{15}{2}(1-3p^2)l(1-p^2)\} E'(p)] \quad . (376)$$

Wanneer men verder dezelfde methode toepast op deze vier laatste integralen, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^5 x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{27p^6}[24\pi+\{2(70-16p^2-3p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(10-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{2(94+7p^2)-$$

$$-3(7+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots (377)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^5 x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^6(1-p^2)}[8(1-p^2)\pi-$$

$$-3\{(20-22p^2+3p^4)+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{4(11-9p^2)-\frac{3}{2}(2-3p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], (378)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^5 x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)^2}[-184(1-p^2)^2\pi+$$

$$+\{2(322-622p^2+285p^4)+\frac{15}{2}(14-15p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(138-169p^2)+15(3-4p^2)l(1-p^2)\}E'(p)] \ldots (379)$$

Dit laatste drietal integralen geeft nog door middel van dezelfde kunstgreep:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^7 x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8(1-p^2)}[-\{320-370p^2+$$

$$+53p^4+6p^6)+\frac{3}{2}(28-p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(160-$$

$$-141p^2-7p^4)-\frac{3}{2}(20-21p^2-2p^4)l(1-p^2)\}E'(p)], (380)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^8(1-p^2)^2}[16(1-p^2)^2\pi+$$

$$+\{(2144-4394p^2+2445p^4-225p^6)+\frac{15}{2}(44-$$

$$-45p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(688-1169p^2+$$

$$+450p^4)+\frac{15}{2}(4-17p^2+15p^4)l(1-p^2)\}E'(p)].\ .\ (381)$$

En even zoo eindelijk de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}(1-p^2)^2}[16(1-p^2)^2\pi+$$

$$+\{2(7216-15216p^2+8955p^4-925p^6-75p^8)+$$

$$+\frac{15}{2}(272-280p^2+5p^4)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(6064-11032p^2+4700p^4+175p^6)+15(56-$$

$$-128p^2+70p^4+5p^6)l(1-p^2)\}E'(p)]\ .\ .\ .\ .\ (382)$$

Zoeken wij thans het verschil tusschen de integralen (369) en (373); (370) en (374), (374) en (377); (371) en (375), (375) en (378), (378) en (380); (372) en (376), (376) en (379), (379) en (381), (381) en (382), zoo verkrijgen wij achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla}=\frac{1}{27p^4}[3(8-9p^2)\pi+\{(32-59p^2+$$

$$+21p^4)+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{2(40-47p^2)-$$

$$-\frac{3}{2}(5-7p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (383)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{p^4}[-p^2\pi-\{(4-3p^2)+$$

$$+\frac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)],\ (384)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{27p^6}[-24\pi-\{7(20-20p^2+3p^4)+$$

$$+15(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+(2-p^2)\{94-\frac{21}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], (385)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^4}[-(8+p^2)\pi+3\{(8-p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}F'(p)-\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots (386)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^6}[-8(1-p^2)\pi+3(2-p^2)\{10+$$

$$+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{-44+3l(1-p^2)\}E'(p)], . (387)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8}[24p^2\pi+\{(320-230p^2+21p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(28-19p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(160-47p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(20-7p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots\ldots (388)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)}[-(16+9p^2)(1-p^2)\pi+$$

$$+\{-(44+31p^2-30p^4)+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(38+31p^2)+\frac{15}{2}(1+2p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ . (389)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)}[8(23+2p^2)(1-p^2)\pi-$$

$$-\{(644-644p^2+45p^4)+105(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+3\,(2-p^2)\{46+\frac{15}{2}\,l(1-p^2)\}E'(p)],\quad\ldots\ldots\quad(390)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^8(1-p^2)}[-8(23+2p^2)(1-p^2)\pi-$$

$$-\{(2144-2894p^2+795p^4)+\frac{15}{2}(44-15p^2)(1-p^2)\,l(1-$$

$$p^2)\}F'(p)+\{2(688-619p^2)-\frac{15}{2}(4-7p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],(391)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^7x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}(1-p^2)}[-16(1-3p^2)(1-p^2)\pi-$$

$$-\{14432-22432\,p^2+8660\,p^4-525\,p^6)+30\,(68-$$

$$-35p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\,F'(p)+\{2\,(6064-7032\,p^2+$$

$$+1175p^4)-\frac{15}{2}(112-156p^2+35p^4)l(1-p^2)\}\,E'(p)].\,(392)$$

Het verschil tusschen de integralen (384) en (385); (386) en (387), (387) en (388); (389) en (390), (390) en (391), (391) en (392) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.\,Sin.^5\,x.\,Cos.\,x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{27p^6}[3\,(8-9p^4)\,\pi+\{2\,(70-$$

$$-124p^2+51\,p^4)+\frac{3}{2}(10-9\,p^2)\,(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,F'(p)+$$

$$+\{-2(94-101p^2)+\frac{3}{2}(7-8p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,E'(p)].\;(393)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^8}[(8-16p^2-p^4)\pi-3\{(20-$$

$$-18p^2+p^4)+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{4(11-2p^2)-$$

$$-\frac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots\ldots (394)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8}[-24p^2(4-3p^2)\pi-\{(320-$$

$$-410p^2+111p^4)+\frac{3}{2}(28-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(160-113p^2)-\frac{3}{2}(20-13p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], .(395)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^6}[-(184+32p^2+9p^4)\pi+$$

$$+\{2(322-22p^2-15p^4)+\frac{15}{2}(14+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(138+31p^2)+15(3+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], . . (396)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^8}[8(1+p^2)(23-12p^2)\pi+$$

$$+\{(2144-1394p^2+45p^4)+\frac{15}{2}(44-29p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(688-69p^2)+\frac{15}{2}(4+3p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], . (397)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}}[8(2-75p^2+6p^4)\pi+$$

$$+\{2(7216-7216p^2+1455p^4)+\frac{15}{2}(272-272p^2+45p^4)l(1-$$

$$-p^2)\}F'(p)-4(2-p^2)\{1516+105l(1-p^2)\}E'(p)] . . (398)$$

Nog geeft het verschil tusschen de integralen (394) en (395); (396) en (397), (397) en (398):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^7x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8}[3p^2(40-40p^2-p^4)\pi+\{(320-$$

$$-590p^2+273p^4-9p^6)+\frac{3}{2}(28-27p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(160-179p^2+12p^4)+\frac{3}{2}(20-19p^2-3p^4)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (399)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin^7.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=$$

$$=\frac{1}{225p^8}[-(184+272p^2-64p^4+9p^6)\pi-\{2144-2038p^2+$$

$$+89p^4+30p^6)+\frac{15}{2}(44+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(688-$$

$$-207p^2+31p^4)-\frac{15}{2}(4+9p^2+2p^4)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (400)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^7x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}}[-8(69+31p^2+$$

$$+39p^4-6p^6)\pi-\{(14432-20864p^2+7092p^4-135p^6)+$$

$$+30(68-33p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(6064-5096p^2+$$

$$+207p^4)+\frac{15}{2}(112-44p^2+9p^4)l(1-p^2)\}E'(p)]; \quad (401)$$

en ten laatste het verschil tusschen de beide integralen (400) en (401) nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^9 x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}}\Big[(552-304p^2-584p^4+$$

$$+144p^6-27p^8)\pi+\{2(7216-13648p^2+6603p^4-201p^6-$$

$$-45p^8)+\frac{15}{2}(272-264p^2-3p^4)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\,F'(p)-$$

$$-\{2(6064-7160p^2+828p^4-93p^6)+30(56-18p^2-$$

$$-18p^4-3p^6)\,l(1-p^2)\}\,E'(p)\Big]\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\;(402)$$

Men had echter de integralen (383), (384), (386), (389) (393), (394), (396), (399), (400) en (402) ook regtstreeks kunnen bepalen door middel van de herleidings-formule (*cu*); alsdan had men de overige uit verschillende combinatien tusschen deze en het tiental (373) tot (382) kunnen afleiden; waarbij men de integralen uit § V en VI noodig gehad zoude hebben. Genoemde vergelijking kan dus hier ter verificatie dienen. Maar is er daartoe ook nog een ander middel voorhanden; want door middel van de substitutie

$x=\frac{\pi}{2}-y$ in de tweede integraal van het eerste lid der

volgende vergelijking vindt men dadelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2\frac{Sin.^a x.Cos.^c xdx}{\Delta^{\pm 2b+1}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2\frac{Sin.^c x.Cos.^a xdx}{\nabla^{\pm 2b+1}}=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2\frac{Sin.^a x.Cos.^c xdx}{\Delta^{\pm 2b+1}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)l\Delta^2\frac{Sin.^a x.Cos.^c xdx}{\Delta^{\pm 2b+1}}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\frac{Sin.^a x.Cos.^c xdx}{\Delta^{\pm 2b+1}}\,;\;\ldots\ldots\ldots\;(cx)$$

en deze kan dienen, om met behulp der integralen van § V, de overeenstemming der uitkomsten van Nr. 2 en 4 na te gaan.

TE VERBETEREN:

			voor:	lees:
Blz.	39	form. (38)	$2(1-p^2)$	$4(1-p^2)$
"	52	" (104)	$(1+p^2)\sqrt{(1-p^2)}$	$\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}$
"	54	reg. 5 vooraan	$-$	$=$
"	57	form. (112)	$\sqrt{(1-p^2)^5}$	$\sqrt{(1-p^2)^7}$
"	82	" (188)	p^6	p^4
"	94	" (bl)	$b-2$	$b+2$
"	99	reg. 2 v. o.	$=\frac{1}{p^2}$	$=\frac{-1}{p^2}$
"	105	form. (bx)	$Sin.^{a-1}x. Cos. x$	$Sin.^{a-2}x. Cos. x$
"	127	" (co)	$a-b$	$a-6$
"	139	reg. 1	$-9p^2$	$-9p^4$
"	142	" 1	p^6	p^8
	"	" 12	$225p^2$	$225p^8$

INHOUD.

IV. **Over** de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x . Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}^{\pm 2b+1}}$$, enz. 29

V. **Over** de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{Sin.^a x . Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}^{\pm 2b+1}}$$, enz. 65

VI. **Over** de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x . Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}^{\pm 2b+1}}$$, enz. 91

VII. **Over** de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{Sin.^a x . Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}^{\pm 2b+1}}$$, enz. . . . 133

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 27sten JUNIJ 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. HARTING, N. W. P. RAUWENHOFF, A. H. VAN DER BOON MESCH, F. J. STAMKART, P. J. VAN KERCKHOFF, P. ELIAS, J. P. DELPRAT, J. G. S. VAN BREDA, F. C. DONDERS, C. J. MATTHES, P. BLEEKER, E. H. VON BAUMHAUER, G. H. VAN KERKWIJK, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, C. A. J. A. OUDEMANS, D. BIERENS DE HAAN, H. G. SEELIG, R. VAN REES.

De Heer MATTHES vervangt den Secretaris, door ongesteldheid afwezig.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige zitting, wordt kennis genomen van de schriftelijke verontschuldigingen wegens het niet bijwonen dezer vergadering, ingezonden door de H.H. J. W. L. VAN OORDT, J. BOSSCHA JR., VAN DER KUN, J. VAN GOGH, BUYS BALLOT en VAN HASSELT. — Aangenomen voor berigt.

Komen ter tafel de navolgende missives ten geleide van boekgeschenken van de Heeren: 1°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 9 Junij 1863, Topographisch Bureau N°. 30 T); 2°. Hoofddirecteur van het Koninkl. Nederl. Meteorologisch Instituut (Utrecht, 18 Junij 1863); 3°. CANDÈZE, Secrétaire de la Société royale des Sciences te Luik (Luik, 15 Mei 1863); 4°. A. NAMUR, Secrétaire de la Société pour la recherche et la conservation des monumens historiques du Grand-Duché de Luxembourg (Luxemburg, 1 Mei 1863); 5°. W. HAIDINGER, Director der K.K. Geologischen Reichsanstalt (Weenen, 26 Maart 1863); 6°. WEIL, Schriftführer des natur-historischen Landesmuseums von Kärnten (Klagenfurt, 20 Maart 1863); 7°. R. HENZI, Secretär der Bernerischen Naturforschenden Gesellschaft (Bern, 27 Maart 1863); 8°. V. FLAUTI te Napels.

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de volgende Heeren: 1°. Burgemeester en Wethouders der stad Amsterdam (Amst., 22 Junij 1863); 2°. W. C. BACKER, in naam van Curatoren van het Athenaeum Illustre (Amst., 1 Junij 1863); 3°. GUNNING, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utr., Junij 1863); 4°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap gevestigd te Utrecht (Utr., 30 Mei 1863); 5°. A. VAN NAAMEN VAN EEMNES, Secretaris der

Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale welvaart (Zwolle, 1 Junij 1863); 6o. CANDÈZE, Secrétaire de la Société roy. des Sciences te Luik (Luik, 15 Mei 1863); 7°. F. FOETTERLÉ, Secretär der K.K. Geographischen Gesellschaft (Weenen, 29 Maart 1863).

Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een schrijven van den Heer P. VAN DER STERR, Amsterdam 10 dezer, waarbij gevoegd waren twee tabellen van waargenomen waterhoogten loopende over de maand Mei j.l., de eene gerangschikt naar de zons-, de andere naar de maansuurhoeken. Verzending naar de Commissie over de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris berigt, dat, op voordragt van de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen*, in de jongste buitengewone Vergadering der Afdeeling het besluit is gevallen: de Verhandeling van den Heer Dr. J. G. OTTEMA te Leeuwarden, *over de beweging van de Zon en het Planetenstelsel in de ruimte zonder gravitatie verklaard*, aan den Schrijver terug te zenden, met bijvoeging, dat der Afdeeling *zijne bedenkingen tegen de gravitatietheorie ongegrond en zijne eigen theorie onaannemelijk zijn* voorgekomen.

Voorts dat genoemde Commissie van Redactie geen bezwaar heeft tegen de opname in de *Verslagen en Mededeelingen* van de Verhandelingen van de H.H.

BUYS BALLOT, *over de betrekking tusschen de zijden en diagonalen van een n-hoek;* W. C. STARING, *over de diluviale gronden op Java;* C. A. J. A. OUDEMANS, *over Encephalartos Altensteinii, over de beteekenis der verhevenheden aan de oppervlakten der zaden van Strychnos nux vomica* en *over de groefjes aan de oppervlakte der bladeren van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis,* welke alzoo tot den druk zullen worden bevorderd.

De Heer P. J. VAN KERCKHOFF houdt vervolgens eene voordragt *over de rangschikking en onderlinge betrekking der organische radikalen,* met aanbieding van een opstel daarover voor de *Verslagen en Mededeelingen,* hetwelk in handen zal worden gesteld van de Commissie van Redactie.

De Heer P. BLEEKER spreekt over eenige punten betrekkelijk de ichthyologische Fauna van Siam, naar aanleiding van geschenken der Koningen van dat Rijk aan het museum van den *Jardin des Plantes* te Parijs, en biedt eene *Notice* daarover aan voor de *Verslagen en Mededeelingen,* welke zal worden verzonden naar de Commissie van Redactie.

De Heer E. H. VON BAUMHAUER levert:

1°. een kort Verslag van een door hem ingesteld onderzoek op het acidum Roccellicum, en geeft en bespreekt, 2°. onder aanbieding aan de Akademie

van een Hollandsch en een Hoogduitsch exemplaar zijner *Tafels van de procenten zuiveren alkohol en gedestilleerd*, eenige practische regels voor het vervaardigen en keuren van areometers.

De Heer STAMKART behandelt, in verband met het laatst voorgedragene, den invloed, dien de luchtdrukking op het uit het vocht uitstekende gedeelte van den steel des areometers uitoefent, daarvoor eene correctie-formule opgevende, waarvan hij het betoog later voor de *Verslagen en Mededeelingen* bestemt.

De Heer V. S. M. VAN DER WILLIGEN vermeldt en vertoont aan de Vergadering secundaire interferentiestrepen, die zich aan hem opdeden onder de omstandigheden, waarbij men de Newtonsche ringen waarneemt. de nadere beschrijving en verklaring van dit verschijnsel voor de *Verslagen en Mededeelingen* toezeggende.

De Heer D. BIERENS DE HAAN deelt mede een verzoek te hebben ontvangen om magtiging tot het uitgeven eener Hoogduitsche vertaling van zijne Methode des Intégrales définies, en verlangt daarover het welmeenen der Afdeeling te verstaan.

De Vergadering ziet hierin hoegenaamd geen bezwaar en verleent daartoe volgaarne hare toestemming.

Na resumtie van de notulen dezer Vergadering wordt ze door den Voorzitter gesloten.

NORMAAL EN ABNORMAAL HERMAPHRODITISMUS BIJ DE VISSCHEN.

DOOR

H. J. HALBERTSMA.

Men vindt in de *Annales des Sciences Naturelles* van het jaar 1856 een merkwaardig opstel van DUFOSSÉ, getiteld: *De l'hermaphrodisme chez certains vertébrés*, waarin hij aantoont, dat er bij de zoogenaamde zeebaarzen der Middellandsche zee, den Serranus scriba, S. cabrilla en S. hepatus een normaal echt hermaphroditismus voorkomt.

Uit de geschiedenis toont DUFOSSÉ aan, dat reeds ARISTOTELES meende, dat de χάννη (naam, waarmede de ouden den Serranus cabrilla en misschien ook scriba bestempelden) zich zelve kon bevruchten en dat het twijfelachtig was of er onder de individu's van deze vischsoort wel mannetjes en wijfjes voorkomen. Ook OVIDIUS maakt in zijne *Halieutica* melding van deze zelfbevruchting. PLINIUS, die ten onregte laatstgenoemden schrijver voor den ontdekker van dit zoo belangrijke feit houdt, en later RONDELET (1654) hebben het eveneens in hunne werken aangehaald, doch, zoo 't schijnt, niet nader onderzocht, zoodat zij eigenlijk de zaak niet verder bragten. Eerst FILIPPO CAVALINI bestudeerde op nieuw de geslachtsdeelen van Serranus scriba en communis (cabrilla ?), doch hoewel zijne *Memoria sulla generatione dei pesci* (*Napoli* 1787) een voor zijn tijd

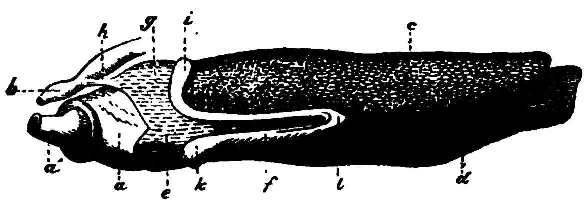
welgeschreven werk mogt heeten en ook hij en hom en kuit in dezelfde individu's waarnam, ontbrak toch aan zijn onderzoek de bevestiging door het mikroskoop, namelijk: dat hetgeen hij voor testis hield wezenlijk testis was. Na CAVALINI had VALENCIENNES gelegenheid eenige Serrani te onderzoeken, doch zijne exemplaren waren reeds sedert eenige dagen dood en zijne nasporing kon dus niet zoo naauwkeurig zijn, als hij zelf gewenscht had; hij hield zich echter overtuigd, ook na dit gebrekkig onderzoek, dat hij met hermaphrodieten te doen had gehad; „wanneer ik het „orgaan", zegt VALENCIENNES, „'twelk voor de hom moest „gelden en op het ovarium bevestigd was, alleen had ge„vonden, dus zonder ovarium, zoude ik geene zwarigheid „gemaakt hebben, het voor eene wezenlijke hom te hou„den." CUVIER, die eerst VALENCIENNES' meening omhelsde, schijnt later, in de tweede uitgave van zijn *Règne animal*, de waarheid van CAVALINI's waarneming weder in twijfel te trekken en DUVERNOY, die zelf wederom een S. scriba en cabrilla onderzocht en de laatste schrijver is, dien DUFOSSÉ aanhaalt, verklaart ronduit het volgende: „Il n'y avait, dans l'un ni dans l'autre exemplaire deux „sortes d'organes qui aient pu me faire soupçonner, le moins „du monde, l'existence simultanée, dans le même indivi„du, des organes de la génération mâles et femelles et „conséquemment l'hermaphroditisme."

Het was bij dezen twijfelachtigen stand van zaken, dat DUFOSSÉ, *Professeur suppléant à l'Ecole de Médecine* te Marseille, van de gunstige gelegenheid, die hem de nabijheid der Middellandsche zee aanbood, gebruik maakte en het onderzoek van het beweerde hermaphroditismus der Serrani op nieuw begon. Hij opende en onderzocht niet minder dan 368 voorwerpen van de drie soorten van Serranus, welke bij Marseille voorkomen, namelijk van S. scriba, cabrilla en hepatus, waarbij hij tot het boven reeds mede-

gedeelde resultaat kwam, dat alle drie normaal hermaphrodiet zijn.

Daar het ons doel is eene vergelijking in te stellen tusschen het hermaphroditisme, gelijk het normaal bij de zeebaarzen voorkomt, en het hermaphroditisme, zoo als het zich abnormaal, sporadisch, bij andere visschen vertoont, zal het noodig wezen, de ontleedkundige bijzonderheden betrekkelijk hom en kuit van de Serrani volgens de onderzoekingen van DUFOSSÉ iets nader uiteen te zetten.

Bij de zeebaarzen komen orificium anale, oviductus en urethra in eene soort van kloak uit; van deze is de anus naar voren geplaatst en van de twee andere mondingen gescheiden door eene slijmvliesplooi; op den anus volgt de oviductus (Zie houtsnede *a*), die in den toestand van uitrek-



VERKLARING DER HOUTSNEDE.

Schematische voorstelling der geslachtsdeelen van Serranus (vergroot) gezien van de regterzijde.

a. oviductus, *a'.* tepel met het orificium van den oviductus, *b.* urethra, *c.* regter, *d.* linker ovarium, *e.* canalis communis, *f.* testis, *g.* stelsel van vacuolen, *h.* ductus ejaculatorius, *i.* bovenste, *k.* onderste testiculaire boog, *l.* testiculaire hoek.

king een konischen vorm aanneemt en met een' tepel (*a'*) buiten de cloak uitsteekt; het meest naar achteren ligt de urethra-monding, welke veelal aan den top van eene kleine papil (*b*) eindigt.

Opent men de buikholte, dan herkent men dadelijk de inwendige geslachtsdeelen, welke, even als bij andere been-

achtige visschen, tusschen rectum en de pisbereidende organen gelegen zijn. Op den eersten blik ziet men de eijerstokken (*c*, *d*,) in de gedaante van twee langwerpige zakken, die naar achteren in een smelten (canalis communis (*e*) van DUFOSSÉ) en in den oviductus (*a*) uitkomen. Schijnbaar *op* deze eijerstokken liggen de zaadbereidende organen. Om namelijk de verhouding tusschen beide goed te begrijpen is het noodig te weten, dat de wand van den eijerstok uit drie rokken bestaat, van buiten naar binnen gaande uit het buikvlies, een spierrok en eene slijmvlieslaag. Tusschen de twee binnenste rokken, dus eigenlijk niet *op* den eijerstok, maar tusschen spierrok en slijmvlies ligt nu het spermatische apparaat, bestaande uit de testis (*f*), een stelsel van *vacuoles* (*g*), en een ductus ejaculatorius (*h*). De testis (*f*) doet zich voor onder de gedaante van een band, die in zich zelven terugkeert, den eijerstok omgeeft op de plaats waar hij in den canalis communis overgaat en in zijn verloop twee bogen en twee hoeken vormt. De testiculaire bogen worden onderscheiden in een' bovensten (*i*) en in een dikkeren ondersten (*k*), die van regts naar links over den canalis communis verloopen. De hoeken (*l*) in de testis ontstaan, doordien de bogen niet eenvoudig circulair in elkander overgaan, maar zich naar voren ombuigen en zich eerst vrij ver van de plaatsen van ombuiging ontmoeten. Men moet dus een' regter en linker testiculairen hoek onderscheiden.

De zelfstandigheid van de testis bestaat uit een groot aantal blindzakjes, coeca, die meestal vertakt zijn; in de maanden November en December zijn zij verstopt, maar in de daaropvolgende maanden en vooral bij het naderen van den rijdtijd zetten zij uit en vormen in dien toestand buisjes, welke met hunne einden aan de oppervlakte van het orgaan oneffenheden teweeg brengen, die eenige gelijkenis hebben met hersenwindingen. Van uit deze coeca

ontstaan nu de zaadgangen, die uitkomen in het vacuolenstelsel (*g*) (eenigzins vergelijkbaar met het rete HALLERI in de testis van den mensch), bestaande uit een tal van fijne anastomoserende buisjes, die tusschen spierrok en slijmvlies van den canalis communis naar boven en achteren verloopen en ten slotte overgaan in den ductus ejaculatorius (*h*). Dit vacuolenstelsel vormt dus eene soort van onregelmatigen gordel om den canalis communis, naar voren begrensd door de testis, naar achteren door den oviductus.

Met betrekking tot den ductus ejaculatorius (*h*), die aan de bovenvlakte van den oviductus verloopt, dient nog te worden opgemerkt, dat hij zeer kort en naauw is en voorzien van zulke teedere wanden, dat hij slechts met eene loupe is waar te nemen. Hij heeft de gedaante van een kegel, waarvan de basis naar voren ziet en de open top in het kanaal der urethra, gewoonlijk ter hoogte van den bodem der kloak, aan de basis van de papilla urethralis (*b*) uitmondt.

Alle holten van den beschreven apparatus spermaticus bevatten met het naderen van den rijdtijd en gedurende die periode zelve, de kenschetsende elementen van het zaad, namelijk de spermatozoïden, die, zoo als zich liet vermoeden, veel overeenkomst hebben met die van den baars, terwijl de eijeren bij onderzoek overeen bleken te komen met die van andere acanthopterygii.

DUFOSSÉ heeft zich bij zijne nasporingen niet bepaald tot het anatomische feit, dat er werkelijk twee ongelijksoortige organen in hetzelfde individu voorkomen, hij heeft ook onmiddellijk de zelfbevruchting der Serrani waargenomen. Hij plaatste de bedoelde visschen namelijk in een groot aquarium, dat met versch zeewater gevuld was en waarvan de bodem ingenomen werd door verschen fucus en onder begunstiging der fortuin en zonder zelf door den

visch bemerkt te worden, zag hij hoe de eerst gelegde eijeren later door het zaad van hetzelfde dier besproeid werden. Liet hij zich door den geëjaculeerden straal, waaraan DUFOSSÉ den karakteristieken naam van *nuage spermatique* geeft, den weg wijzen, dan was hij zeker, de bevruchte eijeren op den bodem van het glas terug te vinden.

Men mag dus uit de waarnemingen van DUFOSSÉ met zekerheid opmaken, dat de Serrani der Middellandsche zee in den *normaalstaat hermaphrodiet* zijn, en wel in dien zin, dat de vereeniging van eijeren en zaad niet in, maar buiten het ligchaam plaats grijpt en dat elke Serranus zijne eigene eijeren kan bevruchten, zonder hierbij de hulp te behoeven van een ander individu zijner soort.

Naast dit normaal hermaphroditismus komt er in de classe der visschen een abnormaal, sporadisch hermaphroditismus voor. De opgeteekende gevallen zijn wel is waar weinige in getal en niet alle volkomen bewijskrachtig in zoo verre slechts zelden spermatozoïden werden aangetoond in die kiemklieren, die men voor testis of hom heeft aangezien. Wanneer men echter weet, hoe gemakkelijk het is, ook zonder mikroskoop hom van kuit te onderscheiden, dan bezitten ook die gevallen, waar het mikroskoop niet over de zaak beslist heeft eene betrekkelijk groote waarde.

Wij vermelden in de eerste plaats de twee gevallen, die door ECKER bij den karper werden waargenomen, als de meest afdoende *). Het eerste geval ontmoette hij in Januarij 1857. Door een' visscher werden hem de ingewanden gebragt van een' karper, die de aandacht getrokken had door het gelijktijdig voorkomen van kuit en hom. De

*) A. ECKER, *Untersuchungen zur Ichthyologie.* Freyburg i. B. 1857. S. 28.

visch had volgens opgaaf van den bronger uitwendig niets bijzonders vertoond. Links lag naast den eijerstok een welgevormde testis, regts bevond zich alleen de eijerstok. Testis en eijerstok waren innig met elkander vereenigd door bindweefsel en bloedvaten. De testis bevatte zeer bewegelijke spermatozoïden, de eijerstokken volkomen gevormde eijeren.

Het tweede geval nam ECKER waar in Februarij van hetzelfde jaar. Ook deze keer ontving hij slechts de uitgenomen ingewanden ter onderzoeking, dewijl de visscher ook eerst weder bij het openen van het dier de anomalie had bespeurd. Het hermaphroditisme was ook in dit geval weder eenzijdig. De hom was groot, 2″ lang 1″ 5‴ breed; onder haar lagen nog meer testes accessoriae, die veel kleiner (3—5‴ in diameter) waren dan het hoofdorgaan, doch denzelfden bouw en inhoud bezaten. Deze bijkomende hommen waren zoo vast in het weefsel van het ovarium genesteld, dat het geheel het voorkomen had, alsof beide uit een en hetzelfde stroma waren voortgesproten. De spermatozoïden bewogen zich ook ditmaal nog levendig; de eijeren waren volkomen ontwikkeld en het omhulsel met de schoonste *Porenkanälchen* voorzien *).

Een andere visch, waarbij de tweeslagtigheid werd waargenomen, is de kabeljaauw. LEEUWENHOEK †) zag het verschijnsel tweemaal bij deze vischsoort en telkens was de kuit klein en de hom groot. Alleen de tweede maal onderzocht hij met het mikroskoop. De kuitgreinen, die kleiner waren dan gewoonlijk, vertoonden overigens niets der vermelding waardig. „Wanneer ik", zegt LEEUWENHOEK, „tot

*) Behalve ECKER hebben ook KLESEL (*Breslauer Sammlung*, 1720. p. 645), SCHWALBE (*Commercium litt. Norimb.*, 1734. Hebd. 39, p. 305) en MORAND (*Mem. de l'Acad. d. Sc.* 1737. p. 51) eenzijdig hermaphrodiete karpers waargenomen, die echter niet naauwkeuriger beschreven worden.

†) A. VAN LEEUWENHOEK, *Tweede vervolg der Brieven*. Leyden, 1688. blz. 257.

„het observeren van de Hom quam, vond ik die meerder
„volwassen, als de kuit; maar ik konde echter geen leven
„aan die deelen, die ik oordeelde dat Dierkens waren,
„bekennen, noch ook datse een staart hadden. De reden
„hiervan beelde ik mij in, dat was, omdat soolang de
„Dierkens niet volkomen haar met voort te swemmen kon-
„nen verplaatsen, soo lang ook haar staart in geschikte
„ordre om haar lijf leyt, ende dat om die oorsaak, yder
„Dierke een volkome rond ligchaamtje verbeeld *)".

„En alhoewel dese Vis met een volkome kuyt en hom
„versien was, zoo soude echter voor dat jaar, die Kabbel-
„jaauw, alleen tot de voortelinge onbequaam sijn geweest,
„omme redenen dat de hom ende kuyt, niet op een ende
„deselve tijd bequaam soude geweest hebben tot de voor-
„telinge. Daar nochtans die Vis eerst voor manneke soude
„hebben konnen verstrekken, omdat de hom eerst tot de
„voortelinge bequaam soude geworden hebben; ende daarna
„voor het wijfken soude konnen gespeelt hebben."

BASTER †) nam eveneens het hermaphroditismus waarbij den kabeljaauw. Wij vermelden hem bijzonder omdat hij eene hom en kuit uit dat dier afbeeldt, waar de kuit hare volmaakte grootte had, doch de hom klein was, het omgekeerde van 'tgeen LEEUWENHOEK zag. Hij schijnt overigens meer kabeljaauwen met de anomalie onderzocht te hebben, althans hij zegt, dat in andere gevallen dan eens de hom, dan eens de kuit het grootste was.

Volgens eene mondelinge mededeeling van Dr. J. A. HERKLOTS moeten ook op 's Rijks Museum van Natuurlijke Historie te Leiden de inwendige geslachtsdeelen voorhanden zijn van een eenzijdig hermaphrodieten kabeljaauw.

---

*) Het is waarschijnlijk, dat LEEUWENHOEK hier of ontwikkelings-vormen, of doode spermatozoïden gezien heeft.

†) J. BASTER, *Natuurkundige Uitspanningen*, Ie. deel. Haarlem. 1762. blz. 157.

Ik vermeld dit te liever, daar HERKLOTS in de gelegenheid is geweest de hom mikroskopisch te onderzoeken en duidelijke spermatozoïden heeft gevonden *).

Een derde visch, die het sporadische hermaphroditismus vertoont, is onze gewone baars. Op het Anatomisch Kabinet te Leiden wordt daarvan een vrij goed geconserveerd exemplaar bewaard, vermeld in den catalogus der *collectio Brugmansiana* onder N°. 395 op de volgende wijze: *Perca fluviatilis hermaphroditus; a latere dextro, abdominis capacitas est aperta, atque praeter viscera conspiciuntur organa masculina et ovarium, ovulis distentum* †).

Deze visch werd voor meer dan eene halve eeuw gevonden door J. D. ESSING, vischverkooper te Leiden, die bij het schoonmaken dadelijk bemerkte, dat het dier hommer en kuiter te gelijk was. Hij was verstandig genoeg de ingewanden niet uit te nemen, maar de visch eenvoudig geopend naar Prof. BRUGMANS te brengen. ESSING de zoon, die op 't oogenblik nog in leven is en hetzelfde bedrijf als zijn vader uitoefent, verklaarde, den visch in der tijd gezien, doch het geval later nooit meer ontmoet te hebben, eene uitspraak die de hooge zeldzaamheid der anomalie bewijst, daar de man sedert 1807 per jaar gemiddeld 25,000 baarzen geopend en toebereid heeft.

Gelijk in den catalogus beschreven staat, is de baars aan de regterzijde geopend, zoodat de buikorganen een goed overzigt leveren. De hom (zie de bijgevoegde plaat *a*) zoowel als de kuit (*b*) zijn enkelvoudig, en stellen twee onregelmatige

*) Zie ook *Ephem. Nat. Curios.* Dec. I, Ann. I, Obs. 125, waar gemeld wordt, dat: „Doctor WILHELMUS WORM ex Norvegia nuper accepit Asellum hermaphroditicum, cui et ova et lactes insunt." Verder worden opgegeven PIPPING, *Vetensk. Akad. nya Handl.* (1800) Bnd XXI. S. 33. tab. 1, fig. 1, en DUHAMEL, *Traité des Poissons.* Part. II, p. 130, welke werken ik echter niet heb kunnen raadplegen.

†) Zie SANDIFORT, *Museum Anatomicum Lugduno-Batavum.* Tom. III. p. 31.

eivormige ligchamen voor, die met het stompere, min of meer afgeplatte einde tegen elkander aangedrukt zijn. De hom met eene grootste lengte van 2.8 Cm. en eene grootste breedte of dikte van 1.5 Cm. ligt voor en een weinig naar links, de kuit met eene grootste lengte van 4 Cm. en eene grootste breedte of dikte van 2.3 Cm. ligt achter en een weinig naar regts. Gezamenlijk vullen zij het grootste gedeelte der buikholte op en laten naar voren en beneden eene geringere ruimte over voor het darmkanaal (*c*) en de zeer goed herkenbare lever. Boven hom en kuit liggen de nieren, die als gewoonlijk tegen de wervelkolom zijn aangedrukt. Beneden worden de geslachtsdeelen begrensd door den regten darm (*d*).

De eijeren in het ovarium zijn zeer goed kenbaar, zelfs met het bloote oog, van spermatozoïden daarentegen vinden wij in 't orgaan, 'tgeen als testis beschreven werd, niets, zoodat er gegronde twijfel kon geopperd worden of wij hier werkelijk met een testis te doen hebben. Men moet echter bedenken, dat het praeparaat meer dan 50 jaar op spiritus heeft gestaan en er dus al zeer weinig kans bestond, het karakteristieke element van het zaad terug te vinden. Doch bovendien is het uitwendige voorkomen zoo geheel en al dat van gewone hom, dat eene vergissing niet wel mogelijk is. Het eenige orgaan, waarmede die vergissing zou hebben kunnen plaats vinden is de lever, doch de kleur dezer laatste klier is ligt bruin, terwijl de hom een roomwit voorkomen heeft, eigenschappen, die aan ons preparaat nog duidelijk waren op te merken.

Aan de buikzijde van het dier worden drie openingen aangetroffen, een voor den regter darm, die vóór ligt, daarop de monding van den oviductus en het meest naar achteren de opening der urethra. Hoe het zaad zich naar buiten heeft moeten ontlasten, liet zich aan ons praeparaat tot ons leedwezen niet meer aantoonen, daar de dieper ge-

legen organen der buikholte in verweekten toestand verkeerden en dus van het vermoedelijke vas deferens niets meer viel te ontdekken. Het is echter waarschijnlijk, dat dit aanwezig is geweest en dat het zich in de pisbuis ontlast heeft.

Wij eindigen hiermede de korte beschrijving van onzen baars, die uit den aard der zaak onvolledig moest uitvallen. Doch ofschoon het onwraakbare bewijs ontbreekt, houden wij en met ons allen die het preparaat onbevooroordeeld onderzochten, den visch voor een echten hermaphrodiet.

Een vierde voorbeeld van tweeslachtigheid in de classe der visschen wordt ons medegedeeld door J. H. STARCK *), die ons verhaalt hoe te Koningsberg bij gelegenheid van een maaltijd, die door den Rector HOYNOW gegeven werd, een Melanurus †) op tafel kwam, die aan de eene zijde hommer, aan de andere zijde kuiter was.

Eindelijk vermelden wij nog dat het eenzijdige hermaphroditismus volgens de uitspraak van PALLAS §) werd gezien bij den Steur (met name Acipenser huso), van RÉAUMUR **) bij den snoek (Esox lucius) en van MARCHANT ††) bij de Wijting (Gadus merlangus) §§).

---

*) *Observatio* CIX. *De Pisce hermaphrodita* in *Ephem. Acad. Caes. Leopold.* Dec. III. Ann. VII et VIII. p. 190. Uitgegeven in 1702.

†) Welke visch hier bedoeld wordt is mij niet duidelijk. Wel bestaat er een geslacht Melanura AGASS. van de Familie der Erythrinoïden, doch dat behoort te huis in de zoete wateren van Noord-Amerika en kan natuurlijk niet het hier bedoelde zijn. Waarschijnlijk zullen de vischkenners te Koningsberg ons op den weg kunnen helpen, welken naam die Melanurus (zwartstaart) thans in de wetenschap draagt.

§) *Voyages par plusieurs provinces de l'Empire de Russie.* Paris. An 11. Tom. III. p. 448.

**) *Mémoires de l'Acad. d. Sc.* 1737. p. 51.

††) Ibidem.

§§) De opgave van SIMPSON, te vinden in TODD's *Cyclopaedia*, Art.

Bij onze twijfelachtige kennis over het voorkomen van werkelijke hermaphrodieten (d. i. van wezens, waarin en testis en ovarium voorhanden zijn) bij de hoogere dieren, zijn wij stellig door het onderzoek van DUFOSSÉ een belangrijke schrede voorwaarts gegaan. Bij de zoogdieren, de vogels, de reptilien moge het ware hermaphroditismus nog steeds eene onbewezene zaak zijn, onder de visschen stellen tegenwoordig de Serrani der Middellandsche Zee normale hermaphrodieten voor, terwijl aan den anderen kant de Gadus morrhua en merlangus, Cyprinus carpio, Perca fluviatilis, Melanurus, Acipenser huso en Esox lucius een bij uitzondering voorkomende tweeslachtigheid vertoonen. Waarschijnlijk is het, dat in de literatuur meer gevallen van abnormaal hermaphroditismus beschreven zijn, dan wij hier boven opgaven, waarschijnlijk zullen latere onderzoekingen, nu het feit eenmaal geconstateerd is, andere visschen aan het licht brengen, waarbij het insgelijks voorkomt en te wenschen is het dan, dat het onderzoek vollediger kan geschieden, dan tot dusverre mogelijk was.

Nu echter reeds mogen wij op een bepaald verschil tusschen het normaal en abnormaal hermaphroditismus in de classe der visschen wijzen. Het is namelijk uit de onderzoekingen van DUFOSSÉ gebleken, dat de eijerstok bij de Serrani geregeld een dubbel orgaan voorstelt en dat aan weerszijden op regelmatige wijze eene testis voorkomt. Met andere woorden en om onze bedoeling beter uit te drukken, men kan de voortplantingsorganen door een sagittaalvlak in eene regter en eene linker helft deelen en wij zullen bemerken, dat er volkomene symmetrie der geslachtsdeelen heerscht. De testis bij de Serrani is bovendien, gelijk

---

Hermaphroditismus, als zoude ook Salmo tweeslachtig voorkomen, is onjuist.

hierboven vermeld werd, een orgaan 'twelk tusschen de rokken van den eijerstok ligt opgesloten, en in de derde plaats mogen wij vermoeden, dat hier de primitieve kiemklier, die gewoonlijk of testis of ovarium wordt, zich aan beide zijden centraal omzet in ovarium, oppervlakkig in testis, dus tot beide ontwikkelt.

Geheel anders verhoudt zich de zaak bij het abnormaal hermaphroditismus. De symmetrie is hier verbroken. Ovarium en testis zijn zoodanig geplaatst, dat een sagittaalvlak door het dier gelegd de regterzijde der voortplantingsorganen geheel anders doet uitvallen dan de linker. Of het hermaphroditisme is eenzijdig, gelijk bij den karper, of men vindt aan de eene zijde de eijerstok, aan de andere de hom (kabeljaauw, Melanurus), of wanneer de voortplantingsorganen gelijk bij onzen baars vòòr elkander geplaatst zijn, dan geschiedt zulks toch zoo, dat het eene orgaan meer regts, het andere meer links ligt. De verhouding tusschen hom en kuit is bij het abnormaal hermaphroditisme ook eene geheel andere dan bij de Serrani; terwijl toch bij deze laatste de testis zich ontwikkelt tusschen de rokken van het ovarium, zien wij in de abnormale formatie elk orgaan voor zich ontwikkeld. Alleen bij den karper zag ECKER in één geval behalve eene groote hom eenige kleine hommetjes in het stroma van het ovarium, waarbij dus de mogelijkheid bestaat, dat een gering gedeelte, even als bij de Serrani, tusschen de rokken van den eijerstok genesteld was. In de derde plaats schijnt de ontwikkeling van het abnormale hermaphroditisme anders te geschieden, dan van het normale. Het is toch meer dan waarschijnlijk, dat bij het abnormale de oorspronkelijk dubbele kiemklier zich zoodanig omzet, dat de eene helft hom, de andere helft kuit (hoogstens hom en kuit zoo als bij den karper) wordt, terwijl wij bij de Serrani het vermoeden uitspraken, dat de regter en linker kiemklier

elk voor zich aanleiding gaven tot het ontstaan van het normale hermaphroditismus.

Uit het verhandelde mogen zij, naar het ons voorkomt, het volgende besluit trekken:

1°. Er bestaat naast het normale hermaphroditismus, gelijk dat voorkomt bij de zeebaarzen der Middellandsche Zee, een abnormaal hermaphroditisme, 'tgeen tot dusverre werd aangetroffen bij den karper, kabeljaauw, baars, Melanurus, steur, snoek en wijting.

2°. Deze twee soorten van waar hermaphroditismus verschillen echter in zooverre, als

a) het normale symmetrisch en tweezijdig is, bij hetzelve de hom zich ontwikkelt tusschen de rokken van de kuit en elke helft van de primitieve dubbele kiemklier zich omzet tot beide organen,

b) het abnormale asymmetrisch en hoogstens eenzijdig is, bij hetzelve hom en kuit afzonderlijke ligchamen vormen en beide helften der primitieve dubbele kiemklier zich regts en links nimmer ontwikkelen tot hom en kuit tegelijk.

VERKLARING DER PLAAT.

Afbeelding van een hermaphrodieten baars uit de Brugmansche verzameling van het Anatomische kabinet te Leiden. De visch is aan de regterzijde geopend en tot op ⅘ lineair verkleind voorgesteld.

a. Hom, *b*. kuit, *c*. darmkanaal, *d*. regte darm. De lever ligt verborgen deels achter de ingewanden, deels achter den nog voorhanden buikwand en is dus niet te zien in de teekening.



..aberg fec A J Wendel lith

MEDEDEELING

AANGAANDE EEN BLOEIJENDEN

PANDANUS SPURIUS RUMPH. ♀

UIT DEN

KRUIDTUIN TE AMSTERDAM.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Tusschen de jaren 1843 en 1845 ontving de Amsterdamsche Kruidtuin van den Heer TEIJSMAN, Hortulanus aan 's Lands plantentuin te Buitenzorg (Java), een Pandanus onder den naam van *Marquartia globosa* HASSK. Mijn voorganger, Prof. MIQUEL, beschreef deze plant in zijne *Analecta bot. indica* (II. p. 15. Amst., 1851) en later ook in zijne *Flora van Nederl. Indië* (III. p. 157. Amst., 1855) onder den titel van *Pandanus spurius* RUMPH., daar het hem nl. was voorgekomen — . en zoo ik meen te regt — dat de redenen, die HASSKARL hadden aangespoord om laatstgenoemde soort van 't geslacht *Pandanus* af te scheiden en tot een eigen geslacht te verheffen, den toets eener grondige kritiek niet konden weêrstaan.

Gedurende een tijdvak van 20 jaar (van 1843—1863) groeide ons exemplaar van *P. spurius* ongehinderd voort,

zonder evenwel ooit te bloeijen. In December 1862 echter scheen er eene verandering in 't leven der plant zich te zullen openbaren, daar er in haar midden (haar hart) meer zwelling te bespeuren was dan anders bij de ontwikkeling van een nieuwen bladerkegel plagt gezien te worden; en inderdaad, eenige weken later was het niet meer twijfelachtig, dat zij eene vrouwelijke bloemkolf had voortgebragt.

Daar de eenige plaat, welke van de vrouwelijke bloemkolf van *P. spurius* bestaat, die is van RUMPHIUS (*Herb. Amboin.* IV. Tab. 75), en deze niet alleen te wenschen overlaat, maar zelfs slecht genoemd kan worden, zoo besloot ik, de gelegenheid, die mij werd aangeboden om van die kolf eene betere afbeelding te doen vervaardigen, niet ongebruikt te laten voorbijgaan, en droeg ik den Heer MIECHIELSEN te Rotterdam op, mij in dit opzigt behulpzaam te zijn. Ik ben dan ook thans in het bezit van 3 platen, waarvan de eerste de naar de natuur gekleurde vrouwelijke bloemkolf van *P. spurius*, de tweede — eveneens gekleurde — een gedeelte van een volwassen blad van dezelfde plant voorstelt, van voren en van achteren gezien, terwijl eindelijk op de derde de folia floralia of spathae, welke den bloemstengel bedekten, in omtrek zijn afgebeeld. Ik hoop deze platen weldra elders het licht te doen zien.

Daar in de beschrijving, welke de Hr. MIQUEL van het exemplaar van *P. spurius* uit den Amsterd. Kruidtuin in zijne *Analecta bot. indica* gaf, alleen van de bladen, en dan nog wel op zeer beknopte wijze, gesproken werd — wat niet te verwonderen was, omdat de S. vooreerst over vruchtdragende gedroogde specimina van Buitenzorg te beschikken had, en het bovenbedoelde exemplaar, als nog te jong, weinig meer te beschrijven aanbood — zoo acht ik het niet ongepast, thans bij die plant iets langer te verwijlen, en al wat zij mij belangrijks aanbood hier te vermelden.

Het exemplaar dan van *P. spurius*, 't welk onlangs in onzen kruidtuin eene vrouwelijke bloemkolf voortbragt, heeft een stam van 62 centim. hoog en 6 à 7 centim. middellijn. Op eene hoogte van 48 centim. boven den grond komt uit dien stam een tak voort van 8 centim. lang en 5 centim. middellijn. Beiden, stam en tak, dragen eene fraaije bladerkroon. De beide bladerkroonen verschillen niet van elkander, noch in vlucht, noch in talrijkheid of wasdom der bladen. Zoo als gewoonlijk, vindt men aan de oppervlakte van stam en tak beiden talrijke, op- en neêrgebogene, likteekenen van afgevallen bladen, knoppen van niet tot outwikkeling gekomen luchtwortels, en — in den oksel van ieder likteeken — een zeer kleinen onontwikkelden bladknop. Naar onder draagt de stam 3 à 4 kransen van 12—14 centim. lange luchtwortels, die allen tot in den grond nêerhangen en waarvan de buitenste dikker zijn dan de binnenste.

De bladen, in drie regts gewonden spiralen aan den top des stams gezeten, zijn 1.20 m. lang en 6 centim. breed, en komen met de reeds door den Hr. MIQUEL gegeven — naar levende en gedroogde exemplaren ontworpen — beschrijving zoo naauwkeurig overeen, dat ik daaraan niets verder heb toe te voegen.

De éénige bloemkolf, die aan het uiteinde des stams werd voortgebragt, en p.m. twee maanden aan de plant bevestigd geweest was, toen ik haar afsneed (6 Feb.), heeft een stomp driekanten steel van 2 decim., gehuld in een twaalftal folia floralia of bloemscheeden, waarvan de onderste bijna geheel met gewone stengelbladen overeenkomen en alleen korter zijn, de hoogere daarentegen zich door een teerder weefsel, eene bleekere kleur en een ongewonen vorm onderscheiden. De hoogere bloemscheeden zijn veel digter op elkaâr gedrongen dan de lagere, zoo zelfs, dat er tusschen de beide allerhoogste niet meer

ruimte dan van 2 millim. overblijft. De lengte en breedte der hoogste 9 spathae zijn in onderstaande tabel opgeteekend.

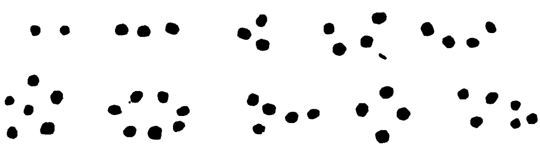
N°. 1	(hoogste sp.)	lang	13	centim.	breed	2	centim.
2		"	16	—	"	3	—
3		"	19	—	"	32	millim.
4		"	24	—	"	4	centim.
5		"	25	—	"	$4\frac{1}{2}$	—
6		"	27	—	"	5	—
7		"	32	—	"	$5\frac{1}{2}$	—
8		"	46	—	"	$5\frac{1}{2}$	—
9		"	54	—	"	6	—

Alle spathae loopen naar haar top plotseling in eene zeer smalle, naar boven toegevouwen en daardoor kielvormige punt uit. Van onder naar boven neemt de lengte van dat smalle gedeelte snel en sterk af, zoodat de hoogste spatha daarvan nog slechts een spoor vertoont. Ook dient te worden vermeld, dat de lagere spathae eene langwerpig-lancetvormige, de hoogere meer eene zuiver langwerpige gedaante (de snavelvormige top niet medegerekend) vertoonen. De voorste helft van alle spathae is langs de randen en aan de achterzijde langs de hoofdnerf met fijne roode, naar voren gerigte, stekeltjes bezet.

De dikte van den bleekgelen bloemsteel neemt van onder naar boven toe, en bedraagt aan de beide uiteinden 2 en $3\frac{1}{2}$, en daartusschen $2\frac{1}{2}$ en 3 centim.

De bloemkolf zelve is 6 centim. lang bij 5 centim. in middellijn, en geheel met helder groene, tot zoogenaamde phalanges vereenigde, stampers overdekt. De secundaire spiralen, waarin deze phalanges geplaatst zijn, zijn zeer onduidelijk, en de hoek van divergentie is daardoor niet te bepalen. De phalanges zijn aan den voet der kolf meer

ontwikkeld en donkerder van kleur dan hooger; voor het overige zeer verschillend van vorm en uitgebreidheid, maar, over 't algemeen, tot den pyramidalen vorm terug te brengen. Het aantal onderdeelen van iedere phalanx wisselt af tusschen 2 en 7; en aan den stand der stempels, zie hieronder, is het duidelijk te zien, dat ook hare groepering geenszins overal dezelfde is.



Elke phalanx bestaat uit twee — vooral in jeugdigen toestand zeer duidelijk van elkaâr gescheiden helften, eene onder- en bovenhelft, waarvan gene onverdeeld is en den vorm heeft eener omgekeerde 2—7-zijdige pyramide, deze daarentegen uit 2—7 vrije onderdeelen bestaat, die elk in gedaante met eene regtstaande, meest vierzijdige, pyramide overeenkomen. Er is geen twijfel aan, dat de onderhelft van iedere phalanx als een eijerstok, de pyramidevormige verhevenheden der bovenhelft als stijlen beschouwd moeten worden — stijlen, die ieder in een vleeschkleurigen, fluweelachtigen, op de zuignap eens bloedzuigers gelijkenden stempel eindigen.

De (5 millim. lange) stijlen van iedere phalanx zijn elkander in jeugdigen toestand zeer sterk genaderd; later wijken zij uit elkaâr, en eindelijk nemen zij een opgerigten of zelfs eenigzins divergerenden stand aan. De stijlen worden, naar mate de eierstok, waarop zij gezeten zijn, in uitgebreidheid toeneemt, korter en korter, en verdwijnen eindelijk bijna geheel, zoodat hunne vroegere aanwezigheid nog slechts door zeer oppervlakkige verhevenheden verraden wordt, wier bruinachtige top ons de verdorde stempels te aanschouwen geeft.

Dwarse doorsneden, op verschillende hoogten aan een paar der grootste ovaria ontleend, vertoonen niets dan eene vleezige massa. Ook met de loupe zijn daarin noch hokjes noch eitjes te zien. Eerst onder het mikroskoop wordt het mogelijk, de eersten te ontdekken; zij zijn echter — hoewel even talrijk als de stempels — zeer sterk zaamgevallen, en, voor zoover ik mij daarvan overtuigen kan, ledig.

Ten einde te doen uitkomen, welke vorderingen de groei der bladen van ons exemplaar van *P. spurius* sedert 1843 maakte, en welke groote overeenstemming dat exemplaar, zoo als het zich thans voordoet, heeft met de gedroogde Javaansche voorwerpen, door den Hr. MIQUEL onderzocht, laat ik hieronder eene vergelijkende tabel volgen van de afmetingen van verschillende organen, zoo als die door laatstgenoemden Schrijver en door mij zelven gevonden werden.

Lengte der bladen van den P. spurius uit den Amsterdamschen kruidtuin.	
	in 1851 .... 0.487 — 0.650 meters (MIQUEL).
	in 1868 .... 1.20 " (OUDEMANS)

Organen.	Javaansche gedroogde exempl.	Exempl. uit den Amsterdamschen Hortus.
	meters	meters
Hoogte van den stam . . .	?	0.62
Dikte " " " . . .	?	0.07
Lengte der bladen	0.81—0.98	1.20
Breedte " "	0.04—0.08	0.06
Lengte van den bloemsteel.	0.21—0.27	0.16
Dikte " " "	0.013	0.02—0.035
Lengte der hoogste spathae	0.110—0.160	0.130—0.160
Breedte " " "	?	0.020—0.030
Lengte der bloeikolf . . .	?	0.060
Middellijn " " . . .	0.040—0.080	0.050
Lengte der ovaria	0.011—0.016	?
Lengte der stijlen	?	0.005

Men ziet uit deze getallen, dat het verschil in afmetingen van de voornaamste organen der Javaansche (gedroogde) exemplaren, zoo als die door den Heer MIQUEL, en van het levend exemplaar, zoo als het door mij werd waargenomen, al zeer gering is; eene bijzonderheid, waaruit schijnt te blijken, dat wij beiden volwassen exemplaren onderzochten. *Onze* bladen waren een paar palm langer, zonder twijfel omdat zij tot de allerbuitenste der spiraal behoorden; voor de gemiddelde breedte dier organen vonden wij echter beiden hetzelfde getal. Het verschil in lengte der bloemstelen kan daaruit verklaard worden, dat de eene steel iets dieper werd uitgesneden dan de andere. Dat de gedroogde bloemsteel minder dik was dan de versche, kan ons, met het oog op de vleezigheid van dat orgaan, niet verwonderen.

Zoo als ik reeds vroeger mededeelde, deed ik de bloemkolf afsnijden terwijl zij nog volkomen groen was, d. i. dus vóórdat zij haar vollen wasdom bereikt had. Met het oog hierop, kan het ons niet bevreemden, dat hare grootste middellijn niet meer dan 6 centim. bedroeg. Het is meer dan waarschijnlijk, dat zij, bijaldien hare ontwikkeling niet gestoord ware geworden, tot denzelfden omvang als de rijpe Javaansche exemplaren ware uitgedijd.

Evenmin als er, afgaande op de zeer oppervlakkige gegevens van HASSKARL (*Regensb. Flora*, 1842. *Beibl.* II. 14; *Catal. Horti Bogor.* p. 61), aanleiding kan bestaan om *P. spurius* tot een nieuw geslacht — *Marquartia* — te verheffen, evenmin kan er sprake van wezen om de genoemde soort te rangschikken onder de geslachten *Doornia* of *Rykia*, nog niet lang geleden door DE VRIESE opgesteld (*Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad. v. Wetensch.*, 1854; *Tuinbouw-Flora*, I. p. 161). *Doornia* toch heeft zamengestelde (vertakte) vrouwelijke bloemkolven, terwijl bij *P. spurius* altijd eene onvertakte kolf aan den top van

den bloemsteel gevonden wordt, en bij *Rykia* vindt men de ovaria allen op zich zelven staande en niet tot phalanges vergroeid, terwijl bij *onze* soort wel degelijk van die phalanges worden aangetroffen.

Meer heb ik aangaande onze plant niet mede te deelen, en ik besluit dus met het geven van hare beschrijving in de Latijnsche taal, overtuigd, dat het voor toekomstige Monographen van de familie der Pandaneeën zijn nut kan hebben, meer dan ééne of een paar waarnemingen aangaande de onderwerpelijke, tot heden in de Europesche kruidtuinen zeer schaars voorkomende, soort te kunnen raadplegen.

Pandanus spurius RUMPH. (Marquartia globosa HASSK. l. c.; Hasskarlia globosa Walp. Ann. bot. Syst. I. 753).

Caudex 62 centim. altus, 6—7 centim. crassis, basi radicibus aëreis teretibus digitum et infra crassus, 12—14 centim. longis, verticilla 3—4 approximata formantibus, verticalibus suffultus, erectus, ad altitudinem 48 centim. ramum emittens longitudine 8 centim. diametro vero 5 centim. adaequantem, e foliorum delapsorum cicatricibus horizontalibus sinuatis angustis dense transverse striatus, verrucis brevibus transverse subseriatis pro radicibus aereis inevolutis habendis tectus, praeterea gemmae abortivae cicatrice parvula, supra quamvis cicatricem folii notatus. *Rami* superficies illi caudicis similis. *Folia* in spiras 3 dextrorsas dense disposita, plus quam semiamplexicaulia, erecto-patula, e latiore basi longe-lanceolato-linearia, paginâ superiore glaucescentia, paginâ inferiore glauca, pulchre striata (striis nempe pallidis cum obscurioribus alternantibus), 1.20 metr. longa, supra basin ad medium 6 centim. lata, in acumen tenue acute-trigonum desinentia, antice, lateribus convergentibus, canaliculata, dorso acute carinata, in marginibus carinâque aculeis rubellis suberectis vel fuscis antrorsum directis, $1\frac{1}{2}$—2 millim. longis, 5 millim. vulgo distantibus, apicem

versus densioribus et minoribus instructa, carinâ inde a basi ad $\frac{1}{4}$—$\frac{3}{4}$ altitudinis inermi, superne aculeatâ.

Inflorescentia feminea terminalis, simplex, *pedunculo* 16 centim. longo, obtuse trigono, basi 2 apice $3\frac{1}{2}$ centim. crasso, pallidissime stramineo, foliis brevioribus suffulto et variis *spathis* apicem pedunculi versus confertioribus imbricatis tecto. *Spathae inferiores* magis foliaceae, neque formâ a foliis caulinis desciscentes, 32—54 centim. longae, $5\frac{1}{2}$—6 centim. latae; *mediae* pallidiores imo lutescentes, magis membranaceae, oblongo-lanceolatae, in acumen mediocre attenuatae, 19—27 centim. longae, 32 millim. ad 5 decim. latae; *supremae* decoloratae, tenuissimae, hyalinae, oblongae, brevissime acuminatae, 13—16 centim. longae, 2—3 centim. latae. *Spadix* oblongo-globosus, sub anthesi 6 centim. longus, 5 centim. latus, laete viridis, ovariis numerosissimis, densissimis, spiraliter dispositis, 3^{nis}—7^{nis} in phalanges connatis, obtectus. *Phalangium pars dimidia inferior* obverse-pyramidalis, 3—7-angulata, angulis acutis, faciebus inaequalibus, interne obscure 3—7-locularis, loculis nempe valde compressis, non nisi microscopii ope detegendis, vacuis (?); *pars superior* pro aetate phalangium diversa: in junioribus nempe e rostris (stylis) 3—7 pyramidalibus conniventibus 5 millim. longis, in iis mediae aetatis e processubus erectis vel p. m. divergentibus $2\frac{1}{2}$ millim. longis formata; in adultioribus applanato-pyramidalis, subtruncata, ex areis quasi polyedricis, lateribus suis contiguis, p. m. elevatis composita. *Stigma* in quovis stylo unicum (in phalangium apice 3na ad 7na), terminale, semilunare, medio magis elevatum, versus latera humilius, pallide carneum, deinde fusco colore tinctum.

Floruit specimen in Horto Botanico Amstelaedamensi hyeme a^{i} 1862—63, postquam par 20 annos sterile in caldario steterit. A Horto Bot. Bogoriensi nempe in nostrum hortum inter a. 1843 et 1845 introductum fuit.

OPMERKINGEN

OVER EENIGE

PLANTAARDIGE GENEESMIDDELEN UIT JAVA,

DOOR

H. C. VAN HALL.

I.

Voor eenigen tijd had ik het genoegen van eenen voormaligen leerling der Hoogeschool te Groningen, Dr. J. EINTHOVEN te Samarang, eene belangrijke verzameling geneesmiddelen uit het plantenrijk, op Java in gebruik, afgezonden 10 Januarij 1862, te ontvangen met onderscheidene aanteekeningen hierover, uit berigten van inlandsche *doekoens* (geneesheeren) hem medegedeeld door den Heer H. R. GOETHART te Samarang. De netheid en duidelijkheid dezer verzameling gaven mij aanleiding tot de hieronder volgende opmerkingen, waarbij ik echter niet *alle* de mij gezondene plantaardige geneesmiddelen tot onderwerp heb gekozen, daar ik meende enkele al te bekende te moeten overslaan, als ook eenige, waaromtrent nog het een en ander over de herkomst of den juisten naam dezer gewassen mij nog duister was en ik dit dus liever tot een nader, naauwkeurig onderzoek wilde besparen.

De welwillende zenders dezer belangrijke verzameling

ontvangen mijnen dank voor de gelegenheid, waarin zij mij tot dit onderzoek gesteld hebben. Nadere opgaven en bijvoegselen zullen mij steeds aangenaam zijn, ook als ik welligt het een en ander mogt hebben opgegeven, dat tot eene teregtwijzing van hunne zijde aanleiding mogt hebben gegegeven, opdat zoo door medewerking van praktische waarnemingen op de plaats zelve en de nadere beschouwing dezer zaken hier, uit een wetenschappelijk oogpunt, de zoo belangrijke en voor de Europeesche geneesmiddelleer meer en meer gewigtige kennis der Javaansche geneesmiddelen, waaronder die uit het plantenrijk verreweg de eerste plaats innemen, meer en meer tot volledigheid kome!

Ik zal, ongeveer naar de orde der natuurlijke planten-familiën volgens DECANDOLLE, thans een gedeelte der mij gezondene planten nagaan, daarbij ook gebruik makende van enkele daaromtrent in het licht gegevene stukken, inzonderheid die van de Heeren C. NORTIER AZN. en H. KLOETE NORTIER, geplaatst in het *Tijdschrift voor wetenschappelijke Pharmacie* 1860, bl. 1—16 en 1861, bl. 1—6.

ANONACEAE. Uit deze familie is mij toegezonden:

N°. 99*). *Minjak Kananga* of *Kananga-olie*, zijnde *Kananga* de Maleische naam van *Cananga odorata* HOOK. en MIQUEL, *Flora van Ned. Ind.*, I. 2. bl. 40; *Unona odorata* DUN. en DC. *prodr.* I, p. 90, dat is *Uvaria odorata* LAMARCK en BLUME, *Fl. Javae. Anonaceae*, p. 29—31, tab. IX en XIV B.

Onder den naam *minjak* wordt steeds eene vette olie of *balsem* verstaan. De kanangaboom wordt, volgens RUMPH., *Amb.*, II. p. 196, en BLUME, op Java en andere Oost-Indische eilanden en in vele streken van het vaste land van Azië veel in de tuinen en bij de huizen aangekweekt wegens de aangename geur der bloemen, die ook bij kleederen ge-

*) De inlandsche namen en daarbij behoorende nommers zijn die, onder welke ik de voorwerpen ontvangen heb.

legd of in het haar der vrouwen gestoken worden, daar deze bloemen, volgens RUMPH, drie dagen lang haar aangename geur behouden.

Deze olie wordt gebruikt tot bereiding eener zalf, waarmede men het ligchaam der koortslijders inwrijft. — *Kallak* of *Kananga aroy* is, volgens HASSKARL, *Aanteekeningen over het nut door de bewoners van Java aan eenige planten van dat eiland toegeschreven*, Amsterdam 1845, bl. 61, de *Artabotrys intermedius* HASSK., waartoe de Heeren NORTIER t. a. pl. 1861, bl. 5—6, ook deze *Minjak kenangan* (of *kanangan*; want de klinkers worden in het Maleisch vaak verwisseld) brengen; hetgeen mij echter minder aannemelijk voorkomt en strijdig met de berigten van RUMPH en BLUME t. a. pl. Onder de *Anonaceae* zijn overigens in de geslachten *Uvaria* en *Artabotrys* nog verscheidene andere boomen met geurige bloemen.

MENISPERMACEAE.

69. *Poetra Walie.* Volgens RUMPH, *Amb.*, V, p. 82, noemen de Javanen het *Putra Waly* en *Bratta Waly*. Het is *Cocculus crispus* DC. Pr. I, p. 97 ; — *C. verrucosus* WALLICH. *Tinospora crispa*, MIERS, MIQ. t. a. pl. I. 2. bl. 77—78.

Het wrattige op de steng, dat bij RUMPHIUS, Tab. 44, fig. 1, al te regelmatig is afgebeeld, is in onze exemplaren zeer in het oogvallend. Volgens RUMPH t. a. pl. is het sap van de steng uitermate bitter, waarom het door geen dier wordt aangeraakt. In de geneeskunde wordt het op Bali tegen buikpijn, koorts en geelzucht gebezigd. Waarschijnlijk is dit hetzelfde als de *Stipites Menispermi poerdoppo Wali* of *Andiwali* van F. A. C. WAITZ, *Praktische waarnemingen over eenige Javaansche geneesmiddelen*, Amsterdam, 1829 bl. 25—26 en 55, welke WAITZ tot eene hem onbekende soort van *Menispermum* brengt en in kracht met *Trifolium fibrinum* (*Menyanthes trifoliata*) vergelijkt. De Heeren NORTIER (1861, bl. 4) brengen de *poetrawalie*, onder den naam

van *Stipites Anamirtae* tot de *Anamirta Cocculus*, of de steng der gewone kokkelzaden, welke echter niet zulk een wrattige steng en een anderen Maleischen naam heeft.

Volgens onzen berigtgever, die de plant met regt tot *Cocculus crispus* brengt, worden deze *stipites* op Java gebruikt door vrouwen bij dysmennorhaea, en vooral ook bij tusschenpoozende koortsen, als ook bij de vischvangst; waarbij, zoo als men weet, ook de kokkelzaden, uit dezelfde natuurlijke familie afkomstig, ter bedwelming der visschen wel gebruikt worden.

FLACOURTIACEAE. Trib. PANGIEAE. (PANGIEAE BLUME).

2 en 13. *Poetjing* (de bast, 2) — *Kloewak* (de zaden, 13).

Pangi in het Maleisch, *Poetjoeng* in het Javaansch; *Pangium edule* REINW., MIQ. t. a. pl. I. 2. bl. 109.

Ic. Rumphia IV, tab. 178; RUMPH., *Amb.*, II. p. 182, tab. 59.

Volgens BLUME, *Rumphia*, IV. p. 19, hebben de schors, de bladen, de vruchten en het zaad van alle *Pangieae* zeer scherpe narkotische eigenschappen, waardoor de hersenzenuwen vooral aangedaan worden. Door weeking van schors en bladen worden deze eigenschappen aan het water medegedeeld en de visschen hierdoor bedwelmd. Door deze eigenschappen, welke aan de *Flacourtiaceae* en aanverwante familiën geenzins eigen zijn, en door de aanwezigheid van *squamae hypogynae*, die aan de bloembladen zijn tegenovergesteld, wordt deze geleerde versterkt in zijne opvatting van de *Pangieae* als eene afzonderlijke natuurlijke familie.

Het zaad, in water geweekt en geroosterd, geeft een onschadelijk en overvloedig voedsel. Dit geldt bepaaldelijk van *Pangium edule*, waarvan het zaad raauw zeer schadelijk is en duizeligheid en zenuwachtige aandoeningen te weeg brengt; inzonderheid het rondom de zaden gelegen moes en het vleesch der versche vrucht, die doodelijk zijn kan.

De voor visschen doodelijke werking, welke RUMPHIUS vermeldt, werd ook door den Hoogl. BLUME waargenomen, als ook de werking der fijngestooten bladen tot het dooden van insekten en het genezen van sommige herpetische kwalen. Schors en bladen hebben eene wormdrijvende kracht, waaromtrent men echter bij inwendig gebruik voorzigtig zijn moet. Uit de gedroogde zaden wordt door persing of uitkooking eene vette olie gewonnen, die tot bereiding van spijzen en als lampolie dient, hoewel zij een zeer scherpen rook verspreidt.

Deze berigten en die van HASSKARL, t. a. pl. bl. 101, die de plant met den Sundaschen naam *pitjoeng* noemt, worden bevestigd door die, nu uit Samarang ontvangen, in welke gemeld wordt, dat men deze groote zaden op alle *passars* (markten) te koop vindt aangeboden en dat zij voor den Javaan bijna eene levensbehoefte zijn. Voor zij gegeten kunnen worden, worden ze langen tijd in het water geweekt of onder warme asch gelegd. Hebben ze deze bewerking niet ondergaan, dan worden ze voor zeer vergiftig gehouden en doen vooral de hersenen sterk aan. Onbereid worden zij ook wel, even als de bast, bij de vischvangst gebezigd; de bast (*koelit*) wordt als wormmiddel aangewend, doch niet veel, wegens zijne narkotische eigenschappen. — De uit de zaden geperste roode lampolie kan, volgens HASSK. t. a. pl., niet gegeten worden. Ook op Sumatra wordt deze olie, *minjak samaun* aldaar geheeten, alleen voor de lampen gebruikt, volgens MIQUEL, *Flora N. I. Sumatra* bl. 89.

BUTTNERIACEAE.

22 en 42. *Djatti blanda* of *Djattie hollanda* NORTIER 1860, bl. 12. — *Guazuma tomentosa* HUMB. DC. Pr. I p. 485. MIQ., I. 2. p. 485.

Zoo als de naam *djatti hollanda* ook aanduidt, is zij oorspronkelijk door Nederlanders ingevoerd en wel uit Zuid-Amerika. Het is een op Java algemeen en veelvuldig aan-

geplante boom. Een afkooksel van den bast (*koelit* 22) wordt door de inlanders bij syphilitischen uitslag somtijds gebruikt; alsmede tegen *herpes* en *lepra*. Zoo ook de wortel (*akkar djatti blanda* 42).

AURANTIACEAE.

19. *Madja. Aegle marmelos* CORR. DC. pr. I, p. 538; MIQ., I. 2. p. 526.

Afb. RUMPH., *Amb.*, I. p. 127, tab. 81 (*Bilacus*; niet *Bilanus*); ROXB. Corom. II, tab. 143.

De beschrijving van de kleur dezer schors verschilt bij RUMPHIUS een weinig; maar ROXBURGH t. a. pl. noemt ze teregt aschkleurig.

De Javanen gebruiken den bast bij gestoorde spijsvertering; de bladen als wormmiddel voor de paarden. Het veelvuldig gebruik, zegt onze berigtgever, dat men van dezen boom in Engelsch Indië maakt tegen diarrhee, chronische dysenterie enz. is op Java geheel onbekend.

MELIACEAE.

39. *Tjakratjikri* of *Kakerakikera*, NORTIER 1860, bl. 15. *Melia Azedarach* L., MIQ., I. 2. bl. 533.

„De soorten van het geslacht *Melia* zijn bitter, wormverdrijvend, in grootere giften vergiftig," MIQ., bl. 532.

Een aftreksel der bladen wordt bij tusschenpoozende koortsen gebruikt (Samarang). Ook schrijft men er wormdrijvende kracht aan toe. Volgens NORTIER t. a. pl. zijn het niet alleen de bladen (*dawon* of *daun*), die in gebruik zijn, maar ook de bast (*koelit*), welke laatste om zijne tonische eigenschappen wordt aangeprezen, vooral bij verzwakkenden doorloop, zonder neiging tot ontsteking. Het is deze bast, waarin PIDDINGTON (*Pharmac. Centralblatt* 1844, p. 365) een bitter smakend alkaloïde, *Azadirine*, als plaatsvervanger van kinine, heeft aangetoond. HORSFIELD (*Short Account of the medicinal Plants of Java*, in *Transactions of the Batavian Society*, Vol. VIII, Batavia 1816) noemt de

Melia Azedarach, volgens hem (p. 48) *Mindi* bij de Javanen genoemd en *Melia Azadirachta*, of de *Imbu*, onder de krachtigste *anthelmintica* van Java. De laatste is de *Azadirachta indica* van ADR. DE JUSSIEU en MIQ. t. a. pl. I. 2. p. 533, en volgens dezen *Mimbo* of *Kimbo* op Java geheeten; afgebeeld bij BURMAN, *Thes. Zeyl.* t. 15.

57. *Doekoe* (of *Langsep* MIQ.)

Lansium domesticum JACK; MIQ. I. 2. p. 545. RUMPH., *Amb.*, I. p. 151, tab. 54.

De welsmakende vrucht wordt op Java algemeen gegeten. De bittere zaden worden, 2 à 3 stuks, met water fijngewreven, tegen wormen en koorts aangewend.

6. *Soeren*. *Cedrela Toona* ROXB. *Corom.* III, tab. 238; MIQ., I. 2. p. 548. *Cedrela febrifuga* BLUME.

De bast met *djaai patsit* (gember?) vermengd in afkooksel bij koortsen, dysenterie en diarrhee. Zie verder RUMPHIUS, *Amb.*, II. p. 126, tab. 59; F. A. C. WAITZ, *Praktische waarnemingen over eenige Javaansche geneesmiddelen*. Amsterdam, 1829, in welk werk bl. 28—32 met hoogen lof van de geneeskrachtige eigenschappen van dezen bast gesproken en op bl. 56—57 de vorm, waarin men het kan voorschrijven, opgegeven wordt; eindelijk ook E. A. FORSTEN, *Diss. de Cedrela febrifuga*. L B., 1836.

Het hout van dezen boom is zacht en ligt en wordt voor kano's gebezigd. Voor bouwhout is het niet geschikt. Zie HASSKARL, t. a. pl. p. 111. Het heeft wel eenige overeenkomst met het West-Indisch zoogenaamd cederhout, afkomstig van *Cedrela odorata* L.

RHAMNACEAE.

21. *Bidara* (*Widoro* bij HORSFIELD). *Zizyphus Jujuba* LAM., MIQ., I. p. 644.

De schors van den wortel, met een weintg *putsiock*, *Pulaesari* en een gebraden ajuin gewreven en gedronken, geneest het pijnlijkste en bloedige pissen, RUMPHIUS, *Amb.*,

II. p. 118 (tab. 36). De vruchten worden gegeten. Zij zijn zoet en daarbij eenigzins wrang. Zie HASSKARL; NORTIER, 1860, bl. 13—14, welke laatste spreekt over het gebruik der bladen bij borstaandoeningen; terwijl de bast als tonisch middel, bij maagzwakte en ziekte der ingewanden zeer wordt aangeprezen. Volgens HORSFIELD, t. a. pl. p. 23, is zij niet krachtig van werking.

Onze berigtgever zond den bast (*koelit*) van den stam, niet van den wortel, en vermeldt zijn gebruik tegen dysenterie en in plaats van *Quassia;* ook dat de bast, tot poeder gebragt en met kokosolie vermengd, uitwendig bij jicht en rheumatisme gebruikt wordt en de bladen in verbinding met *poelassari* (zie later onder de *Apocynaceae*) tegen dysenterie; voorts dat de wortel mede voor geneeskrachtig gehouden en de vrucht gegeten wordt, zijnde aangenaam van smaak.

ANACARDIACEAE.

14. *Rengas* of *Mo-rhingas* of *Mhorungas.*

Gluta Benghas L. (de laatste naam waarschijnlijk door een schrijffout uit *Renghas* ontstaan); MIQ., I. 2. p. 624. *Stagmaria verniciflua* JACK.

Afb. BLUME, *Mus. bot.*, I. p. 182, fig. 39; RUMPH., *Amb.*, II. p. 259, tab. 86.

Groeit, volgens onze berigten, op het Moeriahgebergte in Japara. Het sap van dezen boom bezit in verschen toestand eene groote scherpte en veroorzaakt, op de huid gebragt, hevige ontsteking. De inlander durft dezen boom niet dan met een bedekt gezigt naderen, daar een kort vertoeven bij den boom genoegzaam is om het gelaat pijnlijk te doen opzwellen, welke zwelling ettelijke dagen aanhoudt. Het sap levert het genoeg bekend Chineesch vernis (waarover men ook zie RUMPHIUS t. a. pl.). De inlanders gebruiken den bast (*koelit*) bij onderdrukte menstruatie.

De naam *Runghas* of *Renghas* wordt, volgens BLUME, *Mus. bot.*, I. p. 187, ook gegeven aan *Semecarpus hetero-*

phylla BL., welke in de bosschen groeit op de bergen van Java, Sumatra enz., zoodat de herkomst van deze *Rengas* niet boven allen twijfel verheven is.

43. *Djamboe Monjet.*

Anacardium occidentale L. *β. indicum* DC. pr. II, p. 624; MIQ., I. 2. p. 624—625, uitmuntend afgebeeld bij GAERTNER, *de fruct.* I, tab. 40 fig. 2, minder bij RUMPH., *Amb.*, I. tab. 69. — Zij verschilt geheel van den door sommigen hiermede wel verwarden *Semecarpus Anacardium*, afgebeeld bij GAERTNER, t. a. pl. tab. 40, fig. 1. (*Anacardium officinale* GAERTNER).

Deze boom, welks *Amerikaansche* oorsprong onzeker is, schijnt thans vrij algemeen op Java voor te komen; volgens onzen berigtgever veel aan de hellingen der Moeriah van 2000 tot 3000 voeten hoogte. De vrucht (dat is de vleezige, zeer vergroote bloemsteel) wordt tegen maagpijn en onderbuiksaandoeningen gebruikt. De noot (dat is de eigentlijke vrucht) bevat tusschen hare twee schalen een zwart bijtend sap, waarvan de inlanders als blaartrekkend middel gebruik maken. Zie verder HASSKARL t. a. pl. bl. 33, en A. A. JORRITSMA, *Diss. de Anacardio.* Gron. 1850.

AMYRIDACEAE.

83. *Kanarie.*

Canarium commune L.; RUMPH., *Amb.*, II. tab. 47; BLUME, *Mus.*, I. p. 215; MIQ., I. 2. 643.

De noten worden algemeeen als amandelen gebruikt; de olie om te branden. Volgens WAITZ, t. a. pl. bl. 44, onderscheiden zich de kanarienoten, bij het gebruik, van onze zoete amandelen alleen door een eenigzins zoeteren smaak en doordat zij een weinig purgeeren. De overvloedige daarin bevatte olie is aan te bevelen in alle gevallen, waar het inwendig gebruik van verzachtende, ontspannende en omhullende geneesmiddelen vereischt wordt; inzonderheid bij ziekten van de piswerktuigen en het darmkanaal, bij

vergeving door scherpe plantenstoffen, Spaansche vliegen enz. en wel in eene emulsie van 10 drachmen kanariepitten met 8 oncen water (blz. 45).

LEGUMINOSAE.

38 en 84 *Saga.*

Abrus precatorius L.; MIQ., I. p. 159.

Afb. RUMPH., *Amb.*, V. p. 57, tab. 32.

De wortel (38) wordt, even als de bladen, bij verkoudheid en vooral bij spruw aangewend. De bestanddeelen van kruiden tegen de spruw zijn *daun* (bladen) van *kakikoeda*, *daun Saga, akkar* (wortel) *Saga,* Semboeng en eene Composita (*Bidens?*) vermengd met een weinig fenkelzaad. Dit stemt in de hoofdzaak overeen met een berigt, hetwelk ik reeds vóór verscheidene jaren, door de goedheid van den Heer DOUWES, nopens de op Java hooggeschatte werkzaamheid der *Saga* ontving. Volgens deze opgave neemt men:

Poelassari (dat is de bast van Alyxia *aromatica* REINW.) . . . . dr. i
Sagabladen . . . . dr. ii
Sem. Foeniculi . . . . dr. ii
Zoethout . . . . dr. iii

hetwelk te zamen gekookt wordt en als thee gedronken tegen spruw in de ingewanden.

De zaden der saga worden op palmwijn getrokken en bij epilepsie aangewend.

RUMPHIUS t. a. pl. verhaalt ons reeds, dat men de blaadjes op Amboina bijna even als ons zoethout gebruikt, vooral bij heeschheid en andere keelgebreken. Men kaauwt de blaadjes met *siripinang* (Areka-noten) of drinkt ze als thee getrokken. Tegen de spruw kookt men zoethoutwortel met de blaadjes der saga, in water, ter gorgeling. RUMPHIUS. Volgens HASSKARL, bl. 14, worden de bladen der saga met de hand gewreven en bij tand- of kiespijn de tanden of kiezen er mede gewreven. De wortel, zegt MIQUEL t. a. pl.,

wordt in verschillende landen als zoethout gebruikt en heeft, meer nog dan de bladen, eenen zoeten smaak.

85 *Plössoh. Plaso* of *Ploso.*

Butea frondosa ROXB ; MIQ. I. 285.

Afb. ROXB., *Corom.*, I. tab. 21; NEES VAN ESENBECK, *Off. Pflanze. Supplement.* Dusseldorf 1833, tab. 79.

Volgens het aangehaalde werk over de officineele planten en de beschrijving van ROXBURGH levert dit gewas op het vaste land van Indië eene soort van *gummi kino.* Dit schijnt ook op Java te geschieden en is mij uit Samarang toegezonden, onder den naam van *Plossoa (getah)*, welke daar in plaats van *kino* gebezigd wordt.

De Afrikaansche *gummi kino* schijnt afkomstig van een gewas uit deze zelfde afdeeling: *Pterocarpus senegalensis.*

50 en 65 *Toerie.*

Agati grandiflora DESV.; MIQ., I. p. 289.

Afb. RUMPH., *Amb.*, I. tab. 76 en 77.

Volgens de mij gezonden exemplaren worden zoowel de bladen als de bast aangewend. De laatste bij dysenterie en spruw in groote giften als braakmiddel; de bladen uitwendig bij schurft. De inlandsche vrouwen bezigen de gedroogde en fijngestampte schors bij haar blanketsel. De jonge peulen worden gegeten.

RUMPHIUS, t. a. pl. bl. 189—190, verhaalt, dat de groote witte bloemen met kokosmelk gekookt en als een moes gegeten worden, doch van een laffen smaak zijn; dat de jonge peulen met haar boontjes in stukken gesneden en gekookt gegeten worden; dat de bladen eene oplossende kracht hebben en met nut uitwendig op gestooten plekken gelegd worden; dat haar sap bij spruw als gorgeldrank gebezigd wordt enz.

HASSKARL (bl. 121) vermeldt ook, dat de bast, van schors bevrijd, gestampt en met water aangemengd, uitwendig op eene soort van groote schurft (*njerieh bolongan*) g

legd wordt en dat de afgekookte bloemen en jonge vruchten als groenten worden gegeten. Volgens NORTIER (1860, bl. 15) worden de blaadjes der *toerie* (niet *foerie*, zoo als wij daar, zeker door eene schrijffout, lezen; want *toerie* komt ook reeds bij RUMPHIUS voor) niet alleen door de inlanders, maar ook door vele Europeesche geneesheeren in aftreksel aangewend ter bedwinging van haemorrhagie, te rijkelijke menstruatie enz. Dit gebruik loopt dus nog al wat uiteen.

MIMOSACEAE (daaronder mede begrepen de *Moringeae* van R. BROWN):

73. ***Kellor*** (*bidjie kellor*).

Moringa pterygosperma GAERTN.; DC., *Pr.*, II. 478; MIQ., I. p. 350.

Afb. GAERTNER, *de fruct*, II. tab. 147; RUMPH., *Amb.*, I. tab. 74.

De olie uit de zaden werkt ontlasting bevorderend en wordt verder als *behen-* of *ben-*olie in den handel gebragt.

RUMPHIUS (t. a. pl. 186) deelt mede, dat de bladen en half rijpe vruchten als moeskruid gegeten worden; dat de wortel een scherpen smaak, als mierik, en eene voor zwangere vrouwen gevaarlijke sterk afdrijvende kracht heeft. Volgens HORSFIELD t. a. pl. p. 19—20 is de kracht van den wortel geheel aan die van mierik gelijk en wordt hij op Java ook uitwendig als roodmakend en blaartrekkend middel gebruikt.

68. ***Djenkol*** (of *Jenkol*).

Inga bigemina W.

Mimosa bigemina L.

Pithecolobium bigeminun MART.; MIQ., I. p. 32.

De vruchten worden als lekkernij algemeen gegeten, niettegenstaande den onaangenamen smaak en het ongemak bij het urineren dat ze veroorzaken.

De zaden, zegt HASSKARL, bl. 35, nog niet rijp zijnde,

worden afgekookt en gretig gegeten, hetwelk in het oog vallend is, daar zij niet lekker van smaak zijn en dikwijls bloedvinnen veroorzaken, als ook moeilijkheid bij het waterlozen; ja zelfs zulk eene ondervinding is niet genoegzaam om voor een herhaald gebruik dezer stinkboontjes te waarschuwen. De urine van iemand, die ze heeft gegeten, heeft eene bijzonder doordringende, sterke lucht, die zelfs dagen lang de plaatsen niet verlaat, waar zij is uitgegoten.

75. *Peteh.*

Parkia speciosa HASSK.; MIQ, I. p. 53.

Acacia gigantea NORONHA, *Bat Gen.*, V. bl. 68.

De rijpe pitten worden, geroost of gekookt, algemeen als toespijze gebruikt, niettegenstaande haar onaangenamen knoflookachtigen reuk. De jonge bladen en onrijpe pitten worden raauw of gekookt gegeten, volgens HASSKARL, bl. 100, die de *peteh*, welke op de bazars op Java verkocht wordt tot bovengenoemde *P. speciosa* brengt. Volgens MIQ. p. 52—54 geldt dezelfde naam *peté* in het Maleisch, *poetai* in het Sundasch en *goedé* in het Javaansch ook van *Parkia africana* R. BR., dat is *Inga biglobosa* W. en van de minder geachte *Parkia intermedia* HASSK.

COMBRETACEAE.

41 en 82. *Woedani.*

Quisqualis indica L.; DC., *Pr.*, III. p. 23.

Afb. RUMPH., *Amb.*, V. tab. 38; BURM., *Fl. Ind.*, tab. 25. fig. 2 et tab. 35, fig. 2.

De bladen worden als wormdrijvend middel bij kinderen toegediend. Zoo ook de vruchten, waarvan 3—4 tot dit oogmerk voldoende zijn.

RUMPHIUS (t. a. pl. p. 72—73) vermeldde reeds de wormdrijvende kracht der zaden, welke bij de Inlanders op Ambon in algemeen gebruik zijn, in plaats van wormzaad. Men neemt, zegt hij, 2—3 versche korrels, daar de groene

en radijsachtige smaak nog aan is of van de rijpe, die zoet zijn als hazelnoten, 5 stuks voor een kind, wrijft ze met water en geeft ze de kinderen 'sochtends te drinken; meest met zeer goed gevolg, hetwelk te verwonderlijker is, omdat men zelden wormmiddelen heeft van zulk een aangenamen smaak. HORSFIELD t. a. pl. p. 28 zegt, dat de zaden der *Oedani* of *Woedani* den naam dragen van *Chigau* en een krachtig anthelminticum zijn, hetwelk meermalen met goed gevolg gebruikt is, waar andere middelen mislukt waren.

MYRTACEAE.

93. *Glam, Gelam* of *Gelang*.

Melaleuca minor SM.; MIQ., I. p. 403.

Hiervan wordt alleen opgeteekend dat zij dient tot het breeuwen van schepen. RUMPH., *Amb.*, II. p. 74, verhaalt ook reeds, dat de drooge bast der *gelam* dient om in de voegen der vaartuigen te leggen.

CUCURBITACEAE.

27. *Papareh* of *pareh*.

Momordica Charantia L.; MIQ., I. p. 663.

Afb. COMMELIN, *Hort. Amst.*, I. tab. 54; RUMPH., *Amb.*, V, tab. 151.

De vruchten worden rijp en onrijp gegeten. Het sap der vruchten wordt gebezigd als bloedzuiverend en de zogafscheiding bevorderend middel. Ook worden zij bij gonorrhoea, verstoppingen en graveel aangewend. De vruchten, met olie overgoten, worden op brandwonden en bij ontvellingen aangewend. Hetzelfde berigt NORTIER (1860, bl. 14, die de plant ook *paria* noemt) van de *bladen*. Volgens HASSKARL t. a pl. p. 14 en NORTIER worden de in stoom gekookte *bladen* en de in stoom gekookte vruchten bij de rijst gegegeten en volgens RUMPHIUS, p. 411, zouden de gedroogde bladen, in plaats van hop, gebruikt worden in eene soort van bier, hetwelk van suiker bereid wordt en door deze

bladen eenen bitterachtigen smaak krijgt. Zie ook HORSFIELD t. a. pl. p. 28.

45. *Beloedroe* (of *baloedroe*).

Luffa Petola SERINGE; DC., *Pr.*, III. p. 383; MIQ., I. p. 667.

Afb. RUMPH., *Amb.*, V. tab. 147.

De nog groene vrucht wordt, bijna als komkommers, gegeten volgens het berigt van RUMPH., t. a. pl. p. 406. Volgens de door ons ontvangene mededeelingen worden de bladen der *beloedroe* uitwendig als pijnstillend en verdeelend middel gebezigd.

PAPAYACEAE, ontbrekende in den *Prodromus* van DE CANDOLLE, maar door ENDLICHER geplaatst in de nabijheid der *Cucurbitaceae* en *Loasaceae*.

52. *Papaya.*

Carica Papaya L. MIQ. I, p. 697—698.

Afb. RUMPH., *Amb.*, I, tab. 50—51; *Uitgezochte planten door* TREW en EHRET, Amsterdam, 1771, plaat 7.

Men gebruikt den wortel (*akkar*), het sap (*ketah* of *getah*) en het zaad (*bidjie* of *bidzie*). De wortel wordt door de Javanen bij urethro-blennorrhoea toegediend en is, in vereeniging met andere geneesmiddelen, bij ziekten der piswegen hoog geschat; bepaaldelijk ook, volgens HASSKARL, bl. 44—45, bij graveel en diergelijke ziekten, waarvoor men het water, waarin de wortel geweekt is, en de sappen van den stam bezigt. Volgens onzen berigtgever verkrijgt men door insnijding van de naar meloenen gelijkende onrijpe vruchten (GAERTNER, t. a. pl II. tab. 122) een sap, dat als een onfeilbaar wormmiddel in vereeniging met honig (ten einde maagontsteking voor te komen) gebruikt wordt, 2—3 malen een eijerlepel. Dit sap is wit, bitter, niet scherp van smaak, maar hoogst onaangenaam van reuk. Volgens VAUQUELIN bevat het eene groote hoeveelheid *albumen*, en ENDLICHER verhaalt, dat eenige druppen van dit sap, met

water vermengd, voldoende zijn om het vleesch van versch gedoode of zeer oude dieren binnen eenige minuten tijds zacht en week te maken. Tot hetzelfde doel wordt het vleesch ook wel in papayebladen gewikkeld. Eindelijk wordt het sap, met olie gemengd, door de Javanen tegen vele huidziekten aangewend.

De zaden hebben een scherpen op sterrekers (bitterkers) gelijkenden smaak en worden bij wormen en, met suiker gestampt, bij maagpijn gebruikt. Verg. NORTIER, t. a. pl. 1860, bl. 10—11.

De Papaye is van West-Indischen oorsprong, maar sedert lang in de Oost-Indiën ingevoerd, waar zij zeer algemeen gekweekt wordt, vooral in de nabijheid der woningen, om de overvloedige, eetbare vrucht. Onrijp dient ze veel tot konfituren en rijp wordt ze raauw gegeten. Volgens RUMPH. is deze vrucht op Ternate zoo algemeen, dat zij weinig in achting staat en veel tot voeding der varkens gebruikt wordt.

RUBIACEAE.

94. *Koedoe.*

De *akkar* (dat is *wortel*) *koedoe* dient in de verwerijen. Het is waarschijnlijk *Morinda citrifolia* L. MIQ., II. p. 242—243 of *Morinda tinctoria* ROXBURGH, ook *Benkoedoe* of *Tjangkoedoe* geheeten, en waarvan, volgens HASSKARL, bl. 117, en anderen, de schil van den wortel tot het roodverwen van kleedjes, garen enz. gebruikt wordt. — Volgens HORSFIELD, t. a. pl. p. 25, zijn de bladen van *Morinda citrifolia*, door de Javanen *pachi* genoemd, uitwendig aangewend, een goed adstringerend middel en, inwendig, een zacht diureticum.

31. *Kajoe taay.* (*Kajoe thaai* of *stinkhout.* NORTIER, 1860, bl. 14).

Saprosma arboreum BL.; DC., IV. p. 493; KORTHALS, *Overzigt der Magnoliaceae en Rubiaceae van de Neder-*

landsch-Oostindische koloniën, 1838, bl. 151—153; MIQ., II. p. 303.

Volgens KORTHALS t. a. pl. is het als *kitai* (*lignum stercorosum*) bekend en wegens zijn stank zelfs niet als brandhout te gebruiken. Het wordt, volgens onzen berigtgever, door de bewoners van Java menigvuldig aangewend. Het zoude de werkzaamheid van castoreum en valeriaanwortel in zich vereenigen. Ook als tinctuur wordt het soms door Europeesche doctoren gebezigd. WAITZ, t. a. pl. 20, heeft op dit *stinkhout* of *kajoe* (*kajoe* beteekent *hout*) *tai* reeds opmerkzaam gemaakt en noemt het een taai hout, van stroogele kleur (in onze exemplaren bruinachtig-stroogeel), welks reuk veel overeenkomst heeft met dien van menschelijke uitwerpselen. Het is te koop op de Javaansche marktplaatsen en verdient de aandacht der Europeesche geneesheeren in hooge mate. Zie verder WAITZ t. a. pl., bevestigd door NORTIER t. a. pl.

COMPOSITAE.

40. *Ayapanna* of *Pransman.*

Eupatorium Ayapana VENT.; DC., *Pr.,* V. p. 169; MIQ., II. p. 26—27.

De bladen (*daun*) zouden in werking veel met *flores Sambuci* overeenkomen en worden als zoodanig gebruikt. WAITZ, t. a. pl. bl. 11, toonde dit reeds aan, als mede de wijze van gebruik (bl. 52). De geur der bladen herinnert dien der tonkaboonen. HASSKARL, bl. 21, zegt, dat de jonge takken en bladen van de *Ayapana* of *djoekoet prasman,* ook *fransman,* als thee worden behandeld en bij hoofdpijn en ook als zweetdrijvend middel worden gebruikt. De bladen, fijngewreven zijnde, worden bij hoofdpijn op het voorhoofd gedaan en ook op wonden met wormen gelegd, waarna de wormen sterven en de wond zuiver wordt; welke laatste evenzoo voorkomt bij NORTIER, 1860, bl. 15.

60. *Loentas* of *Bloentas.*

Conyza indica BL.; MIQ., II. bl. 58—59.
Pluchea indica LESSING; DC., *Pr.*, V. p. 451.

Uitwendig worden de bladen in baden en warme stovingen aangewend; inwendig als thee tot een zweetdrijvend middel bij rheumatische ziekten enz. WAITZ, (bl. 13—14 en 52) zegt, dat de inlander op Java het kruid van deze heesterachtige plant, nog versch zijnde, veelal als een ingrediënt van verdeelende smeersels en kataplasmen en van zenuwversterkende fomentatiën bezigt, dat hij zelf het, als zoodanig, dikwijls met voordeel heeft aangewend en als een zenuwversterkend zamenstellend deel van badspecies kan aanbevelen. De bladen, zegt HASSKARL, hebben eene aangename aromatische geur en worden als thee gebruikt, hoofdzakelijk om te zweeten. Zoo ook NOBTIER, 1860, bl. 12. Het is de *Bolontas* of *Lontas, Baccharis indica* van HORSFIELD, t. a. pl. p. 17.

Over het gebruik van *Conyza balsamifera* L. (de *Samboong* of *Somboong* der Maleijers), zie men HORSFIELD, t. a. pl. p. 16—17, en WAITZ, t. a. pl. bl. 11 en 60.

OVER HET

BUITENGEWOON UITGROEIJEN

VAN DE

SNIJTANDEN BIJ VERSCHILLENDE KNAAGDIEREN.

DOOR

CLAAS MULDER.

In het Museum van Natuurlijke Historie en Vergelijkende Ontleedkunde der Akademie te Groningen, is de schedel bewaard van een gemeenen haas, met buitengewoon uitgegroeide snijtanden. Dit voorwerp, vergeleken met soortgelijke gevallen bij andere knaagdieren, komt mij belangrijk genoeg voor, om er de aandacht op te vestigen.

De Hoogleeraar TH. VAN SWINDEREN boekte in zijn 14de vervolg op den *Index Musei* (Gron. 1844), bl. 105, dat de bedoelde kop een geschenk is van Jhr. G. R. G. VAN SWINDEREN, toen Grietman van Gaasterland. Het uiterlijk aanzien van het voorwerp wekte bij mij het vermoeden, dat het in verminkten staat en ontbloot van zachte deelen zou gevonden zijn. Uit de inlichting echter, door Jkhr. VAN SWINDEREN mij welwillend gegeven, blijkt, dat de haas, in 1843, op zijne bezittingen te Rijs, in Friesland, werd geschoten en zich in een goed gevoeden toestand bevond. Een enkele blik op den schedel overtuigt, dat hij aan een kloeken haas heeft behoord. Dit te weten is niet onbelangrijk, omdat men bij de beschrijvingen van andere knaag-

dieren, die aan soortgelijke afwijking van den gewonen toestand leden, óf niets van hun staat vindt opgegeven, óf het vermoeden wordt uitgesproken, dat zij den hongersdood zouden gestorven zijn. De gelegenheid, om den verschen kop af te beelden en om een volledig ontleedkundig onderzoek des diers te bewerkstelligen, is in der tijd geheel en al verwaarloosd.

Fig. 1 stelt het voorwerp voor, zoo als het thans is. Een gedeelte van den schedel, misschien door het schot verbrijzeld, ontbreekt. Het gebeente mist den gewonen glans en is eenigzins poreus. De benedenkaak is in den toestand van rust voorgesteld; de geledingshoofdjes zijn juist in de geledingsvlakten van de slaapbeenderen geplaatst. De gewone naden, voor zoover zij aanwezig zijn, zijn normaal. De goed ontwikkelde kiezen leveren niets merkwaardigs op.

De voorste of groote snijtanden van de bovenkaak trekken terstond de aandacht door hunne lengte en kromming. Hunne voorvlakte is gegroefd, als in normalen staat, hunne breedte is de gewone. Zie fig. 2. Langs de bogt van deze vlakte gemeten is de lengte 34 mm. Het glazuur is gaaf, behalve op eene plek van den regter tand, nabij den kop. (Fig. 2 *c*, bij het sterretje.) De achtervlakte is eenigzins hol. De top is niet, als gewoonlijk, beitelvormig, maar bijna regt af en dan naar het voorvlak toe eenigzins afgesleten.

De tanden van de benedenkaak, van voren gezien, zijn, op gewone wijs, door een driekantige beenpunt gescheiden en convergeren (fig. 2 *g*). Rekent men bij dit convergerend gedeelte van elken tand nog 5 m.m., dan heeft men ongeveer de *gewone* lengte, waar de tanden van een' haas tegen elkander plegen aan te liggen. Het is te dezer plaatse, dat de tanden van ons voorwerp beginnen te divergeren, zich achterwaarts en bovenwaarts krommen, terwijl de toppen zich wat buitenwaarts rigten. Zie fig. 2 *tt'*.

De beide achterste of kleine snijtanden verschillen in lengte. De regter is 9 m.m., de linker 6 m.m. Zie fig. 1 en 3 *e* en *e'*, de gewone lengte is 3 m.m. De regter is een weinig gebogen en stuit met zijn top tegen de achtervlakte van zijn voortand, bij *t''*. Deze top is stomp en heeft een zwart middenpunt. De wrijving, die tusschen den kleinen en grooten tand, gedurende beider groei, moet plaats gegrepen hebben, openbaart zich in het gootvormige van de groote achtervlakte daar ter plaatse, terwijl het oudste of topgedeelte vlak is. Dit laat zich ligt verklaren, want toen evengenoemd gedeelte ontstond, was de toestand nog de normale. Het linker taudje is bijna regt en helt met zijn top naar het regter (fig. 1 en 3 *e'*). Het stuit tegen de binnenste zijvlakte van zijn voortand, heeft hierin een vrij diep gootje gevormd (fig. 3 bij *t'*) en tevens den ganschen tand eene meer buitenwaartsche rigting gegeven.

Wil men zich den toestand duidelijk voorstellen, dan bedenke men, dat de voorste knaagtanden vier vlakten hebben, met name de voor- en de achtervlakte, de binnen- en de buitenvlakte. Wij zullen later zien, dat zij in aard verschillen en dat dit opheldering geeft van de verschijnsels, waarover wij handelen.

In de benedenkaak is de regter snijtand uitgegroeid ter lengte van 45 m.m., langs de buitenbogt gemeten, fig. 1 *a*, terwijl hij nog 20 m.m., d. i. op normale wijze, in de tandkas steekt. De verdroogde overblijfsels van de zachte deelen waren in de holligheid en op den omtrek van laatstgenoemd gedeelte nog te zien. Binnen de tandkas wijkt de vorm niet van den gewonen af. De voorvlakte is even glad, doch aan den top smaller, dan gewoonlijk. De achtervlakte vertoont, tot ruim 10 m.m. buiten de tandkas, de gewone sleuf, doch daar begint de toestand abnormaal te worden. Aan het binnenvlak immers ziet men eene gootvormige diepte, waarin de linker tand gedeeltelijk en

op bijzondere wijze sluit. Deze goot is echter niet alleen ontstaan ten koste van de binnenvlakte, maar tevens van het achtervlak. Fig. 4 heldert dit op; *u* is de opening van het kiemhol, *f* de plaats, waar de tand buiten de kas komt, van *h* tot *i* strekt zich de goot uit, en men ziet, dat bij *k* de gewone sleuf, die het achtervlak steeds in tweeën scheidt, ophoudt, zoodat boven dit punt alléén de buitenvlakte continueert en zich verliest in den gladden, afgeronden top *z*. De goot is geelachtig en heeft een rimpeligen wand, als gevolg van den invloed van eene opvolgende inwerking. Ook aan de buitenvlakte heeft het bovenste gedeelte, ongeveer ter lengte van het gootje, glazuur verloren door eene of andere schuring. Het binnenvlak is daar evenmin volledig.

De linker onderste snijtand is tot 40 m.m. uitgegroeid en schuilt weinig minder diep, dan de regter, in zijn kas. Voorvlakte en top zijn normaal. De gewone sleuf aan den achterkant is, ter zelfde lengte als bij den regtertand, aanwezig, doch verder is de geheele achtervlakte en een gedeelte van het buitenvlak regelmatig afgesleten en glad. Het gootje, fig. 5 *kz*, is ondiep en geheel gevormd in de binnenvlakte, loopende bijna tot aan den top *).

Aanvankelijk zijn beide tanden gescheiden, doch weldra raken zij elkaar, fig. 6 bij *a*; daar begint de rand der voorvlakte van den regter tand onder den linker heen te vallen, zoodat de kant van laatstgenoemden in het gootje (fig. 4 *hi*) van den eerstgenoemden ligt. Beschouwt men de tanden aan den achterkant, fig. 7, dan valt in het oog, dat beide een vrij normalen vorm behouden, totdat zij elkaâr raken. Ik zeg „vrij normalen," want men kan het eene kleine afwijking noemen, dat de achtervlakte, ter weerzijde van de sleuf, ronder dan gewoonlijk is: d. i. dat de alveolaire toestand van den omtrek is bewaard gebleven, die

*) Fig. 4 en 5 zijn, duidelijkheidshalve, een weinig vergroot.

anders bij het te voorschijn treden buiten de kassen, door de schuring van de boventanden reeds wat vlakker pleegt te worden. De regter tand valt hier in het gootje van den linker. De afgeschuurde gedeelten, fig. 7 *b* en *c*, liggen in schuinsche rigting naast elkaar, en de gladde regtsche top steekt boven den meer beitelvormigen, linkschen uit.

De afstand tusschen de snijtanden en de kiezen is de gewone, maar de kaak komt mij dáár eenigermate uitgezet of gezwollen voor.

Bij andere schrijvers vinden wij weinig aangeteekend over langtandige *Hazen*. Pallas *) herinnert eene door RIDINGER gegevene afbeelding van een volwassen haas, lijdende aan ver naar buiten uitstekende snijtanden. Ik heb het werk niet kunnen zien.

Nadat SCHREBER van hazen met geweijen op den schedel heeft gesproken, erkent hij, dat *langtandige hazen* wel zeldzaam zijn, maar toch meer voorkomen, dan die met horens. Eigene waarnemingen van de abnormale tanden deelt hij niet mede †). Dit ware anders nuttiger geweest, dan het gewei van een reetje te doen doorgaan voor de horens van eenen haas. Het is onbegrijpelijk, dat een natuurkundige in ernst aan een haas heeft kunnen denken, bij wien de afstand tusschen de beide rozenstokken gelijk

---

*) Zie *Novae species Quadrupedum e Glirium ordine*, p. 178. Erlang. 1778. Het door PALLAS bedoelde werk zal zijn: RIDINGER, *Abbildung der Jagtbaren Thiere*, Augsb. 1740, fol. Hij was een schilder te Augsburg en overleed in 1767. Na zijn dood gaven zijne zonen uit: *Das nach Originalzeichnungen geschilderte Thierreich*, 2 Thle, fol. In het tweede Deel vindt men eene figuur, voorstellende een *Schwarz gefleckter Hase mit Hörner*.

†) Zie *Die Säugthiere in Abbildungen nach der Natur mit Beschreibungen*, IV. S. 875 und 878. Erlangen 1792. Op Pl. 283 B beeldt hij een gewei af, dat van een haas van den Graaf VON MELLIN zou afkomstig wezen. Een haas met krachtige horens vindt men ook afgebeeld in *Ephem. Nat. Cur.*, Dec. II, An VI (1687) p. 368.

zou zijn aan de volle breedte van het voorhoofdsbeen van een zeer kloeken haas. Voegt men er wederzijds anderhalf duim, voor de breedte van de rozenstokken, bij, en denkt men aan de elf duim hooge hoorns, hoe groot moet dan wel de haas geweest zijn, waaraan dit gevaarte behoorde; hoe zou een dier met een hazenhals het hebben kunnen torschen. Doch wij laten de gehoornde hazen rusten.

Er is niets dat belet aan te nemen, dat behalve hazen, ook alle andere knaagdieren een buitengemeene ontwikkeling van de snijtanden kunnen aanbieden. Van daar dat men nu en dan, in algemeene bewoordingen, door schrijvers over deze groote en belangrijke familie melding vindt gemaakt van het sterk uitgroeijen van tanden, zonder opgave van bijzondere waarnemingen. Ik zal hierbij niet stilstaan, maar de stellige gevallen aanvoeren, die mij bekend zijn.

Beginnen wij met de *Konijnen*, die ook om hunne dubbelde snijtanden, teregt, naast de hazen staan.

Van den Heer J. POST, Apotheker alhier, ontving het Akademisch Museum een krachtig ontwikkeld konijn, van langöorig Belgisch ras. Volgens opgave bezweek het dier, in 1855, aan eene kropziekte, maar was vroeger gezond. Ik zag het eerst nadat het was opgezet. De snijtanden van de benedenkaak zijn iets korter dan gewoonlijk. Die van de bovenkaak zijn binnenwaarts gekromd: zij hebben de gewone breedte, groef en glans, de toppen zijn vrij vlak. Hunne lengte is, langs de buitenbogt gemeten, 16 m.m., terwijl zij bij een gewoon krachtig konijn naauwelijks 10 m.m. bedraagt. De achterste of kleine snijtanden zijn eveneens duidelijk verlengd. In het opgezette voorwerp staan de boventanden scheef op de benedenste. Men wist mij niet te zeggen, of dit bij het leven reeds zoo was.

FOUGEROUX nam eene verlenging van de snijtanden bij verscheidene konijnen waar, en toonde er eenige voorbeel-

den van aan de Akademie van Wetenschappen te Parijs, waarbij de Hertog DE CHAULNES en de Heer MORAND nog andere voegden. Hij maakt de opmerking, dat de konijnen aan verlenging van tanden meer onderhevig zijn, dan men wel denkt, en dat dit gebrek velen moet doen bezwijken door belemmering van het nemen van spijs *).

Door PALLAS werd in Holland een wild konijn gezien met boventanden, die naar het verhemelte omgebogen waren, terwijl de benedentanden zeer lang en sikkelvormig uitstaken †).

OWEN heeft de afbeelding gegeven van een voorwerp, dat bewaard wordt in het Museum van Heelmeesters te Londen. Dit konijn heeft zoowel den achtersten of kleinen, als den voorsten snijtand van de bovenkaak buitengemeen uitgegroeid. Opmerkelijk is het, dat de kleine, fig. 8, *i* 2, de bogt van den grooten, *i*, volgt en dan in een eenigzins afwijkende punt eindigt. De voorste tand buigt zich bijna als een cirkel, doch zijn geheel beloop is uit de figuur niet te zien. Van de benedenkaak wordt niets vermeld. Van de regter tanden ontwaart men niets §).

Zeer belangrijk is de benedenkaak van een *Bever* (*Castor Fiber*) in hetzelfde Museum bewaard, en mede door OWEN t. a. p. vermeld. Er is slechts van éénen tand sprake. Hij beschrijft een volkomen cirkel, daar hij onverhinderd is voortgegroeid. De top heeft de kaauwspier (*musc. masseter*) doorboord en is doorgedrongen tot het achterste van den mond, gaande tusschen den *processus condyloideus* en den *coronoideus* van de benedenkaak door, neêrdalende naar

*) Zie *Histoire de l'Acad. d. Sciences, an* 1768, p. 47, Paris, 1770.

†) Zie *Novae species*, l. l.

§) Zie *Odontography*, p. 411, Pl. 104, fig. 7. In TODD, *Cyclop. of Anat. and Physiol.*, IV, p. 385 wordt door RYMER JONES deze figuur en tekst teruggegeven. Onze fig. 8 is er eene kopij van. Ook de bever komt in TODD voor.

het achterste gedeelte van de kies en zijn' weg vervolgende naar dat gedeelte van zijn eigen tandkas, waarin zijn hol einde besloten is.

Ik betreur het zeer, dat van dit geval geene afbeelding is gegeven en dat de beroemde Engelsche anatoom niet in meer bijzonderheden treedt. Wij leeren den invloed niet kennen, die de tanden van de bovenkaak mogen hebben uitgeoefend. Wij blijven eigenlijk in het onzekere, of de opgave van het doorboren van de kaauwspier en het geheel verloop des tands berust op een ontleedkundig onderzoek van den verschen kop, dan of de voorstelling eene redenering des schrijvers is, gevormd op de beschouwing van den tand of wel van het geheele beenige hoofd. Men kan, onder anderen, bezwaarlijk toestaan, dat het dier met een kaauwspier, die langzamerhand, immers in evenredigheid van den dagelijkschen aanwas des tands, doorboord werd, zóó lang spijs heeft kunnen nemen en voortleven, als vereischt wordt om dien aanzienlijken groei te voltooijen. De invloed van den bedoelden tand op de zachte deelen moet stellig lang genoeg hebben geduurd, om eene belangrijke stoornis in de functiën na zich te slepen. Het schijnt bijna onmogelijk, dat de dikke, stompe tand de opgegevene rigting hebbe gevolgd.

Bij FOUGEROUX (t. a. p.) vinden wij nog, dat DE JUSSIEU een *Guineesch Biggetje* (*Cavia Cobaya*) bezat, waarvan de snijtanden zich zoo geweldig verlengden, dat hij genoodzaakt was ze van tijd tot tijd af te vijlen, om het nemen van spijs te bevorderen. Deed hij dit niet, dan was het diertje verpligt om de kruiden, waarmêe het zich voedde, in de lucht op te heffen en behendiglijk weer te vatten, zoodat zij in den mond kwamen, zonder behoorlijke verkleining door de snijtanden.

PALLAS (t. a. p.) nam een *Molmuis* (*Ellobius talpinus*) waar, wier onderste tanden door eenig toeval waren af-

gebroken, waardoor de bovenste sterk en sikkelvormig waren uitgegroeid.

Het *Eekhoorntje* (*Sciurus vulgaris*) levert meer dan een voorbeeld van verlenging der snijtanden op. In het Groninger Museum is een gewoon, doch wit voorwerp, waarvan de bovenste snijtanden kort en stomp zijn. Die van de benedenkaak daarentegen zijn langer, dan gewoonlijk. De kwaal was nog weinig gevorderd.

In een Berlijnsch Tijdschrift (*Journal litteraire*, 1775 *Mai et Juin*) wordt, volgens PALLAS, t. a. p., vermeld, dat twee eekhoorntjes met weeke spijzen waren gevoed, waardoor hunne tanden niet konden afslijten. Zij stierven eindelijk door het sterke, belemmerende uitgroeijen der knaagtanden.

Wij leeren uit SCHREBER, t. a. p., dat in het Naturaliën-Kabinet te Erlangen een eekhoorntje, in spiritus, bewaard wordt, waarvan de tanden in vlakke bogen naast elkander liggen en tot de lengte van bijna één duim uitsteken, zoodat het diertje er geen gebruik van kon maken bij het nemen van spijs. Het komt mij voor, dat hier sprake is van de tanden der benedenkaak. Naar SCHREBERS ondervinding krijgen niet alle eekhoorns, die met zachte spijzen gevoed worden, te lange tanden.

Het eekhoorntje, fig. 13 en 14 voorgesteld, is in het Akademisch Museum te Utrecht, doch maakte vroeger deel uit van de verzameling van den voortreffelijken T. D. SCHUBÄRT. Ik dank aan de goedheid van ons ijverig medelid, Prof. HARTING, zoowel de teekening, als de volgende mededeeling. De linker boventand is uitgegroeid en beschrijft een cirkelboog, ter lengte van 30 m.m. De vorm is normaal; de spits wel eenigzins wigvormig, doch door afschuring meer afgerond, dan gewoonlijk. De kleur is geheel wit. De daar naast staande, normale tand heeft de gewone oranjekleur. De onderkaak is zoo geplaatst, dat,

gedurende het leven, de regter boventand boven den linker benedentand moet gestaan hebben. Evengenoemde is ook normaal. De regter benedentand daarentegen is veel langer, stekende 10 m.m. buiten de huid uit. Doch wat vooral de aandacht verdient, is, dat deze tand de onderlip doorboord heeft, zoodat de beide benedentanden gescheiden zijn. Deze tand is ook wit, doch aan den top scherp wigvormig, als normaal. HARTING eindigt met op te merken, dat alle opgave over het leven des diers ontbreekt, en men dus geen inlichting over de oorzaak van de scheve plaatsing der onderkaak geven kan. Het knagen met den regter boventand en den linker benedentand moet het diertje zeer moeijelijk gevallen zijn, dewijl de voor- en achterwaartsche beweging van de benedenkaak zeer belemmerd heeft moeten wezen wegens de doorboring van de benedenlip.

Mijn vriend J. VAN DER HOEVEN stelde mij in de gelegenheid nog een belangrijk voorbeeld van het buitengemeen uitgroeijen van snijtanden bij de vorige te kunnen voegen. De schedel van eene soort van Marmot, *Bobac* genaamd (*Arctomys bobac*), in het Rijks-Museum te Leiden aanwezig, toont, behalve aan het tandenstelsel, niets afwijkends. De linker snijtand ontbreekt in de bovenkaak. Een gedeelte steekt nog in de tandkas en heeft het voorkomen van niet bij het leven van het dier te zijn afgebroken.

De regter tand van genoemde kaak is 29 m.m. lang (fig. 9, van *a* tot *b*); het gedeelte, dat binnen in de kas steekt, is 34 m. m. Ik kan deze maat niet met een normalen tand vergelijken, maar doe dit met dien van een *Coelogenys subniger* van CAMPERS verzameling. Deze zit juist even diep en met gelijke bogt in zijn kas, doch steekt er 22 m.m. uit. Naar dezen maatstaf zou de tand van de bobac niet meer dan 7 m.m. te lang zijn. Ik erken, dat hier én individueel verschil zou kunnen zijn én

soortelijk onderscheid, en hecht dus aan deze vergelijking slechts eene betrekkelijke waarde.

Zoo als bij alle knagers de boventanden meer of min convergeren, zoo ook hier (langs *a c* en *d c*), maar de top *b* is thans wat meer links gewend, dan plaats zou hebben, als de linkertand er naast stond. Het voorvlak heeft twee ondiepe, digt bij elkander staande groeven. Het buiten- en binnenvlak rigten zich naar het smalle eenigzins bolle achtervlak schuins toe. Raadpleegt men fig. 10, dan loopt de rigting en proportie der vier tandvlakten onderling terstond in het oog. Het open ondereinde van den tand, hier wat vergroot voorgesteld, heeft *a* tot voorvlak, *b* tot achtervlak, *cc'* tot buiten- en binnenvlak. Ik zal op dit punt nog terugkomen.

De beide snijtanden van de benedenkaak wijken sterk en op bijzondere wijze van elkander. Fig. 11 stelt het vooreinde van die kaak van onderen, fig. 12 van boven voor. De regter tand is, langs de grootste bogt gemeten, 60, de linker 47 m.m. lang. Hoever zij in de kassen zitten, kon niet gemeten worden.

Eene naauwkeurige beschouwing van de rigting dezer tanden komt mij belangrijk voor.

Van de regter tand A, fig. 11, rigt zich de voorvlakte *a* binnenwaarts en beschrijft een vrij grooten cirkelboog, terwijl de buitenvlakte *b* aanvankelijk wel de rigting van een buitenvlak heeft, maar weldra zich buigt, om mede als voorvlakte op te treden. Ziet men nu dien tand van boven, dan schijnt het alsof hij slechts ééne vlakte heeft, maar toch behooren wij hier inderdaad te onderscheiden het binnenvlak, fig. 12, *ee*, en den dikken rand *ff*, die niets anders is, dan het smalle, afgeronde achtervlak. Verg. fig. 10, *b*. De voorvlakte van den linker tand B is nog meer binnenwaarts gelegen, dan bij den regter, zoo als blijkt uit fig. 11, *gg*. De buitenvlakte *hh* is geheel voorwaarts

gewend en eindigt, afgesleten, als rand van een oorspronkelijk knaagvlak. Het smalle achtervlak *ii* verliest zich eveneens in evengenoemde knaagvlakte. Leggen wij de kaak in hare gewone positie, dan is het grootste gedeelte, dat in het oog valt, de binnenvlakte, fig. 12, *k*, terwijl van de voorvlakte *g* zich een gedeelte en van de achtervlakte *i* slechts een rand zich vertoont.

Dat deze toestand bij het leven van het dier zóó geweest zij, als wij dien thans zien, blijkt uit het vastzitten der tanden en uit nog aanwezige overblijfsels van verdroogde zachte deelen. De regter tand heeft, nabij den top, het aanzien, als ware hij vroeger beleedigd geworden. De kiezen van de benedenkaak zijn eenigzins onregelmatig geplaatst, hier en daar carieus en weinig afgesleten.

Bij eene voor- en achterwaartsche beweging van de benedenkaak kan geen eigenlijk knagen tot stand gekomen zijn, maar wel eene wrijving van de buitenvlakte van den regter boventand tegen een gedeelte van het voorvlak van den benedensten tand der zelfde zijde.

Ziedaar gevallen van buitengewoon uitgegroeide snijtanden, door anderen en door mij waargenomen. Ik veroorloof mij, de volgende opmerkingen over dit onderwerp hierbij aan te bieden.

Ik behoef hier slechts te herinneren, dat de snijtanden van de knaagdieren behooren tot de groep met onbeperkten groei. De tandkiem leeft voort in het holle, benedenste gedeelte van den tand, zet aanhoudend nieuwe tandstoffe af, die het reeds bestaande gedeelte voor zich uitstuwt. Intusschen leert de waarneming, dat er zoogdieren zijn, wier tanden al verder en verder buiten den mond uitkomen, terwijl zij bij anderen, hoezeer ook steeds aangroeijende, binnen de gewone perken blijven. Het eerste ziet men bij den Olifant, bij den Eenhoorn, bij verscheidene zwijnsoorten; het laatste bij de knagers. In het eerste ge-

val wordt de voortgebragte zelfstandigheid niet verbruikt, in het laatste wel en in evenredigheid met de productie. Worden er nu omstandigheden geboren, die het verbruik beperken of onmogelijk maken, dan zullen de laatstgenoemde dieren soortgelijke verschijnselen vertoonen, als de eerstgenoemde. In één woord: wat bij den Olifant in normalen toestand gebeurt, het geschiedt bij den Haas in abnormalen staat. Dezelfde wetten beheerschen beide. Dit blijkt als wij de oorzaken nagaan, in normalen en abnormalen toestand.

Ééne oorzaak ligt terstond voor de hand. OWEN spreekt het duidelijk uit, dat de snijtanden van den Olifant zulke verbazende slagtanden worden, doordien er geene tegenover staan, die eene afschuring bewerkstelligen. Geen krachtiger voorbeeld van hetzelfde verschijnsel door dezelfde oorzaak, dan bij den linker hondstand van *Monodon monoceros*. In de boven medegedeelde gevallen van knagers laat zich niet altoos stellig aantoonen, dat de evengenoemde oorzaak werkzaam was; alleen is zeker, dat PALLAS en OWEN bepaaldelijk wijzen op het gemis van een schurenden tand.

Er is echter eene andere oorzaak, die volkomen gelijk werkt, als de eerste, en in de gevolgen voor de dieren dikwerf veel lastiger en nadeeliger is. De tanden kunnen alle voorhanden zijn in een knaagdier, maar door eene of andere oorzaak hunne rigting zoo veranderd wezen, dat zij of niet of slecht op elkaâr kunnen werken. De Utrechtsche eekhoorn is er een duidelijk voorbeeld van. Het verdient nog opgemerkt te worden, dat de verlengde tanden, in dit geval, iets ziekelijks hebben, doordien de cementlaag, waarin de kleurstof zetelt, óf niet aanwezig is, óf kleurloos bleef. Wat onzen haas aangaat, het is moeijelijk op te sporen, welke oorzaak de eerste aanleiding heeft gegeven tot het doorgroeijen van al de tanden, maar ook in dit voorwerp heeft de benedenkaak eene eenigzins scheve rigting. Legt men den kop

omgekeerd voor zich, de gewrigtshoofdjes naauwkeurig in de geledingsvlakten geplaatst, dan neemt men waar, dat de onderste kiezen van den regter kant geheel binnen de regter bovenkiezen vallen, terwijl toch de linker benedenste en de linker bovenste op elkaar sluiten. Ook raken de beide snijtanden van de benedenkaak den regter boventand niet, maar liggen tegen den linker boventand.

Jammer is het, dat in geen enkel geval een naauwkeurig ontleedkundig onderzoek is in het werk gesteld, om, onder anderen, uit te maken, of er eene soort van zijdelingsche ontwrichting hebbe plaats gevonden. Deze ontwrichting echter kan nimmer anders plaats vinden, dan nadat de benedenkaak zich voorwaarts bewogen heeft (fig. 16). Als gelegenheidgevende oorzaak mag men stellig uitwendig geweld aannemen, zoo als het knagen aan zeer harde voorwerpen en het afglijden van de benedenkaak naar een der beide zijden. Al ware het nu, dat de herstelling van de ontwrichting mogelijk zij, dan zal dit toch eenigen tijd kosten, zij het ook slechts éénen dag. In dien tijd is de groei der tanden niet belemmerd, de kiem kan, op hare veilige ligplaats, niets geleden hebben; er wordt derhalve weldra een toestand geboren, die de normale verhouding tusschen de tanden voor altijd onmogelijk maakt.

Wordt aan een van de beide kanten het spierstelsel, dat tot beweging van de benedenkaak dient, gewond of anders ziekelijk aangedaan, er is geen twijfel of er zal een scheve stand van de kaak en verlenging van tanden ontstaan. Dit wordt bevestigd door proeven van BERNARD, die de magt van de spier eenerzijds weg nam, door de innervatie onmogelijk te maken. Met behulp van een opzettelijk hiertoe dienstig mesje *) verrigte hij de moeijelijke operatie, om

*) Zie C. BERNARD, *Leçons sur la Physiol. et la Pathologie du Système nerveux*. Paris, 1858. Tom. II, p. 51, fig. 1.

het vijfde paar zenuwen, binnen het bekkeneel, door te snijden. Na de doorsnijding ontstaat paralyse van de spieren der kaak. Snijdt men slechts aan de ééne zijde door, dan kan het dier de kaak blijven bewegen en voedsel nemen, maar het kaauwen is onvolkomen, het dier vermagert en zal sterven, niet aan de kunstbewerking, maar aan slechte voeding. De kaak wordt natuurlijk getrokken naar den gezonden, niet geöpereerden kant, de snijtanden vallen niet meer op elkander, ook sluiten de kiezen niet goed. Het dier sterft van honger *). Onze fig. 20, eene kopij van BERNARDS fig. 3, vertoont den abnormalen toestand, na de operatie, en het is duidelijk, dat de tand *a* en *a'* langer zijn gebleven, omdat zij door *b'* en *b* niet meer werden afgeschuurd.

Hoe belangrijk de proef van BERNARD moge wezen, ik kan er niet onvoorwaardelijk in berusten. Of is het boven allen twijfel verheven, dat de condylus van de benedenkaak en zijne banden, bij de kunstbewerking, ongedeerd en onverplaatst blijven? Is de operatie wel zóó onschuldig, als wordt gezegd? Wij mogen er niet op antwoorden, omdat er geene lijkschouwing wordt medegedeeld, waaruit had moeten blijken, dat de hersenen niet ontstoken waren, dat geen bloedstorting had plaats gevonden, en nog zoo veel meer. Ik betwijfel eindelijk, of BERNARD zijn konijn langer in het leven had kunnen houden door *bouillon* in de maag te spuiten, zoo als hij beweert. Beter ware dan nog geweest een mager soepje van de groenten, die het dier gewoon was te nuttigen. De Friesche haas laboreerde veel erger aan langtandigheid en was toch kloek en gezond. Hij was in de vrije natuur, de ander in een *Laboratorium physiologicum*.

Het nuttigen van weeke spijzen, vooral gedurende lan-

---

*) Zie *Leçons*, II, p. 98—101, en de figuren 1, 2 en 3, pag. 103.

geren tijd in gevangenschap, wordt ook onder de oorzaken van verlenging der tanden opgegeven (bl. 214). Het knagen heeft dan bijna geen plaats; alle tanden verlengen zich en is dit eenmaal begonnen, dan wordt weldra de rigting zóó, dat geen knagen meer mogelijk is. In den gewonen toestand immers vallen de beneden-snijtanden achter de bovenste, doch zoodra laatstgenoemde zich krommen, schuiven de eerstgenoemde er onder door, terwijl daarenboven de benedenste meer plegen aan te groeijen, dan de bovenste. Naar de ondervinding van PALLAS krijgen niet alle eekhoorns, die met zachte spijzen gevoed worden, te lange tanden. Dit kan niet bevreemden, als zij in gewone hokken worden gehouden, waarin zij aan beschotten, tralies, enz., de tanden kunnen afslijpen. Men verlieze ook niet uit het oog, dat de knaagdieren geenzins alle spijs door knagen tot zich nemen. Als onze muizen op het kanariezaad azen, dan brengen zij de korrels onmiddellijk in den mond en vermalen ze. Namen zij geen ander voedsel tot zich dan dit, of knaagden zij niet door beschotten, zij zouden langtandig worden.

Ik moet nog een oogenblik stilstaan bij de twee kleine snijtandjes van de hazen en konijnen. De systematici hebben er aldra de aandacht op gevestigd en er de familie der *Duplicidentata* op gegrond. Overigens zijn zij weinig onderzocht en er zijn er, die twijfelen of zij behooren tot de tanden met onbegrensden groei. Dat de snijtanden van de onderkaak tegen de kleine tandjes stuiten, wordt wel eens vermeld.

De afbeelding van OWEN (fig. 8, bl. 7) en de onze (fig. 1 en 3) bewijzen voldoende, dat de achterste snijtanden, zoo zij niet worden afgeschuurd, even als de anderen zich aanhoudend verlengen. Op welken leeftijd ik de tandjes onderzocht, zij bezaten steeds eene kiemholte aan het beneden, *zoogenaamde* wortel-einde, terwijl de top afgeslepen,

of zoo als de Franschen eigenaardig zeggen, versleten, verbruikt (*usé: la dent s'use*) is. Nu en dan is de top bijna vlak, dikwerf een weinig uitgehold naar het midden, nimmer echter vertoont zich de wigvormige gedaante van een knaagtand. Zij zijn geen snijtanden, die gelijk staan met de gewone van alle overige knaagdieren. Dit bevestigt zich bij het mikroskopisch onderzoek. Aan eene even belangeloos-dienstvaardige als zeer bekwame hand ben ik lengte- en dwarsdoorsneden van de kleine tandjes verschuldigd. Ik zal voor 't oogenblik alléén vermelden, dat beide doorsneden duidelijk toonen, dat de glazuurlaag den tand aan *alle* kanten omgeeft. Geen wonder derhalve, dat de top vrij gelijkmatig afslijt, daar het merkwaardig verschil tusschen een verglaasde voorvlakte en een onverglaasd achtervlak hier *niet*, zoo als *wel* bij de voorste snijtanden, bestaat.

Wanneer stuiten nu de snijtanden van de benedenkaak op de kleine of achterste van de bovenkaak? Dit gebeurt in den toestand van rust, d. i. als de geledingshoofdjes juist in de geledingsvlakten geplaatst zijn. Dan bereikt de voorvlakte van den tand O (fig. 15) die van tand B niet, zelfs niet zijn knaagvlak *k*, maar ligt achter deze en op het tandje A. Het is nu echter slechts een tijdelijke toestand, maar bij het knagen wisselt de wederkeerige plaatsing der tanden aanhoudend tusschen hetgeen fig. 15 en 16 voorstellen. Bij de achterwaartsche beweging van de kaak moet de knaagvlakte *k* van O afgeslepen worden door het glazuur *g* van B, en terstond daarna het glazuur, *g*, van O stuiten op het kleine tandje. De top van dit tandje zal, door de verglaasde vlakte van den grooten tand, elk oogenblik bij het knagen worden afgeschaafd, doch het meest stof verliezen, waar de zelfstandigheid minder hard is, dat is binnen den omtrek van het overal aanwezige glazuur.

Het spreekt van zelf, dat zoodra de zich abnormaal verlengende tanden der benedenkaak van den haas, te *Rijs*,

niet meer achter de zich krommende boventanden kwamen, de toppen van de kleine tandjes zich moesten verheffen.

Voorbeelden van verlengde kiezen heb ik van knaagdieren niet ontmoet, noch ergens beschreven gevonden. Zij bezitten echter alle eigenschappen, om door gelijksoortige oorzaken, als wij hebben opgegeven, dezelfde afwijkingen te kunnen opleveren Het gebeurt althans bij andere zoogdieren, voor zooverre hunne kiezen nog een werkzame kiem bevatten. RUDOLPHI zag, in Berlijn, den schedel van een paard, waaraan de derde en vierde benedenkies ontbrak, terwijl die van de bovenkaak verlengd waren, zoodat de derde één duim boven de anderen uitstak. In Hannover vond hij meer dergelijke gevallen *).

Heb ik boven gezegd, dat dezelfde wetten de normaal en de abnormaal doorgroeijende tanden beheerschen, dan begrijp ik hieronder ook den hoofdvorm en de rigting dier tanden. Hierover nog een woord.

De waarneming leert, dat de vorm en rigting der deelen van een' tand binnen de tandkas bepaald worden, en dat derhalve de vorm buiten de kas daaraan moet beantwoorden. Men kan er de bewijzen voor vinden bij Eenhoorn, Olifant, Rivierpaard, Babiroesse, enz. Vergelijkt men de geopende tandkas van de bovenkaak van een' haas met die van de benedenkaak, dan heeft men een duidelijk voorbeeld voor oogen. De groote kas van de bovenkaak, fig. 17, *ab*, is een boog van een cirkel: het gevolg is, dat de abnormaal doorgroeijende tand bijna een cirkel vertoont. De weinig gebogene en korte kas (6 à 7 m.m.) van den kleinen tand geeft minder kromme tandjes. De vorm en rigting van den alveolus der benedenkaak wijst duidelijk op een flaauwe opwaarts strekkende bogt van den tand, fig. 18, *ab*, verg. fig. 1. Zoowel de zeer aanzienlijke lengte, als de krom-

*) Zie *Bemerkungen auf einer Reise*, I, S. 39, u. 76. Berlin, 1804.

ming van het gedeelte van de tanden, dat steeds, hoewel tijdelijk, binnen de kaken der knagers verholen is, strekt om aan de teedere kiem een veilig verblijf te bezorgen. Het geweld, gedurende het knagen op de toppen uitgeoefend, kan door deze inrigting de werkzame kiem niet deeren.

Doch ik had, bij het ter sprake brengen van dit punt, bovenal de *Bobac* op het oog. Wat wij bij dit dier zagen (bl. 215—217), doet aan eene gewelddadige verdraaijing van de tanden denken, en sommigen meenden, dat geen andere verklaring mogelijk ware. Edoch een naauwkeurig onderzoek leert, dat alles zich opheldert uit den vorm, dien de tand binnen in zijn alveolus erlangt.

Vergelijkt men de kassen van eenige knaagdieren onderling, dan blijkt, dat, óf alle opvolgende deelen nagenoeg in één vlak liggen, óf dat dit niet zoo is. In het eerste geval schuift de tand in één vlak en met ééne bogt voort. (fig. 17 en 18). In het laatste geval bezit de tand een tweede bogt, zoo als fig. 19 voorstelt, in den benedentand van de *Coelogenys subniger*. Beweegt men dezen tand langzaam uit den alveolus, dan krijgt men een volkomen evenbeeld van dien van de *Bobac* (fig. 11 en 12), wat de rigting der vlakten aangaat. Als het gedeelte van den tand, dat buiten de kas steekt, niet wordt afgeslepen, dan zal het niet regtuit voorwaarts worden gestuwd door de nieuwe volgende deelen, maar moet schuins buitenwaarts worden gedrongen. Om eene volledige voorstelling hiervan te verkrijgen, lette men vooral ook op de verhouding van de vier tandvlakten tot elkander. Verg. fig. 10 *).

Na het indienen van bovenstaand stuk en nadat de platen reeds gereed waren, werd ik door de vriendschappelijke welwillendheid van Prof. W. VROLIK in staat gesteld, ken-

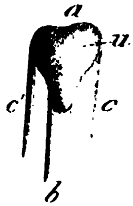
*) De figuren 1—7, 11, 12 en 19 zijn geteekend door mijn' amanuensis S. BERGHUIS, fig. 13 en 14 door Prof. HARTING.



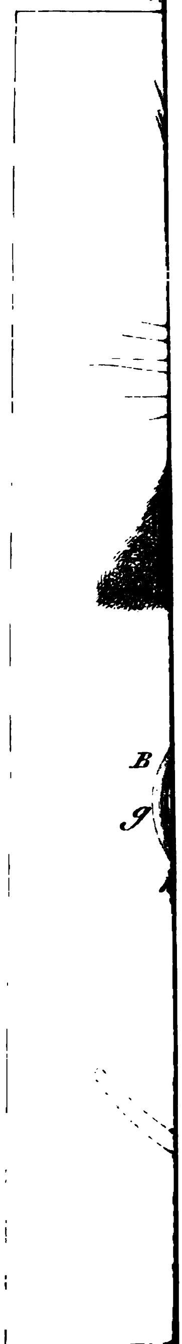
Fig. 4.



Fig. 10.



C. MULDER,



VERSL. & ME

nis te nemen van een belangrijk voorwerp uit zijn museum. Hieraan heeft het volgende bijvoegsel zijn ontstaan te danken.

Een gave kop van *Acanthion javanicum* bezit in de bovenkaak twee buitengemeen ontwikkelde snijtanden, wier toppen naar het gehemelte gewend zijn. Onze fig. 17 geeft eene bijna volkomene beeldtenis van de bogt dezer tanden, die bij verder voortgroeijen den toestand van fig. 8 zouden hebben kunnen vertoonen. Zij zijn aan den voorkant bruin, tot aan het meer naar binnen gebogen gedeelte, waar de schuring, door de benedentanden veroorzaakt, de gekleurde laag meer of min heeft weggenomen. De toppen zijn niet beitelvormig, maar vlak; aan den, naar het verhemelte gekeerden, achterkant zijn de tanden nabij de toppen beschadigd. Zij divergeren, even als die van den haas, doch in mindere mate. De lengte van de tanden, langs de buitenbogt gemeten, bedraagt 60 m.m. De drie voorste paren kiezen zijn goed ontwikkeld en gaaf; het achterste paar is nog niet buiten de tandkassen gekomen, maar op het punt van door te breken.

De snijtanden van de benedenkaak zijn kort en in een toestand, dien men aan vroeger gepleegd geweld mag toeschrijven. De buitenste lagen van de tanden zijn deels verloren gegaan, vooral van den linker tand; de toppen zijn afgerond. Zij zijn zoo geplaatst, dat zij bij de gewone voor- en achterwaartsche beweging van de benedenkaak hebben moeten schuren op de voorvlakte van de boventanden. Wij hebben boven reeds gewezen op de gevolgen hiervan. De drie linker kiezen zijn gaaf, zoo ook de twee achterste regtsche, maar de voorste is onregelmatig afgebroken.

Van het leven des diers of van den toestand der zachte deelen is niets bekend. Op welke wijze intusschen de abnormale toestand van de benedenste tanden ontstaan zij, zal toch hierin de oorzaak van de verlenging van de boventanden gezocht moeten worden.

TEGENWOORDIGE STAND

DER

WERKEN VAN HET KANAAL VAN SUEZ.

DOOR

F. W. CONRAD.

Mijne Heeren!

Toen ik in November 1857 in Uwe Vergadering eene voordragt deed over de doorgraving der landengte van Suez, eindigde ik met deze woorden:

„De laatste tegenstand, hoe magtig ook, zal weldra vallen voor de stem der wetenschap, voor de krachtige uitspraak van het algemeen belang van handel en zeevaart en voor den stelligen wil van Europa en van Indië."

Die woorden, uitgesproken in een tijdperk, dat men nog verre was van de sedert verkregene meerdere zekerheid, maar met vertrouwen in de zaak zelve, zijn thans bewaarheid, want de laatste tegenstand, hoe magtig ook, is werkelijk gevallen voor de stem der wetenschap en voor den vasten wil eener moedige volharding.

Eene eerste vreedzame overwinning werd in de woestijn van *Suez* behaald op den drempel van *El Guisr*.

Op den 18den November des voorleden jaars 1862 voerden tallooze vaartuigen, versierd met de Egyptische vlag, eene groote menigte aan, van den omtrek van *Damiate*,

Saïdhaven, *Ras el Eche* en *Kantara*; van *Caïro*, van *Alexandrië*, heinde en ver uit *Egypte*, snelde men toe om tegenwoordig te zijn bij een feest van hooge beteekenis: de vereeniging van de *Middellandsche zee* met het in het midden der woestijn gelegen meer *Timsah*.

De dam, die de laatste zwakke afscheiding vormde, lag in het kanaal, digt bij het Paveljoen, dat voor den thans overleden Onderkoning MOHAMMED SAÏD PACHA aan de oevers van het Meer *Timsah* gebouwd is.

Meer dan 2000 toeschouwers namen plaats op de glooijingen van de door den drempel van *El Guisr* voltooide doorgraving; het geheel, door de schitterende Egyptische zon verlicht, verlevendigd door eene groote afwisseling van kleederdragten van allerlei vormen en kleuren, vormde een indrukwekkend gezigt, toen de Heer DE LESSEPS aan het hoofd der genoodigden aankwam en door de geestelijkheid van alle gezindheden ontvangen werd, door den Groot-Mufti van Caïro zelf als den uitverkorene van Allah begroet, om het plegtige oogenblik te vieren, dat zijner volharding een nieuwe eerekroon opzette.

Op een daartoe gegeven teeken werden spaden en houweelen opgeheven, en vijf minuten daarna vereenigde zich het water van de *Middellandsche zee* met dat van het meer *Timsah*, onder de herhaalde kreten van: Leve de Effendine MOHAMMED SAÏD! Leve DE LESSEPS! *)

Het is hier de plaats niet, een meer breedvoerig verhaal te geven van het feest van dien dag, eenig in zijne soort in de woestijn.

Het is hier genoeg, het feit dat de zoo lang betwijfelde mogelijkheid volkomen bewees, aan te halen om als inlei-

---

*) *Effendine*, is de titel die in Egypte door de bevolking aan den onderkoning gegeven wordt.

ding te dienen tot hetgeen ik U, Mijne Heeren, omtrent den tegenwoordigen stand der werken van deze grootsche onderneming wilde mededeelen.

In den aanvang was er veel, zeer veel te doen, dat niet tot de dadelijke werkzaamheden van het Kanaal behoorde. De voorbereiding tot het werk was bijna van grooter omvang dan het werk zelf. Zoo was onder anderen een der eerste behoeften, die de Ingenieurs, met de werken belast, in het oog moesten houden, de verzorging van eenige duizenden arbeiders, op plaatsen waar niets bestond, waar alles gebragt moest worden.

Bij de groote werken in Europa, waar overal de noodige middelen van vervoer bestaan, behoeft daar weinig over gedacht te worden, maar in eene woestijn, waar niets is, en waar in de behoeften van minstens veertig duizend menschen voorzien moest worden, was dit geene gemakkelijke zaak.

Alles werd daarvoor ingerigt, en in den loop van 1862 konden 25,000 arbeiders werkzaam zijn, die van alles ruimschoots voorzien werden.

Het aantal fellahs (landbouwers), dat, zonder den landbouw te benadeelen, aan de heerendiensten van het Egyptische gouvernement onderworpen is, bedraagt tusschen de vier à vijf maal honderd duizend. Het is onder deze bevolking, dat de Maatschappij zijne arbeiders moest aanwerven.

De arbeiders van ieder dorp, voor de werken van het Kanaal bestemd, worden begeleid door hunne *Cheiks*. Ze staan onder diens bevelen en de Cheiks zijn weder onderworpen aan het oppertoezigt van eenen hoogen ambtenaar van den Onderkoning, die bijzonder belast is met de zorg voor alles wat het welzijn der arbeiders aangaat, voor de geregelde en stipte uitvoering der contracten en voor de tucht en orde op de werkplaatsen. Iedere maand worden

de contingenten der fellahs vernieuwd en verwisseld. Aan ieder wordt eene taak opgedragen. Wanneer die taak is afgedaan, geschiedt de betaling onmiddellijk in specie, en zijn ze vrij om desverkiezende naar hun dorp terug te keeren.

Het zal niet ondienstig zijn hier iets mede te deelen omtrent de heerendiensten (corvées), zoo als die in Egypte gebruikelijk zijn.

De Egyptische landbouwer is vlug, sterk en werkzaam, zoo lang het de bebouwing van zijn land aangaat, maar hij is lui en onverschillig voor iedere andere werkzaamheid, vooral buiten zijn dorp. Te vergeefs zult gij aan een fellah een hoog daggeld en voordeelige voorwaarden aanbieden voor vrijwilligen arbeid. Hij zal liever armoede en ellende en de stokslagen van den Cheik in zijn dorp verdragen, dan daar buiten een voordeelig bestaan te zoeken. In Egypte is er echter eene noodzakelijkheid van algemeen belang, voor den gedwongen arbeid, waarvan het bestaan van het geheele land afhangt; het is het onderhoud der besproeijingskanalen.

De Nijl voert de vruchtbare slib aan, die drie oogsten in een jaar geeft. Die zelfde slib verondiept echter ook de aanvoerende kanalen in eene hooge mate, en doet de jaarlijksche verdieping onvermijdelijk zijn. Wanneer de corvées werden afgeschaft, zou het Egyptische Gouvernement zich te vergeefs tot de bevolking der dorpen wenden voor vrijwillige arbeiders tot de jaarlijksche kanaalverdiepingen, en deze zijn zoo noodzakelijk voor Egypte als de lucht voor het leven van den mensch.

De verdiepingen vorderen een jaarlijkschen arbeid van vele duizenden handen, en wanneer die niet kon volvoerd worden, zou de vruchtbare Nijlvallei spoedig in eene zandwoestijn herschapen worden. De regering van Egypte kan dus nu, noch later, er van afzien manschappen op te roepen voor de openbare werken.

Deze gedwongen oproeping is een regt van het algemeen; het is eene volstrekte noodzakelijkheid, het is pligt, dat regt te handhaven, en het bevat niets dat de denkbeelden daar te lande kwetst.

De Maatschappij verkrijgt dan ook zijne arbeiders door medewerking van de Egyptische regering, doch zij betaalt ze geregeld als vrijwillige arbeiders.

De kub. El wordt betaald 40, 50 à 60 centimes, naar de soort van grond waarin gewerkt wordt, en naar den afstand van het vervoer. Dit is een voldoende prijs voor den inlander, die weinig behoeften heeft en liever in de open lucht verblijf houdt dan in de hutten, die men voor hem maakt.

Met een weinig beschuit, wat boonen en uijen voedt hij zich volkomen en gevoelt hij zich gelukkig. Hij, die, na het volbrengen van zijne taak, met 8 à 10 franken overwinst huiswaarts keert, acht zich behoorlijk beloond.

Het zij mij vergund hier kort en in globale cijfers, de verdeeling der lengte van het Kanaal, in betrekking tot de door te graven hoogte, aan te geven.

De geheele lengte van het Kanaal van *Saïdhaven* tot *Suez* kan, volgens de laatste opgaven, gesteld worden op 150 Ned. mijlen.

Van deze 150 Ned. mijlen zijn er 100 Ned. mijlen beneden, en 50 Ned. mijlen boven de middelbare oppervlakte der zee gelegen.

De 100 Ned. mijlen onder het oppervlak der zee zijn:

Het Meer Menzaléh	38	Ned. mijlen.
〃 〃 Ballah	14	〃 〃
〃 〃 Timsah	8	〃 〃
de bittere Meeren	40	〃 〃
te zamen	100	Ned. mijlen.

De 50 Ned. mijlen boven het oppervlak der zee zijn:

De duinen van *Ferdane* en de drempel van
El-Guier tusschen de meeren *Ballah* en *Timsah*. 14 N. m.
De drempel van *Sérapeum* tusschen het meer
Timsah en de bittere Meeren . . . . . 14 „ „
De vlakte van *Suez* tusschen de bittere Meeren
en de Roode zee . . . . 22 „ „
te zamen 50 N. m.

Bij den aanvang werd het werk verdeeld in twee sectiën. De eerste sectie bevatte het gedeelte van *Saïdhaven* tot het meer *Timsah*; de tweede sectie van het meer *Timsah* tot *Suez*.

De eerste sectie werd het eerst aangetast; daar bevonden zich de meeste bezwaren, van hare doorgraving hing het welgelukken der onderneming af. De voornaamste plaatsen, die in deze sectie voorkomen, zijn: *Saïdhaven*, *Ras el Eche*, *Kantara*, *Ferdane* en de drempel van *El Guier*. Zij beslaat eene lengte van 66 Ned. mijlen.

Saïdhaven was, toen ik het met de internationale commissie bezocht, en ook nog in 1859, niets dan een onherbergzaam, vlak strand, en de eerste arbeiders moesten onder tenten verblijf houden. Daar moest alles geschapen worden, want te *Saïdhaven* moesten alle behoeften voor het werk ontscheept en ontvangen kunnen worden.

In 1860 verrees daar weldra een kustlicht en een palenhoofd lang, 450 El, dat zich tot 3,50 El diepte in zee uitstrekte.

Achtervolgens werden daar opgerigt eene stoomzagerij, eene gieterij, eene werkplaats tot in elkander stelling der werktuigen, eene ketelmakerij, eene timmerwerkplaats, enz., voorts de noodige inrigtingen tot het distilleren van drinkbaar water, bakkerijen, enz.

Alles werd door spoorwegen vereenigd, die in Januarij

1861 te zamen eene lengte besloegen van meer dan 5000 Ned. El.

Van 1 Maart 1861 tot 1 Maart 1862 waren er te *Saïdhaven* 260 schepen aangekomen, die 40000 ton aan materialen van alle soorten ontscheept hadden.

Het houten hoofd was weldra onvoldoende voor de beweging die er plaats had.

Om hierin te voorzien, werd er op 1500 El afstand van het strand, in de rigting van het later te maken havenhoofd, een eilandje gemaakt van 60 El lang en 20 El breed. Het bestaat uit ijzeren schroefpalen waarop een vloer gelegd is. Op dezen vloer zijn twee kranen geplaatst. Hierbij werd de aangebragte steen gestort, zoodat de palen weldra door steen gedekt waren, waarna men zich bezig hield om door steenstortingen van dit eilandje naar het eerste houten hoofd toe te werken.

Wanneer deze vereeniging voltooid is, zal het westelijk havenhoofd van *Saïdhaven* ter lengte van 1500 El gemaakt zijn.

Binnenwaarts zijn verschillende havenkommen of dokken gegraven. Een dezer havenkommen is lang 150 El, breed 125 El, diep ongeveer 2 El. Daarin worden de baggermachines opgesteld.

Wat de stad *Saïdhaven* op zich zelve aangaat, zij breidde zich dagelijks meer en meer uit.

De ophoogingen beslaan eene oppervlakte van 55,000 vierk. El, — en overal zijn woningen en Arabische gourbis (woningen van klei of leem) verrezen.

In April 1861 telde men er naauwelijks 1000 inwoners, waaronder 300 à 350 Europeanen; één jaar daarna waren er 1000 Europeanen en bijna 3000 Arabieren. — Thans wordt de bevolking geschat op 5000 inwoners, waarvan 1200 Europeanen.

Van *Saïdhaven* tot *El Ferdane*, zijnde 52 Ned. mijlen, gaat het Kanaal door het meer *Menzaléh*. In dit eerste gedeelte werden veel moeïjelijkheden ondervonden, daar het te veel bezwaren had de uitgravingen in het drooge te doen, en het baggeren, uithoofde der geringe diepte, niet dadelijk toepasselijk was.

Om deze moeïjelijkheden te overwinnen, werd het werk verdeeld, er werd een kampement opgerigt te *Ras el Eche*, op 16 Ned. mijl van *Saïdhaven*; een tweede te *Kantara*, tusschen de meeren *Menzaléh* en *Ballah*, en een derde te *El Ferdane*, aan den voet van den drempel van *El Guisr*.

Toen begon men over deze geheele lengte eene geul uit te diepen, in de rigting van het Kanaal zelven, breed 8 El en diep 1,20 El. Behalve dat deze geul werkelijk een begin uitmaakte van het Kanaal zelve, was zij onmisbaar voor den aanvoer van alle noodwendigheden der kampementen in de woestijn, en diende zij tot een gemakkelijken en goedkoopen waterweg.

In de maand Mei 1861 waren *Saïdhaven* en *Kantara* door dien bevaarbaren waterweg in verbinding gebragt, en in December van datzelfde jaar was hij verlengd tot *El Ferdane*.

Verschillende gedeelten werden toen verbreed en verdiept, en ditzelfde werk werd langs de geheele lijn voortgezet. Verscheidene baggermachines liggen daartoe in den doortogt door het meer *Menzaléh*.

De door de baggermachines uitgediepte gronden worden getransporteerd op de boorden, en vormen doorgaande dijken, hoog 2 El, langs de beide zijden van het Kanaal.

Het dadelijk maken der oevers of dijken door het Meer heeft het voordeel gehad om het Kanaal af te zonderen van de Meeren *Menzaléh* en *Ballah*, en het te beveiligen tegen de hooge wateren der periodieke overstroomingen van den Nijl en tegen de invallen van de zee.

Onafhankelijk van de eerste geul, langs den Westelijken of Egyptischen oever, werd er eene andere geul gemaakt langs den Oostelijken of Aziatischen oever, wijd 20 El en diep 1,50 El.

Dit kanaal dient om meer gemak te geven aan de passage der vaartuigen, die zich naar de woestijn begeven, terwijl de eerste geul meer dient om met de baggermachines ongestoord te kunnen werken, zonder de scheepvaart te hinderen.

De beide geulen hebben gemeenschap met elkander door verscheidene dwarskanalen, waardoor ze achtervolgens vereenigd werden.

Aan een dezer geulen wordt nu de wijdte gegeven op den bodem van 10 El, en van 22 El op de waterlijn, bij eene diepte van 2,50 El.

Het kampement van *El Ferdane* ligt aan den voet der duinen van dien naam, waarop de drempel van *El Guisr* volgt.

Deze laatste is een golvend plateau van ongeveer 8 à 9 Ned. mijlen lengte. De grootste hoogte was 19 El; de kleinste hoogte 1,47 El, en de gemiddelde hoogte 10,50 El boven de oppervlakte der zee.

De duinen van *El Ferdane* zijn slechts 4 El hoog.

Al deze hoogten zijn thans doorgegraven.

Tienduizend, vervolgens vijftienduizend, en daarna twintig en vijf en twintig duizend man kwamen op dit gedeelte der landengte aan het werk.

In weinige maanden hebben de fellahs den geheelen drempel met het gewone Egyptische houweel en de couffie (het mandje waarin de grond vervoerd wordt) doorboord.

De drempel werd van de duinen van *Ferdane* tot aan het Meer *Timsah* verdeeld in zes perceelen, en in de laatste tijdperken bedroegen de uitgravingen in dit gedeelte maandelijks 500,000 à 550,000 kub. Ellen.

In November 1862 was men dan ook zoo verre gevor-

derd, dat de *Middellandsche zee* op den 18den dier maand, zoo als ik hierboven zeide, in het Meer *Timsah* kon worden gebragt.

Deze belangrijke gebeurtenis heeft het problema opgelost, dewijl daardoor geen twijfel meer overblijft omtrent de mogelijkheid der doorgraving, aangezien in vroegere tijden tusschen het meer *Timsah* en de *Roode Zee* reeds viermaal een kanaal bestaan heeft, dat bevaren werd.

Een bevaarbaar kanaal van kleine afmetingen bestaat thans werkelijk over 66 Ned. mijlen, makende met den doortogt door het meer *Timsah* een bevaarbaren waterweg van 74 à 75 Ned. mijlen.

Er blijven nu 36 Ned. mijlen ter doorgraving over, dewijl het gedeelte in de *bittere Meeren* de gevorderde diepte heeft. De nog door te graven gedeelten, waaraan men werkzaam is, zijn:

van het Meer *Timsah* tot aan de *bittere Meeren*	12 N. m.
van de *bittere Meeren* tot *Suez*	24 „ „
is . . .	36 N. m.

Dit laatste gedeelte is bijna overal gelijk met de oppervlakte der zee.

Het meer *Timsah* (woordelijk vertaald het Krokodillenmeer, ofschoon er geen enkele dezer onaangename gasten in bestaat), dat het tegenwoordige zeekanaal afscheidt van het gedeelte waaraan thans gewerkt wordt, is bestemd tot de binnenhaven van het kanaal.

De stad, thans naar den tegenwoordigen onderkoning *Ismailia* genoemd, wordt volgens een vooraf gemaakt plan aangelegd, met breede boulevards en straten met aaneengeschakelde véranda's.

Op eenige Ned. mijlen van *Timsah*, vindt men nu een Arabisch dorp met eene bevolking van 2000 zielen.

Daar bevindt zich ook een Katholieke kerk, eene moskee en een groot aantal werkplaatsen van allerlei aard.

Te *Kantara* en te *Ferdane* zijn verscheidene gebouwen verrezen, en over dit gedeelte vindt men werkelijk reeds vijf steden of dorpen: *Saïdhaven*, *Kantara*, *El Ferdane*, *El Guisr* en *Timsah*.

Het zoetwaterkanaal is sedert de maand Januarij 1862 geopend en toen bevaarbaar tot *Timsah*. Van *Ras el Waddé* tot het meer *Timsah*, heeft het zoetwaterkanaal eene lengte van 35 Ned. mijlen, eene wijdte op den bodem van 7,70 El en 12,50 El op de waterlijn bij eene diepte van 1,20 El.

Er is hiervoor eene uitgraving noodig geweest van één millioen kub. Ellen, die door 7000 fellahs in 9 maanden tijd volbragt is.

Het ontvangt zijn water van den *Nijl*, door het kanaal van *Zagazig* naar *Ras el Waddé*.

Het zoetwaterkanaal doet verschillende diensten. Het brengt de levensmiddelen naar het midden der landengte; het geeft het drinkbare water aan de arbeiders, en het besproeit de daardoor vruchtbaar gemaakte gronden van de Waddé Toumilat, het oude land van *Gosen*, thans een eigendom der Maatschappij, tusschen *Ras el Waddé* en het meer *Timsah*.

Langs het geheele kanaal is eene telegraphische lijn.

In het werk-saizoen van 1862—63 werd dit kanaal, gelijktijdig met het zeekanaal, naar *Suez* vervolgd.

De inrigtingen der Maatschappij buiten de landengte zijn niet van minder aanbelang.

Te *Damiate* beslaan de opgerigte magazijnen aan de

oevers van den Nijl eene oppervlakte van 10 bunders. Een groot deel daarvan moet bij den voortgang der werken naar *Timsah* verplaatst worden, zoo als in den loop dezer maand zou geschieden *).

Te *Boulak*, de haven van *Caïro*, heeft zij belangrijke magazijnen over meer dan 1 bunder oppervlakte.

De levensmiddelen, die van *Saïdhaven* tot *El Ferdane* worden afgezonden, komen van *Damiate* over het meer *Menzaleh*, terwijl die voor *El Guisr* en daar bijzijnde stations van *Boulak* komen langs de Nijl en het zoetwaterkanaal.

Te *Mex* bij *Alexandrië* heeft de Maatschappij eene groote steengroeve ontgonnen, waaruit tot nu toe de steen komt, bestemd voor de havenhoofden van *Saïdhaven*. Weldra zal die steen door het kanaal zelf ook van de steengroeve van *Djebel Geneffé* kunnen worden aangevoerd.

De steengroeve van *Mex* is geheel op Europesche wijze ingerigt. De steen wordt door spoorwegen uit de groeve, over de daarvoor gemaakte havenhoofden, gevoerd naar de daarop geplaatste kranen, waar ze in schepen van 150 à 200 ton geladen, en daarna naar de havenhoofden van *Saïdhaven* gebragt worden.

De gezondheidstoestand is, dank hebbe de wel ingerigte geneeskundige dienst der Maatschappij, steeds uitnemend geweest.

Van Maart 1861 tot Maart 1862 bedroeg de Europesche bevolking van de landengte ongeveer 1200 personen, waarvan slechts 20 overleden zijn,

Nagenoeg 121,000 personen van Arabisch ras zijn ge-

---

*) Dit is thans werkelijk geschied.

durende hetzelfde tijdvak op de werken geweest, waarvan daar slechts 23 overleden zijn.

In het begin van dit jaar leed de onderneming een groot verlies door den dood van haren verlichten beschermer MOHAMMED SAÏD PACHA, die in den nacht van den 17^{den} op den 18^{den} Januarij j.l., in slechts 41-jarigen ouderdom te *Caïro* overleed.

Hij was de vierde zoon van MEHEMET ALI, den grondlegger zijner dynastie; hij had eene zorgvuldige opvoeding genoten, en Egypte is aan hem vele uitnemende inrigtingen en groote werken van publiek nut verschuldigd.

De groote stuw in den *Nijl*, de spoorwegen van *Alexandrië* naar *Caïro*, van *Caïro* naar *Suez*, van *Tantah* naar *Samanoud*, van *Benha* naar *Zagazig* kwamen onder zijne regering tot stand, en *Egypte* is hem de betonning en verlichting van de haven van *Alexandrië*, de verdieping van het kanaal *Mahmoudiëh*, de onderzeesche telegraaf en de maritieme maatschappij van *Medjidiëh* verschuldigd.

Hij heeft de Nederlandsche industrie bij zeer vele gelegenheden krachtig begunstigd, en het heeft mij daarom zeer veel leed gedaan, dat hij bij zijne laatste reis in Europa verhinderd werd ons land te bezoeken.

Hij was de bestendige beschermer van het groote werk der doorgraving, en hoewel hij het geluk niet heeft gehad zijn denkbeeld verwezenlijkt te zien, liet hij zijnen opvolger dat grootsche werk over op een tijdstip, dat hij de grootste bezwaren overwonnen mogt zien.

Hij laat een zoon na, TOUSSOUM PACHA, in den nog jeugdigen leeftijd van 10 jaren.

Z. H. ISMAËL PACHA volgde hem onmiddellijk op, en werd op den 18^{den} j.l. te *Caïro* tot onderkoning van *Egypte* uitgeroepen.

Hij is de tweede zoon van IBRAHIM PACHA, kleinzoon van MEHEMET ALI en neef van den overleden onderkoning

MOHAMMED SAÏD, dien hij is opgevolgd naar den firman van 1841, die de orde van opvolging voor de erfgenamen van MEHEMET ALI geregeld heeft.

ISMAËL PACHA, geboren in 1830, heeft mede eene Europesche opvoeding genoten; hij deelt geheel en al de inzigten van zijnen oom, en alles doet zien, dat de onderneming van het kanaal van *Suez* zich in de onafgebrokene bescherming van den nieuwen Beheerscher van *Egypte* mag blijven verheugen.

In het begin van Februarij van dit jaar was het zoetwaterkanaal voortgezet tot voorbij *Néfiche*, omgaf de *bittere Meeren*, en naderde reeds het gebergte van *Djebel Geneffé* of *Gebel Geneffé*.

Alles bevestigt, dat de *Nijl* zijne wateren weldra zal kunnen verdeelen tusschen de *Middellandsche* en de *Roode zee*, en dat het zoete water van *Caïro* de onvruchtbare oevers van *Suez* besproeijen zal.

Behalve den zedelijken invloed van dit feit, en behalve de groote gevolgen die het voor den voorspoed van *Suez* zal hebben, is dit van het grootste belang voor de onderneming, uithoofde van de waarde der gronden, die daardoor eene Egyptische vruchtbaarheid zullen verkrijgen, en de dadelijke voordeelen die daaruit voor de Maatschappij van het Kanaal zullen geboren worden.

Het zeekanaal is gelijktijdig gevorderd tot voorbij *Toussoum*, en rigt zich door het *Sérapeum* naar de *bittere Meeren*; de bermen zijn op de breedte van 56 El uit elkander aangelegd.

Eenige maanden nog slechts, en *Caïro* zal in gemeenschap zijn met de *Roode zee* en *Saïdhaven* met *Suez*; en het zeekanaal zal spoedig daarna de doorgaande vaart door de landengte tusschen de beide zeeën openen.

Langs de oevers van het zoetwaterkanaal van *Ras el Waddé* tot *Néfiche* ontwikkelt de landbouw zich op eene zeer opmerkelijke wijze.

In September des voorleden jaars waren er nog maar 777 feddans (de feddan gerekend op 0,40 Bunder) door de Maatschappij ter bebouwing uitgegeven of geconcessioneerd, en in Januarij van dit jaar bedroeg de bebouwde oppervlakte reeds 2500 feddans.

In 4 maanden tijds is de bebouwing der gronden verviervoud, en dit vermeerdert nog dagelijks. Steeds worden nieuwe gronden aangevraagd door de zwervende stammen, die zich op de domeinen der Maatschappij komen vestigen.

Het is thans een fraai gezigt wanneer men van *Tell el Kebir* naar *Timsah* gaat, waar vroeger niets was dan woeste en verlaten gronden. Op zekeren afstand ziet men nog de onvruchtbare en naakte woestijn, terwijl de beide oevers van het kanaal met allerlei graan beplant zijn.

Timsah is nu door een vaarbaren waterweg in directe gemeenschap met *Caïro*, *Alexandrië* en de geheele vallei van den *Nijl*.

Dit kanaal levert tevens aan de nieuwe stad zulk een overvloed van zoet water, dat *Timsah*, nu *Ismaïlia*, ofschoon midden in de woestijn, tot de beste van drinkbaar water voorziene steden kan gerekend worden.

Eene beek stroomt langs de woningen en de huizen zijn er overal ruim van voorzien. De lage gronden rondom het meer verheven plateau van *Timsah* zullen er mede besproeid worden; voor de hoogere gronden zal men daarin door eene locomobile voorzien.

Met de helft van deze maand is de hoofddirectie der werken en van het materiëel van *Damiate* naar *Ismaïlia* verplaatst. Deze stad gaat dagelijks vooruit en wordt meer en meer bevolkt. De tenten verdwijnen en huizen verrijzen in de

plaats. De gebouwen der Maatschappij gaan snel vooruit; weldra zal er een hôtel voor reizigers gereed zijn. Woningen, magazijnen en gebouwen van allerlei aard en bestemming zijn ter bewoning en berging als uit den grond verrezen.

Het meer *Timsah* wordt van twee zijden gevoed, door de *Middellandsche zee* te *El Guisr*, en door het zoetwaterkanaal. Het is nú reeds eene ruime bevaarbare watervlakte, aan het einde waarvan men de doorgraving ziet van het zeekanaal, gaande in de rigting van *Toussoum*.

In dezen omtrek heeft men twee voor de onderneming zeer belangrijke ontdekkingen gedaan. In een der hooge gedeelten bij het Meer, genaamd de bergvlakte der hyéna's, heeft men eene steengroeve ontdekt van ongeveer 300,000 kub. El steen. Deze steengroeve wordt ontgonnen.

Nog digter bij de stad, in sectie N°. 6, is eene andere groeve gevonden, ongeveer 80,000 kub. El bevattende.

De toekomstige stad *Timsah* heeft dus de zekerheid, van al de materialen te zullen vinden, die voor haren bouw noodig zijn

Zoodra het zoetwaterkanaal tot nabij *Djebel Geneffé* gevorderd is, zal die steengroeve den noodigen steen kunnen leveren tot voortzetting der havenhoofden van *Saïdhaven*, en dan zal deze haven de steenkolen kunnen aanvoeren naar *Suez* voor de stoomvaart op de *Roode zee*.

Wat *Suez* eenmaal kan worden is uit de volgende cijfers van de *Peninsulaire Maatschappij* op te maken.

De *Peninsulaire maatschappij* heeft gedurende 1861 te *Suez* heen en terug eene gezamenlijke beweging gehad van:

8,564	Reizigers,
32,013	Reiskoffers of valiezen,
101,744	Collis,
34,939	Groepen goederen.

Het totaal der vervoerde goederen stelde eene waarde voor van 390,306,826 franken.

Voor het zeekanaal is men thans werkzaam aan de doorgraving van den drempel van *Sérapeum*, en daarna is er niets meer overig dan de vlakte van *Suez*.

Dit laatste gedeelte zal dadelijk volgens grootere afmetingen worden aangelegd, met het doel om de aanvulling van de *bittere Meeren* door het water uit de *Roode zee* zooveel mogelijk te bespoedigen.

Terwijl de werken voorbij het meer *Timsah* eene groote uitbreiding verkrijgen, gaat men steeds voort dezelfde uitbreiding te geven aan de werken van *Saïdhaven*, en aan de gedeelten van het zeekanaal van daar tot *Kantara*. De gemeenschap tusschen de meeren *Menzaléh* en *Ballah* is geheel in orde, en de baggermachines zetten hun werk voort, door de geul te verdiepen en de dijken door het meer *Menzaléh* te versterken.

Wat den finantiëelen staat der onderneming aangaat, deze werd kort geleden globaal opgegeven als volgt:

De uitgaven tot nu toe gedaan bedragen fr. 50,000,000.

Om de som te vinden, die eigenlijk voor de werken zelve gebruikt is, moet hiervan worden afgetrokken:

1. De aankoop van verschillende eigendommen in de vallei Waddi (het oude land van Gosen), de magazijnen te Caïro en te Damiate . . . . fr. 2,250,000
2. De intressen betaald aan aandeelhouders . . . . „ 8,000,000

3. Aangekochte schepen, baggermachines, werktuigen en ander materieel. . .	fr.	8,000,000
4. Woningen en andere gebouwen. . . .	〃	2,500,000
Te zamen	fr.	20,750,000

De tot heden gedane werkelijke uitgaaf voor de werken met de algemeene kosten voor de eerste enz. bedraagt dus ongeveer. . . . . fr. 30,000,000

Wanneer men zeer globaal schatten wil, wat er nog gedaan moet worden, verkrijgt men het volgende resultaat.

Het graven en verder uitdiepen van het kanaal tot de diepte van 8 El over eene breedte van 56 El op de waterlijn, vordert nog eene uitgraving van 50,000,000 kub. El, waarvan 20,000,000 boven en 30,000,000 onder water.

Indien men stelt, dat de algemeene uitgaven bij de vordering der werken, den prijs van de kub. El grond tot gemiddeld 1 frank doen rijzen, dan zal de uitgave voor het aardewerk nog kunnen zijn. . . . . fr. 50,000,000

De beide havens worden geschat op	〃	25,000,000
Stelt men voor verdere werken en mogelijke misrekeningen nog	〃	25,000,000
Zoo is er nog noodig.	fr.	100,000,000

zijnde verre beneden de som, waarover de Maatschappij nog kan beschikken.

Wat de tijd aangaat tot het voleindigen der werken, zoo kan men daarvoor zeer globaal de volgende berekening aannemen.

Het aantal arbeiders, op de Landengte werkzaam, bedraagt thans 20,000 man.

Deze vergraven en vervoeren gemiddeld 1½ kub. El per man en per dag.

20,000 man ad 30,000 kub. El per dag geven per maand 900,000 kub. El.

De uitgravingen in het drooge 20,000,000 kub. El bedragende, zullen dus door 20,000 man in 2 jaren gedaan kunnen worden.

De Maatschappij beschikt over 24 baggermachines. Zij heeft nog 20 andere van meerdere kracht dan de tegenwoordige besteld, die in den loop van dit jaar geleverd moeten worden.

Er zullen dus in 1863, 44 baggermachines beschikbaar zijn, waarvan men hoopt, dat doorgaande 30 à 35 dienst zullen kunnen doen, die één millioen kub. El per maand kunnen verwerken De uitbaggering der 30,000,000 kub. El onder water, zal dus binnen de drie jaren kunnen voleindigd zijn.

Terzelfder tijd kunnen de havens afgemaakt zijn, en men rekent dat het kanaal voor de groote scheepvaart in den loop van 1866 kan worden geopend.

Het tijdperk van 1854 tot 1866 zal alzoo voor altijd gedenkwaardig zijn voor de doorgraving.

In 1854 toch kwam de doorgraving der landengte in de directe lijn, voor het eerst ernstig ter sprake.

Het gewigtige feit, dat er, in plaats van 9,90 El verschil in den stand der beide zeeën, nagenoeg geen verschil bestond, was reeds sedert 1847 bewezen. De internationale Commissie werd benoemd; zij kwam op den 30sten October 1855 voor het eerst bijeen.

Een deel der Commissie bezocht *Egypte* en bragt op 2den Januarij 1856 een kort voorloopig rapport uit aan den Onderkoning, dat het feit op zich zelve besliste, en in December van hetzelfde jaar bragt de geheele Commissie, na belangrijke overwegingen, het breedvoerige rapport uit, dat het ontwerp finaal deed vaststellen en tot rigtsnoer

diende en nog dient voor de uitvoering van dit grootsche werk *).

Thans is men zoo ver gevorderd, dat de opening van het Kanaal met zeer veel waarschijnlijkheid tegen 1866 kan worden gesteld.

Vele en magtige bezwaren en voortdurende tegenwerking van allerlei aard werden er overwonnen. De wetenschap zelve werd dienstbaar gesteld aan de politiek, en helaas! zij vond een man van beroemden naam, die, ten gevalle dier politiek, in het Engelsche Parlement de zonderlinge stelling verkondigde, dat met een verschil van 9,90 el tusschen de waterstanden der beide zeeën de uitvoering van het kanaal mogelijk zou zijn geweest, maar dat de gelijke stand der beide zeeën het onuitvoerbaar maakte.

Het was niet moeijelijk in der tijd de dwaasheid van deze stelling tegen te spreken †), al waren ze door een beroemden naam gesteund, maar het was moeijelijker, den magtigen politieken tegenstand het hoofd te bieden, die Engelands eerste Minister met de hem eigene sluwheid en volharding bleef volhouden.

Maar de waarheid en eene andere volharding bleven boven drijven. Overal verhief zich de krachtige stem der openbare opinie ten voordeele der onderneming; de Maatschappij werd opgerigt; het benoodigde kapitaal werd met geestdrift bij elkander gebragt, en op den 25sten April des

---

*) *Percement de l'Isthme de Suez. Rapport de Projet et la Commission internationale. Documents publiés par* FERDINAND DE LESSEPS. Troisième Série. Paris, chez HENRI PLON, Editeur 1856.

†) Zie mijne brochure: *Canal de Suez. Etat de la question.* La Haye, chez VAN LANGENHUYSEN Frères. 1858.

Zie ook de wederleggingen van PALEOCAPA in de *Bullettino del' Istmo di Suez*, en van NÉGRELLI in de *Oesterreichische Zeitung*. 1858.

jaars 1859 kon de eerste spade voor het kanaal in het strand nabij het oude *Pelusium*, waar de haven van *Saïd* ontworpen was, worden ingestoken *).

Sedert dat tijdstip heeft de onderneming nog steeds met vele moeijelijkheden te kampen gehad, die menigeen zouden ontmoedigd hebben, maar de Maatschappij, met een man als DE LESSEPS aan het hoofd, liet zich niet ontmoedigen; zij heeft hare werkzaamheden door alle tijdperken heen met onverbroken moed voortgezet; hare toekomst is bij iedere tegenwerking te helderder in het licht gekomen, en alles doet voorzien, dat de groote scheepvaart in het jaar 1866 den regtstreekschen weg naar *Indië* voor haar geopend zal vinden.

Aan onze Regering komt de eer toe, in het mogelijke vooruitzigt van voltooijing der doorsnijding, de gevolgen dier groote gebeurtenis op den wereldhandel met naauwgezetheid te hebben doen onderzoeken †).

De Koning benoemde daartoe, 10 Julij 1856, eene Commissie, die den 11den Januarij 1859 een breedvoerig Verslag uitbragt, dat op kosten der Regering werd uitgegeven en waarvan in 1860 te *Parijs* eene Fransche vertaling verscheen §).

---

*) Zie de korte omschrijving dier plegtigheid in mijne *Reizen*, bl. 560.

†) Kon Besluit van 10 Julij 1856, No. 61.

§) *Verslag over de vermoedelijke gevolgen der doorgraving van de landengte van Suez voor den Handel en de Reederijen van Nederland.* Te 's Gravenhage, bij VAN WEELDEN EN MINGELEN. 1859.

Percement de l'Isthme de Suez. Rapport de la Commission Hollandaise sur les consequences du percement de l'Isthme de Suez. Documents publiés par FERDINAND DE LESSEPS, *au nom du Conseil d'administration de la Compagnie universelle du Canal maritime de Suez.* Cinquième Série. Paris, chez HENRI PLON, Editeur. 1860.

„Hoogst belangrijk, maar tevens hoogst moeijelijk,” (zoo zeide die Staats-Commissie bij den aanhef van haar Verslag) „was de taak haar opgdragen, hoogst belangrijk, want hier is sprake van eene gebeurtenis, die volgens veler gevoelen eene volslagene omwenteling zal te weeg brengen in den handel en de zeevaart van het meerendeel der volken; hoogst moeijelijk, want de gebeurtenis, waarover ons onderzoek geloopen heeft, behoort nog tot de onzekere toekomst, en binnen de jaren die ons nog van hare vervulling scheiden, kunnen andere omstandigheden zich voordoen, en nieuwe feiten zich ontwikkelen, wier invloed op den toestand der handelswereld door niemand vooraf berekend kunnen worden.”

De toen nog onzekere toekomst is echter sedert dien tijd zeker geworden, en wij naderen meer en meer de gebeurtenis, tegen de gevolgen waarvan het pligt is ons te wapenen.

Wat was in groote trekken, het besluit der Nederlandsche Staats-Commissie ten opzigte van de Nederlandsche belangen?

„Wij bewonderen,” zoo zegt de Commissie blad 94 van haar verslag, „het grootsche van het denkbeeld, en erkennen dat zijne verwezenlijking voor het wereldverkeer in het algemeen eenen allerbelangrijksten en weldadigen invloed, zoo zedelijk als stoffelijk, kan hebben; maar wij meenen toch dat ons vaderland geenszins onder de meest begunstigde landstreken zal kunnen geteld worden; ja, dat er zelfs voor Nederland veel wijsheid, moed en volharding vereischt zal worden, om aan de onmiddellijke nadeelen. die uit de bedoelde gebeurtenis kunuen voortvloeijen, het hoofd te bieden.”

„Wat zich echter voor het algemeen," (zoo zegt de Commissie verder:) „onder gunstige voorteekenen vertoont, „mag men niet anders dan uit een algemeen oogpunt be- „oordeelen; kleingeestig en vruchteloos zou het zijn, zich „uit plaatselijk belang tegen den algemeenen vooruitgang „te kanten of zelfs met onverschilligheid daarop neder te „te zien. De vooruitgang, wanneer hij in den eisch der „tijden ligt, zal zijnen loop hebben, wie er zich ook te- „gen verzette; en verstandig doet hij, die, in het vooruit- „zigt, bij tijds maatregelen neemt om de hem dreigende „nadeelen, kan het zijn, af te wenden, en zoo mogelijk „nog wel in voordeel te doen veranderen, door met ge- „zonden zin, „„als het tij verloopt, de bakens te verzet- „„ten.""

Dit was, mijns inziens, eene zeer praktische redenering, en ik heb die gevoelens in der tijd met overtuiging mede onderschreven.

Kort en zaakrijk heeft gezegde Staats-Commissie de middelen zamengetrokken, die, buiten de maatregelen door de regering te nemen, waarvan het bespreken hier buiten mijne taak ligt, door de Nederlandsche handelaren en reeders kunnen genomen worden, om bij eene doorgraving van de landengte van Suez, voor Nederland het aandeel in handel en scheepvaart te behouden en zelfs te vergrooten. Zij kwamen hierop neder (zie bl. 100 van haar Verslag).

a. Zamenwerking van kapitalen, om de concurrentie tegen magtige mededingers met energie en kracht vol te houden, en industrie op groote schaal te ondernemen.

b. Uitbreiding van het stoomvermogen bij de Nederlandsche handelsvloot, reeds dadelijk met beleid en

kracht aan te vangen, ten einde, wanneer het oogenblik daartoe zal zijn aangebroken, ook daarin ter medinging gereed te zijn.

c. Vestiging van handelshuizen in vreemde havens.

Het hier sub *b.* genoemde verdient, volgens mijn gevoelen, de ernstigste overweging. Uitbreiding van het stoomvermogen bij de Nederlandsche handelsvloot is, naar mijn gevoelen het krachtdadigste middel, om dreigende concurrentie van anderen het hoofd te bieden, en de voordeelen van den verkorten weg naar Indië deelachtig te worden. Ik heb het meermalen bij verschillende gelegenheden gezegd, en ik moet hier de woorden herhalen, die ik daaromtrent in 1857 ook in Uwe vergadering uitsprak: *)

„De schroef door stoom gedreven, doorklieft binnen weinige jaren alle zeeën der wereld. Hulpstoomvermogen met zeilvaart gepaard, beantwoordt in het vervolg aan al de vereischten van snelheid, van zekerheid en van weinige kostbaarheid."

De opening van den verkorten waterweg naar Indië wordt door den drang der tijden gevorderd; zij kan in geen geval meer worden tegengehouden; zij is betrekkelijk nabij, zij verlevendigt nieuwe en rijke uitzigten voor alle oorden der wereld, want ook dit heb ik bij eene andere gelegenheid †) opgemerkt; op den nieuwen weg naar *Indië* doen zich nog andere uitzigten op, dan de verkorting van dien weg op zich zelf; uitzigten, waardoor de handel een ruim veld kan vinden, om nieuwe bronnen van welvaart voor het vaderland te openen. De oevers van de *Roode zee,*

---

*) Gewone Vergadering van de Natuurk. Afd. der Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, van 28 November 1857.

†) *Reizen naar de Landengte van Suez, Egypte enz.* bl. 192.

vooral langs de Afrikaansche kust, zijn nog weinig bekend; de binnenlanden van *Afrika*, een geheel werelddeel vol van de rijkste voortbrengselen, ligt daar voor allen open. Nieuwe betrekkingen kunnen daar aangeknoopt en nieuwe werkzaamheden kunnen daardoor in den handel opgewekt worden.

Dat *Engeland* en *Frankrijk* die belangen in het vooruitzigt der doorgraving reeds hebben ingezien, bewijzen zij door hunne nederzettingen langs den nieuwen waterweg, in en langs de *Roode zee.*

Moge *Nederland,* dat zich nu binnen weinige jaren in eene verbeterde gemeenschap met de zee, en in eene ruime spoorwegen-verbinding met zijne naburen zal mogen verheugen, dan toezien, om nog tijdig genoeg al de in zijne magt staande middelen aan te wenden, om door eene ruimere toepassing van stoomkracht op de zeevaart, en door het openen van nieuwe bronnen voor den handel langs den verkorten weg naar Indië, van dien weg tot zijn voordeel gebruik te kunnen maken!

Een moedige ondernemingsgeest, gepaard met onvermoeiden ijver, volhardende werkzaamheid en heldere inzigten, gesteund door vertrouwen op de wetenschap, gevoed door groote kapitalen, zijn daartoe noodig; maar deze leiden ook tot die magtige krachtsontwikkeling. die de welvaart van het vaderland op een vasten grondslag kan verzekeren.

MEDEDEELING

AANGAANDE EEN BLOEIJEND EXEMPLAAR VAN

ENCEPHALARTOS ALTENSTEINII LEHM. ♂

UIT DEN

KRUIDTUIN TE AMSTERDAM.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

In den loop des jaars 1862 bloeiden in den kruidtuin alhier twee exemplaren van *E. Altensteinii*, een mannelijk en een vrouwelijk (zie *Versl. en Meded.*, Deel XV. p. 57). In de volgende regelen vindt men aangaande eerstgenoemd exemplaar eenige bijzonderheden medegedeeld, die, naar het mij voorkomt, niet van belang zijn ontbloot *).

Het mannelijk exemplaar van *E. Altensteinii*, waarvan

*) Het spreekt van zelf, dat bekende zaken in deze mededeeling niet worden aangeroerd. Ik had gewenscht ook van het vrouwelijk exemplaar te dezer plaatse iets te kunnen zeggen; de lange tijd echter, dien de vrouwelijke kegels schijnen noodig te hebben om te rijpen, noopt mij dit voornemen tot later uit te stellen. Op dit oogenblik zijn die kegels nog altijd gesloten.

ik zoo even gewaagde, werd het eigendom van den Amsterdamschen kruidtuin in 1850, in welk jaar het op de veiling van planten, nagelaten door wijlen Z. M. Koning WILLEM II, te 's Hage werd aangekocht. Men vindt het in den Catalogus dier veiling (uitgegeven bij J. G. LA LAU te Leiden) vermeld sub N° 201 op bl. 15.

Wijlen de Hoogleeraar DE VRIESE, met de zamenstelling van dien Catalogus belast, gaf toen omtrent het bedoelde exemplaar de volgende inlichting: „Hauteur de la plante entière 2.5 m. Cet individu d'une espèce de Cycadées toujours rare encore dans les jardins, se recommande par un grand développement, qui lui permet de produire des fleurs. L'inflorescence mâle à trois cônes de cet individu, telle qu'elle s'est montrée en 1846, a été décrite et figurée par Mr. DE VRIESE dans son ouvrage que nous venons de mentionner" (*Descriptions et figures des plantes nouvelles et rares du jardin de l'université de Leide et des autres jardins des Pays-Bas*, Arnz et C°. 1847).

Blijkens de mededeeling, voorkomende in het zoo even vermelde plaatwerk van den Hoogl. DE VRIESE, hadden de onderdeelen van ons mannelijk exemplaar in 1846 de volgende afmetingen:

	Meters
Stam hoog.	0.60
„ in middellijn.	0.45
Bladen (30 in getal en elk met p. m. 50 juga) lang.	1.50
Conus A (de meest ontwikkelde) met den steel lang.	0.50
„ in middellijn.	0.12
Steel van dien conus afzonderlijk lang.	0.11
„ „ „ „ „ in middellijn .	0.04
Schubben van dien conus lang . . . . 0.25 —	0.30
„ „ „ „ breed	0.20

In 1862, dus 16 jaar later, vond ik voor hetzelfde exemplaar, terwijl het met twee mannelijke kegels getooid was, de volgende afmetingen:

	Meters.	
Stam hoog	0.70	
〃 in middellijn	0.38	
Bladen (66 in getal en elk met 55—60 juga) lang . . .	1.90	
Conus A (de meest ontwikkelde) met den steel lang . . .	0.59	
Dezelfde in middellijn	0.12	
Steel afzonderlijk lang	0.13	
〃 〃 in middellijn .	0.04	
Schubben van dien conus lang .	0.04	(waarvan 23streep voor het pars antherigera en 17 voor den snavel).
〃 〃 〃 〃 breed .	0.20	

Uit eene vergelijking van deze twee opgaven blijkt, dat van ons exemplaar in 16 jaar:

	Meters.
1°. de stam was toegenomen in lengte	0.10
2°. 〃 〃 〃 afgenomen in middellijn. . . .	0.07
3°. de bladen (vermeerderd met 36 stuks) waren toegenomen in lengte	0.40

en verder

4°. dat de grootste onzer mannelijke kegels 9 centim. langer was dan de krachtigste van de drie, welke zich vóór 16 jaar ontwikkelden.

Wat sedert lang bekend was, bevestigt zich dus ook weder uit onze uitkomsten, nl. dat de Cycadeeën uiterst langzaam in lengte toenemen. Ik vond voor 16 jaar een verschil van 1 decim., d. i. dus eene lengte-aanwinst van $6\frac{1}{4}$ millim. per jaar.

Dat ons exemplaar van *E. Altensteinii* in 1862 een grooter aantal bladen droeg dan in 1846, en dat verder die bladen langer en met meer foliola bezet waren, kan, met het oog op den toegenomen ouderdom onzer plant, geen bevreemding baren. Wel echter zou men, naar aanleiding van de sub 2 vermelde uitkomst, de vraag kunnen opperen, of de stam der Cycadeeën met het toenemen der jaren slanker of dunner wordt? Ik heb mij zelven die vraag ook voorgelegd, en naar gegevens gezocht, welke mij hare beantwoording mogelijk zouden kunnen maken. Mijne pogingen waren echter vruchteloos. Eene enkele bijdrage ter oplossing der vraag werd mij door het meten van een anderen Cycadeeënstam uit onzen hortus gegeven, nl. dien van *Cycas inermis* LOUR., waarvan de lengte en middellijn in 1849 door den Hoogleeraar MIQUEL werden te boek gesteld (*Analecta bot. Ind.*, II. 29).

MIQUEL dan vond voor dien stam (in 1849).

		Meters.
eene lengte van	$3\frac{1}{2}$ Par. voet =	1.1375
eene middellijn van	10 — dm. =	0.270

en ik zelf (in 1863)

	Meters
eene lengte van	1.200
eene middellijn van.	0.255

uit welke opgaven blijkt, dat die stam in den tijd van 14 jaar 0.0625 meters (d. i. pl. minus $4\frac{1}{2}$ millim. per jaar) in lengte toe-, en 0.015 meters in middellijn afge-

nomen is. Zonder nu aan deze opgaven meer waarde toe te kennen dan zij inderdaad verdienen, geloof ik toch, dat daaruit ten minste kan worden afgeleid, dat de stam van onzen *Cycas inermis* in 14 jaar tijds in dikte niet is toegenomen. Hetzelfde zou nu ook in 16 jaar voor onzen *E. Altensteinii* het geval hebben kunnen zijn. Of echter de uitslag mijner metingen bij *C. inermis* ons het recht geeft aan te nemen, dat het voor de middellijn van *E. Altensteinii* door DE VRIESE opgegeven cijfer juist is, dit zoude ik voorloopig meenen te mogen betwijfelen; het groot verschil tusschen de door hem en mij gevonden waarden doet het mij waarschijnlijk voorkomen, dat er in zijne opgave eene fout is ingeslopen.

Het verschil in lengte tusschen de in 1846 en 1862 door onze plant voortgebrachte kegels bedroeg 9 centim., en wel, meer in 't bijzonder, 7 centim. voor den eigenlijk gezegden kegel, en 2 centim. voor den steel. Verschil in middellijn tusschen de vroegere en tegenwoordige kegels werd niet opgemerkt. Met de forschheid der plant was dus ook de lengte der kegels toegenomen, hoewel aan den anderen kant niet mag worden voorbijgezien, dat onze plant in 1862 slechts 2, in 1846 daarentegen 3 kegels te voeden had.

Het mannelijk exemplaar van *E. Altensteinii*, waarop de hierboven meêgedeelde bijzonderheden betrekking hebben, werd door DE VRIESE, wegens de rosse haren, waarmeê vooral de top des stams bedekt was, als eene verscheidenheid der eigenlijke soort beschouwd (deze toch heeft een onbehaarden stam), en daarom var. *eriocephala* geheeten. Tot op dit oogenblik is de bedoelde bijzonderheid ons exemplaar bijgebleven, zoodat zij wel standvastig schijnt te zijn.

De foliola, welke reeds in 1846 de aandacht trokken door hun betrekkelijk gaven rand, en door DE VRIESE beschreven werden als „foliola integerrima, in superiore

margine rarissime 1-2 dentata, spinosa, in inferiore 1-2, paucissimis 3 aculeato-dentatis", zijn in dit opzicht niet veranderd, hetgeen trouwens in overeenstemming is met de meening, door MIQUEL uitgesproken in zijn nieuwste geschrift over de Cycadeeën (*Prodromus Systematis Cycadearum* 1862), dat nl. de foliola van *E. Altensteinii*, althans aan hun bovenrand, des te gaver zijn, naarmate zij aan oudere voorwerpen toebehooren. — Het naar de gaafheid zijner foliola door MIQUEL in zijne *Monographia Cycadearum* als var. *semidentata* beschreven (vroeger door DE VRIESE in het *Tijdschr. voor Nat. Gesch. en Phys.*, T. V. p. 188, als eene afzonderlijke soort — *E. Marumii* — aangehaald) exemplaar van *E. Altensteinii*, dat oorspronkelijk aan den welbekenden physicus VAN MARUM had toebehoord, en na diens dood naar den Amsterdamschen kruidtuin was overgegaan, is dáár voor eenige jaren gestorven, zoodat het „nunc adhuc exstat in Hort. Amstelod." (MIQUEL, *Prodr. Syst. Cycad.* p. 22) daarop helaas! niet meer van toepassing is.

Dat de kegels van *E. Altensteinii* zeer langzaam groeijen, zoo als door LEHMANN en MIQUEL reeds werd opgemerkt, daarvan heb ook ik de overtuiging gekregen. De twee kegels van ons mannelijk exemplaar werden, als twee ongewone verhevenheden, het eerst opgemerkt in April 1862 en wierpen eerst in October van datzelfde jaar hun stuifmeel uit, zoodat zij 7 maanden voor hunne volkomen ontwikkeling noodig hadden. Het verdient opmerking, dat het mannelijk exemplaar van *E. Altensteinii*, 't welk in 1844 in den kruidtuin te Hamburg bloeide, eveneens in October zijn stuifmeel uitstrooide.

De beide kegels van het vrouwelijk exemplaar werden het eerst in Mei 1862 opgemerkt, en zijn op dit oogenblik (13 Mei 1863) nog altijd gesloten. Sedert hun eerste verschijnen is dus een jaar verloopen. Zoodra de ont-

sluiting dier kegels heeft plaats gehad, hoop ik ook hen-aangaande het een en ander te kunnen mededeelen.

De beschrijvingen en teekeningen, door LEHMANN, MIQUEL en DE VRIESE van de mannelijke kegels van *E. Altensteinii* en hunne onderdeelen gegeven (zie LEHM., *Pugill.*, VI. p. 11—13, Tab. III, IV; MIQ., *Monogr.*, p. 51, *Epicr.*, p. 297, *Linnaea*, XIX. p. 420, Tab V. B. *a-d*, *Prodr. Syst. Cycad.*, p. 22; DE VRIESE, *Ned. Kruidk. Archief*, I, p. 168, *Descript. et fig.*, Fasc. I, pl. 1 en 2 en Fasc. II, pl. 10) maken het overbodig deze organen op nieuw in bijzonderheden na te gaan, vooral daar die beschrijvingen en teekeningen ook op ons exemplaar volkomen van toepassing zijn. Slechts op eene enkele bijzonderheid, die ik in de bovenaangehaalde verhandelingen niet vermeld vond, wensch ik te dezer plaatse de aandacht te vestigen.

Zij betreft n.l. de *rangschikking* van de met helmknoppen bezette schubben aan de as, waarop zij bevestigd zijn. Het is, reeds bij den eersten oogopslag, duidelijk, dat deze rangschikking eene spiraalswijze is, maar het valt eveneens in het oog, dat de hoek van divergentie der schubben niet onmiddellijk kan worden aangegeven. Daartoe dient men een omweg te maken, hierin bestaande, dat men — zoo als zulks voor zeer talrijke en dichtopeengehoopte werktuigen gebruikelijk is — de links en rechts gewonden secundaire spiralen bij elkander telle, en de zóó verkregen som als den noemer beschouwe eener breuk, voor welke de teller uit de welbekende normale breukenreeks ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{13}$ enz.) kan worden afgeleid.

Bij onze beide mannelijke kegels nu van *E. Altensteinii* vond ik de schubben in 5 linksche en 8 rechtsche spiralen langs de centrale spil bevestigd, te zamen uitmakende 13 spiralen, en bleek het mij dus, dat de breuk $\frac{5}{13}$ als diegene kon worden aangemerkt, waardoor de rangschikking dier schubben zoo juist mogelijk werd aangeduid. In over-

eenstemming met die 13 spiralen, trof ik aan den steel der kegels ook 13 vlakke zijden aan, waarvan sommige naakt, andere met een kort grijs vilt bedekt waren. De hoek van divergentie der mannelijke schubben van *E. Altensteinii* kan dus op 146° 9′ 14″ geschat worden. Nog zij vermeld, dat ik in iedere linksche spiraal 75, en in iedere rechtsche 48 schubben aantrof, zoodat het totaal der schubben van een en denzelfden kegel p. m. 759 bedroeg.

Ten slotte voeg ik hier nog twee opmerkingen bij, die wel is waar beter in eene anatomische verhandeling onzer plant zouden te huis behooren, doch die ik toch even wensch aan te stippen. De eerste is deze, dat de wanden der helmknoppen van *E. Altensteinii* geene spiraalcellen bevatten en dat desniettegenstaande hun openen en sluiten door uitdrooging en bevochtiging kan worden te weeg gebragt. In de plaats van spiraalcellen trof ik dikwandige ongestippelde (?) cellen aan. Uit deze waarneming, geheel in overeenstemming met eene andere van PURKINJE, betrekking hebbende op *Zamia media* (*De cellulis antherarum fibrosis*, 1830. Tab. I, fig. 1) blijkt, dat de spiraalbanden in de cellen van de wanden der helmknoppen niet, zoo als men dit wel eens vindt voorgesteld, voor het openspringen dier werktuigen onvoorwaardelijk noodig zijn.

De tweede opmerking is deze, dat het weefsel der schubben, waardoor de helmknoppen bij *E. Altensteinii* gedragen worden, uitmuntend geschikt is om de juistheid van WIGANDS meening, dat het bassorine geen afscheidingsproduct is, maar uit gedesorganiseerde cellen ontstaat (PRINGSHEIM's *Jahrbücher für wissenschaftl. Bot.*, III, p. 115), nevens de door hem zelven aangehaalde voorbeelden te staven.

E. Altensteinii werd het eerst onder dien naam beschreven en in niet bloeijenden toestand afgebeeld door LEHMANN

te Hamburg in 1834 (*Pugill.*, VI. p. 11—13, Tab. III, IV). De eerste bloeijende, zoowel mannelijke als vrouwelijke, exemplaren werden door denzelfden geleerde in den Hamburger kruidtuin waargenomen in 1844 (*Bot. Zeitung*, 1844, p. 863) en, wat de afmetingen betreft, kort beschreven. Eene afbeelding van een gedeelte des mannelijken kegels van een dier exemplaren — de eerste, die van zulk een conus gegeven werd — vindt men in MIQUELS *Collectanea ad Cycadearum cognitionem* (*Linnaea*, Tab. XIX). Naar een gedroogd voorwerp vervaardigd, laat echter die teekening veel te wenschen over. Eene naar het leven ontworpen en gekleurde, zeer fraaije, doch alleen wat den steel betreft minder gelukkig geslaagde, afbeelding van een zelfden mannelijken kegel gaf DE VRIESE in zijne *Descr. et Fig.* (Pl. I). In hetzelfde werk vindt men (Pl. I rechts) eene afbeelding van een gedeelte eens vrouwelijken kegels naar een gedroogd exemplaar uit den Hamburger kruidtuin. Eene naar het leven ontworpen teekening van een dergelijken vrouwelijken kegel werd voor ons door den Heer GEIKEMA vervaardigd naar het exemplaar van den Amsterdamschen Hortus, waarvan hierboven gewaagd werd. Ik hoop deze teekening aan mijne later aangaande dat exemplaar voor te dragen mededeeling te kunnen toevoegen.

Amsterdam, 13 Mei 1863.

OVER DE BETEEKENIS

DER

VERHEVENHEDEN AAN DE OPPERVLAKTE DER ZADEN

VAN

STRYCHNOS NUX VOMICA *L.*

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Bij het gebruiken van O. BERG's *Pharmazeutische Waarenkunde* (2ᵉ. Ed, 1857, p. 440 en 3ᵉ Ed., 1863, p. 484) en van zijne *Darstellung und Beschreibung sämmtlicher in der Pharmacopoea Borussica aufgeführten offizinellen Gewächse* (Heft 13, A° 1860), trof het mijne aandacht, dat deze S. zich zelven in de verklaring van den aard der verhevenheden, welke zich aan de oppervlakte der braaknoten of kraanoogen (*Nuces vomicae* of *Semina Strychni*) vertoonen, niet gelijk bleef, integendeel, bij elk der hierboven opgesomde drie gelegenheden, die hem werden aangeboden om zijne meening aangaande de onderwerpelijke zaak kenbaar te maken, het tegendeel verkondigde van wat hij bij eene vroegere gelegenheid gezegd had.

Zoo verklaarde hij in de 2ᵉ editie zijner *Waarenkunde* (1857), dat de *navel* (hilus) der braaknoten door de kleine

verhevenheid in het midden harer buikvlakte, het *vaatmerk* (chalaza) daarentegen door die aan haar rand aangeduid wordt; in zijne *Darstellung* (1860) omgekeerd, dat de *navel* aan den rand en het *vaatmerk* in het midden der buikvlakte gelegen is, terwijl men eindelijk in des S. laatste geschrift, d. i. de 3e uitgave zijner *Waarenkunde* (1863), de meening, reeds in 1857 voorgestaan, op nieuw voorgedragen, en die van 1860 verlaten vindt. De verheven lijn, die de uitwassen aan den rand en in het midden der buikvlakte bij de braaknoten vereenigt, wordt door BERG overal met den naam van *raphe* bestempeld.

Reeds in mijne *Aanteekeningen op de Pharmac. Neerl.* trachtte ik op theoretische gronden aan te toonen, dat de door BERG in de 2e uitgave zijner *Waarenkunde* *) voorgedragen leer de ware niet zijn kon. Als antwoord echter op mijne bedenking antwoordde de S. eenigen tijd later in zijne kritiek op mijne *Aanteekeningen* (zie *Bot. Zeitung* van MOHL en SCHLECHTENDAL, Jaarg. 1858), dat hij tot het aannemen van het bestaan eener raphe bij de braaknoten gekomen was, doordien hij 1° in zeer jeugdige, op spiritus bewaarde, ovaria van *Strychnos Nux vomica* eitjes had aangetroffen, welke door eene korte navelstreng gedragen werden, en 2° bij dezelfde eitjes te vergeefs gezocht had naar de verheven streep, welke bij rijpe zaden uit het centrum naar den omtrek loopt; twee gegevens, waaruit hij meende te mogen afleiden, dat later (door eene gedeeltelijke omwenteling van het eitje?) de korte navelstreng met de zaadhuid vergroeijen, en op die wijze eene raphe vormen zou.

Ik ben later op de zaak in quaestie niet teruggekomen, maar wensch daarover, naar aanleiding van de hierboven

---

*) Zijne beide andere werken hadden toen ter tijde het licht nog niet gezien.

vermelde redenen, thans nog een enkel woord in het midden te brengen.

Nadat ik de tegenstrijdigheid in de duiding van de verhevene plaatsen aan de oppervlakte der nuces vomicae in drie van BERG's kort na elkander in 't licht verschenen werken had opgemerkt, poogde ik allereerst tot de kennis der waarheid te geraken, door eene reeks van Schrijvers, zoowel kruidkundigen als pharmacologen, wier geschriften mij ten dienste stonden, op het punt in quaestie te raadplegen. Dit onderzoek werd echter door geen gunstigen uitslag bekroond, daar ik tot mijne teleurstelling telkens op gebrek aan overeenstemming stuiten moest. Zoo vond ik o. a. dat LINDLEY (*Vegetable Kingdom*, 1853, p. 602. Loganiaceae), ENDLICHER (*Genera Plantarum*, p. 575 onder Strychnos), BLUME (*Rumphia*, I. p. 67 onder Strychnos Tieuté), SCHROFF (*Lehrbuch der Pharmacognosie*, 1852, p. 251), GUIBOURT (*Histoire des drogues simples*) en PEREIRA (*Elements of Materia medica*, 1850, p. 1480 onder Strychnos Nux vomica), even als BERG in zijne *Waarenkunde*, den navel der braaknoten in het midden der buikvlakte zoeken, terwijl SCHLEIDEN (*Handbuch der Pharmacognosie*, 1857, p. 389) en BERG (*Darst. u. Beschr.*) als zoodanig de verhevenheid aan haar rand beschrijven; dat LINDLEY, ENDLICHER, BLUME en SCHROFF de chalaza onder den navel, BERG (*Waarenkunde*), PEREIRA en GUIBOURT haar aan den den rand, BERG (*Darst. u. Beschr.*) en SCHLEIDEN eindelijk haar in het midden der buikvlakte doen plaats nemen; ten slotte, dat LINDLEY, ENDLICHER, BLUME en SCHROFF geen van allen van eene raphe gewagen, terwijl PEREIRA, SCHLEIDEN, BERG en GUIBOURT dien naam wel degelijk bezigen, en hem toepassen op de verheven streep, die het midden der buikvlakte met de uitpuilende plaats aan den rand vereenigt. In één enkel punt komen de genoemde Schrijvers allen met elkander overeen, namelijk in de bepaling van de plaats

der micropyle. Als zoodanig noemen allen dat plekje aan den rand der zaadhuid, waaronder de top van het worteltje gelegen is *).

Uit het hierboven medegedeelde blijkt, dat er drie verschillende meeningen bestaan ten opzichte van de beteekenis der verheven plaatsen aan de oppervlakte der braaknoten, waarvan het volgend tabellarisch overzicht zou kunnen gegeven worden.

I. Navel in 't midden der buikvlakte. Chalaza onder den navel (niet zichtbaar). Geene raphe. (*Semina amphitropa.*) LINDLEY, ENDLICHER, BLUME, SCHROFF.

II. Navel in 't midden der buikvlakte. Chalaza aan den rand. Raphe aanwezig. (*Semina* . . . . . .?) PEREIRA, GUIBOURT, BERG (*Waarenkunde*).

III. Navel aan den rand. Chalaza in 't midden der buikvlakte. Raphe aanwezig. (*Semina semianatropa*). SCHLEIDEN, BERG (*Darst. u. Beschr.*).

Eene aandachtige overweging van de door PEREIRA, BERG en GUIBOURT voorgedragen beschouwing, vermeld sub II, leert ons, dat deze nimmer juist kan zijn. Zaden toch, bij welke de chalaza naast de micropyle, en de navel halverhoogte de zaadkorrel gelegen is, zijn niet bekend; en ofschoon ik nu aan deze opmerking geen grooter gewigt wensch toegekend te zien dan zij werkelijk verdient, zoo behoort toch ook in overweging genomen te worden, dat geene enkele Loganiacee zaden voortbrengt als die, welke door de hierboven genoemde Schrijvers bedoeld worden.

De door BERG voorgedragen en vroeger door mij in substantie medegedeelde verdediging zijner zienswijze kan hier geen gewigt in de schaal leggen, aangezien die ver-

*) De verhandeling over de Loganiaceae van BENTHAM in *The Journal of the proceedings of the Linn. Society*, Vol. I, bracht mij geene schrede verder tot de oplossing der quaestie.

dediging op geene waarneming, maar slechts op eene vooronderstelling gegrond is.

Er blijft ons dus over om de sub I en III vermelde zienswijzen nader te onderzoeken en tusschen deze eene keuze te doen.

Men zal mij wel willen toestemmen, dat, indien het hier bloot om eene keuze te doen was, er wel eenige reden zou bestaan om ons te scharen aan de zijde van hen, die de zaden van *Strychnos Nux vomica* amphitroop noemen. Immers mag het niet worden betwijfeld, dat mannen zoo als BLUME, die de gelegenheid hadden, de versche vruchten van deze of gene *Strychnos*-soort te onderzoeken, zich met genoegzame zekerheid overtuigd zullen hebben van de wijze, waarop de zaden in zulk eene vrucht met de navelstreng verbonden waren; en wanneer zulke waarnemers nu getuigen, dat zij dat orgaan zich in het midden der buikvlakte dier zaden zagen inplanten, dan zou zulks wel in staat zijn om ons eenig wantrouwen in te boezemen jegens eene uitspraak, die ons geheel iets anders leert, en, vergis ik mij niet, een uitvloeisel was van eene, zij het ook aandachtige, beschouwing van gedroogde zaden uit den handel. Ik wil echter nog eene schrede verder gaan, en trachten aan te toonen, dat SCHLEIDEN en BERG (*Darst. u. Beschr.*) inderdaad hebben misgetast.

Het komt mij voor, dat beide Schrijvers er toe geleid werden, de zaden van *Str. Nux vomica* als semianatroop te beschouwen, doordien zij in de verheven streep, die zich van het midden van eene der platte zijden dier zaden tot aan haar rand uitstrekt, eene raphe meenden te vinden: en waarlijk, indien deze opvatting juist ware, dan zoude er tegen de door hen voorgedragen meening niet veel kunnen worden ingebracht. Want, daar de raphe altijd gelegen is tusschen den navel en de chalaza, zoo zouden deze beide punten bij de braaknoten, bij 't bestaan eener raphe,

door de verhevenheden aan hare buikvlakte en aan haar rand worden voorgesteld, en zoude, naar aanleiding van onze aanmerking op de stelling, vermeld sub II, de navel nimmer aan de buikvlakte kunnen gelegen zijn, en er niets anders aan te nemen overblijven, dan dat deze plaats van aanhechting der navelstreng door de kleine verhevenheid aan den rand zou worden vertegenwoordigd.

Nu echter is het aan geen twijfel onderworpen, dat de zaden van *Str. Nux vomica* geene raphe bezitten. Ik heb mij daarvan door middel van het mikroskoop overtuigd. In eene raphe vindt men immer spiraalvaten, en deze organen nu worden in de verheven lijn aan de oppervlakte der braaknoten niet alleen gemist, maar daarenboven bleek het mij, dat die lijn uit niets anders dan eene dichte opeenhooping van haren bestaat, geheel overeenkomend met die, welke het zijdeachtige overtreksel van genoemde zaden helpen vormen, en dat zelfs de zaadhuid niets ter harer vorming bijdraagt.

Gaan wij nu van dit feit uit, dat nl. eene raphe bij de braaknoten niet aanwezig is, dan bestaat er geene enkele reden om de juistheid der opgaven van eenige der beroemdste systematici (BLUME, LINDLEY, ENDLICHER) — onder welken er althans één voorkomt, van wien men weet, dat hij de vruchten van sommige Strychnossoorten in loco onderzocht — die de zaden van *Str. Nux vomica* amphitroop noemen, m. a. w. hun navel in het midden der buikvlakte zoeken, in twijfel te trekken.

Ik houd mij dan ook overtuigd, dat men mij, na het hier boven meêgedeelde, wel zal willen toegeven, dat de beschrijving der braaknoten, zoo als die gegeven werd door SCHLEIDEN, BERG (zoowel in zijne *Waarenkunde* als in zijne *Darstellung*) en PEREIRA onnaauwkeurig is, en dat wij ons aan die der zoo even genoemde systematici behooren te houden.

Dat de kleine verhevenheid aan den rand der zaden van

Strychnos aan BLUME niet ontgaan was, blijkt ons uit zijne beschrijving in de Rumphia, alwaar wij lezen: „Semina.......... ventre hilo superficiali et margine cicatricula stomatis parumper prominente notata", en verder (onder *Strychnos ligustrina*): „Semina...... in latere convexo ventrali hilo superficiali, in dorsali depressione centrali, et in margine angusto attenuato papillâ minutâ embryotegâ notata". Inderdaad schijnt die uitpuiling niet anders dan de gezwollen rand van het exostomium te zijn.

Ten slotte nog een enkel woord over de haren, waaraan de braaknoten haar glans en hare gladheid verschuldigd, en die met hunne toppen naar buiten, en niet naar binnen gekeerd zijn, zoo als zulks door enkele pharmacologen werd aangegeven.

De zaadhuid der braaknoten bestaat uit twee werkelijk van elkander verschillende lagen, eene uit- en inwendige. De eerste, die verreweg het belangrijkst heeten mag, is zaamgesteld uit lange, aan haar voet min of meer kolfvormig gezwollen cellen, die van ter zijde oppervlakkig met elkander zamenhangen, eene liggende houding hebben, en dus dicht tegen de inwendige laag aangedrukt zijn. Het onderzoek dier cellen wordt gemakkelijk gemaakt door de braaknoten eerst in water te doen weeken, en daarna dunne doorsneden der zaadhuid onder het mikroskoop met bijtende potassa of zwavelzuur te behandelen. Hierbij zwellen die cellen aanzienlijk op, en wordt het terstond duidelijk, dat zij gedeeltelijk tot de net- en gedeeltelijk tot de spiraalcellen behooren, m. a. w. dat de secundaire lagen zich aan de binnenzijde van haar kolfvormig gezwollen voet in de gedaante van een net, en hooger op, in het smallere gedeelte, in den vorm van 6-8 of meer, van ter zijde naauw aaneensluitende banden hebben afgezet. Deze banden loopen in bijna loodrechte richting naar boven, en keeren aldaar óf om, als wanneer zij, zoo te zeggen, hun weg

in tegenovergestelde rigting vervolgen, óf vloeijen dáár ineen tot eene soort van schild, dat zich als een homogeen plaatje voordoet. Op enkele plaatsen zijn die banden gespleten of ook wel vertakt en door dwarsarmen met elkander verbonden. Alle banden zijn plat, tamelijk dik, homogeen, en vullen het cilindervormig gedeelte der cellen bijna geheel. Tusschen de normaal gevormde cellen vindt men er ook, die blijkbaar op een lager standpunt van ontwikkeling bleven staan; deze hebben eene onregelmatige of mutsvormige gedaante en behooren tot de netcellen.

Het zijn nu de hierboven beschreven normaal ontwikkelde cellen, die men gewoon is met den naam van *haren* te bestempelen. In de 2e uitgave zijner *Waarenkunde* (1857 p. 441) beging BERG de fout om de *banden*, welke in elke dier cellen voorkomen, als haren te beschouwen, natuurlijk ten gevolge daarvan, dat hij den primairen celwand, binnen welken die banden besloten zijn, over 't hoofd zag. Reeds in mijne *Aanteekeningen op de Pharm. Neerl.* maakte ik op deze fout opmerkzaam, en in de 3e uitgave derzelfde *Waarenkunde* wordt zij dan ook niet meer aangetroffen.

Er is echter nog een punt, waarin ik het niet met BERG eens ben, nl. in zijne opvatting van het verband, waarin de hier boven beschreven haarvormige cellen tot de dieper gelegen laag der zaadhuid staan. BERG doet het voorkomen alsof die haarvormige cellen eenvoudig uitgerekte cellen dier diepere laag zijn, terwijl ik het er voor houd, dat zij te zamen een zelfstandig overtreksel vormen, dat met de dieper gelegen laag niets te maken heeft. Ik steun hierbij vooral op de waarneming, dat de cellen, welke onder de zoogenoemde haren voorkomen, en in 5-6 boven elkaar geplaatste reeksen eene strook vormen van $\frac{1}{100}$ — $\frac{1}{70}$ millim. dikte, geene de minste overeenkomst met die haren aanbieden, integendeel, in elk opzicht — zoo-

wel in grootte, afbakening, richting der langste as als in kleur — daarvan verschillen; en verder, dat er tusschen de haren geene enkele cel van een ander maaksel voorkomt. Van daar dan ook dat ik vroeger van twee lagen gewaagde, waaruit de zaadhuid der braaknoten zou bestaan.

Het spreekt echter van zelf, dat een onderzoek van zeer vroege ontwikkelingstoestanden noodig zou zijn om een voldoend antwoord te geven op de vraag, of de oorspronkelijke vorm der haren aan de oppervlakte der braaknoten ook met dien der cellen van de dieper voorkomende laag punten van overeenkomst aanbiedt?

Mei, 1863.

OVER

DE GROEFJES (*FOVEOLAE*)

AAN DE

OPPERVLAKTE DER BLADEN

VAN

PLEUROTHALLIS, BULBOPHYLLUM EN STELIS.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

In WIEGMANN's *Archiv* 1838 beschreef MEIJEN voor 't eerst eene soort van trechtervormige indrukselen aan de oppervlakte der bladen van *Pleurothallis ruscifolia;* indrukselen, die, naar zijne meening, als plaatsvervangers der huidmondjes beschouwd moesten worden.

In denzelfden jaargang van hetzelfde *Archiv* (daaruit overgedrukt in zijne *Beiträge zur Botanik,* 1844, p. 5), toonde SCHLEIDEN de onjuistheid der bedoelde beschouwingswijze aan, en wel op grond van de overweging, dat de door MEIJEN beschreven groefjes geene ware openingen waren, waardoor vrije toegang tot de inwendige deelen der bladen zou worden verleend, maar zich veeleer voordeden als diepten, op eene zekere hoogte door een vlies afgesloten.

Nog eene andere, door MEIJEN medegedeelde en op de groefjes van *Pleurothallis* betrekking hebbende, bijzonderheid werd door SCHLEIDEN in een gewijzigd licht gesteld. Inderdaad vond laatstgenoemde, dat die groefjes niet bij voorkeur aan de boven- en slechts in zeer geringen getale aan de ondervlakte der bladen van *Pleurothallis* verspreid staan, maar òf aan beide oppervlakten even talrijk zijn, òf wel, aan de ondervlakte in grooter hoeveelheid voorkomen dan aan de bovenvlakte.

Eindelijk wees SCHLEIDEN er op, hoe MEIJEN twee belangrijke bijzonderheden in zijne beschrijving van de groefjes van *Pleurothallis* over 't hoofd had gezien, nl. 1°. dat de opperhuidscellen, waardoor die groefjes 't naast omgeven worden, op eene bijzondere wijze gerangschikt zijn, en 2°. dat de parenchymcellen, welke den voet der trechtervormige indrukselen — onmiddellijk onder de opperhuid — omringen, van alle andere, tot dat parenchym behoorende, afwijken, doordien zij, op de plaats harer vereeniging met de cellen dier groefjes, netvormig gestippeld zijn.

Eene verklaring van den waren aard der bedoelde indrukselen werd door SCHLEIDEN noch in WIEGMANN's *Archiv*, noch in zijne *Beiträge*, die zes jaar later (d. i. in 1843) het licht zagen, gegeven, hetgeen echter niet te verwonderen was, daar die verklaring alleen uit de ontwikkelingsgeschiedenis dier groefjes kon worden afgeleid, en voorwerpen tot zoodanig onderzoek den Schrijver ontbraken. Op grond echter van hetgeen hem vroeger bij de bladen van sommige Nymphaeaceeën, bij *Acrostichum alcicorne* en *Peperomia Peresciaefolia* voorgekomen was, uitte SCHLEIDEN het vermoeden, dat de groefjes van *Pleurothallis* te beschouwen zouden zijn als plaatsen, waarin vroeger een haar zoude zijn verborgen geweest.

In zijne *Wissensch. Botanik.*, II. p. 200 (1850), komt SCHLEIDEN in enkele regels nog eenmaal op de groefjes van *Pleurothallis* terug. Die regels bevatten echter niets nieuws; want mogt het daaruit, bij eene oppervlakkige lezing, ook al schijnen te blijken, dat het vroeger door den S. geuite en zoo even medegedeelde vermoeden bij hem tot zekerheid geworden was, toch laat eene aandachtige overweging dier regels de stellige overtuiging achter, dat daarin die bekentenis niet ligt opgesloten, daargelaten dat de S. van geene nieuwe waarnemingen gewag maakt, en de vroeger door hem gegeven teekening, overgenomen in onze Fig. 7, niet, als onnaauwkeurig, terugtrekt *).

Nieuwere mededeelingen ten opzichte van de groefjes aan de oppervlakte der bladen van *Pleurothallis* dan die van SCHLEIDEN zijn mij niet bekend; en het is om deze reden dat ik niet aarzel daarop nog eenmaal de aandacht te vestigen, en een beknopt verslag te geven van mijne eigene onderzoekingen aangaande dit onderwerp.

De soort van *Pleurothallis*, die mij de stof tot die onderzoekingen leverde, was *P. ophiocephala.*

---

*) SCHLEIDEN zegt in zijne *Grundzüge* woordelijk het volgende: „Häufiger noch sind Haare die aus einer cylindrischen Zelle bestehen, welche eine kugelförmige Endzelle trägt, und in einem Grübchen der Epidermis befestigt sind, welches sie fast ganz ausfüllen; auch sie werden oft zerstört und lassen täuschende Narben zurück. Immer zeigt die Epidermis in ihrer unmittelbaren Nähe einige Eigenheiten. Beispiele sind: die meisten Piperaceen (Piper obtusifolium) und viele tropische Orchideen (Pleurothallis ruscifolia)."

Het is blijkbaar, dat de voorbeelden, door den S aangehaald, en waartoe ook de meermalen genoemde Pleurothallis behoort, beschouwd kunnen worden als tot de laatste, even goed als tot de voorlaatste zinsnede te behooren. Waarom de S., als hij gewaagt van „viele tropische Orchideen" niet meer dan één enkel voorbeeld aanhaalt, en dan nog wel een zoodanig, dat vroeger herhaaldelijk dienst deed, is niet wel te begrijpen.

Aan de donkergroene glanzige bovenvlakte der bladen dezer soort ontdekt men met behulp van het vergrootglas op onregelmatige ($\frac{1}{2}$—1 of meer millimeters groote) afstanden van elkander, duidelijke indrukselen, niet grooter dan naaldeprikken, die nu eens een glanzig en dan weer een dof voorkomen hebben, en in het laatste geval met een vliezig lichaampje schijnen gevuld te zijn. Vooral aan den rand der bladen doen zich die indrukselen talrijker en meer op elkander gehoopt voor. Aan de ondervlakte derzelfde bladen daarentegen, vindt men mat-witte, zeer sterk op elkaar gedrongen, stippen op een mat-groen, bleeker veld. Slechts bij een zeer naauwkeurig onderzoek is het (met behulp eener loupe) mogelijk, tusschen die mat-witte stippen indrukselen of glanzig-witte stippen te onderscheiden. Uit een mikroskopisch onderzoek nu blijkt, dat al wat aan de *boven*vlakte der bladen onzer *P.* gevonden wordt, overeenkomt met de door MEIJEN voor 't eerst beschreven groefjes, en dat huidmondjes hier ten eenenmale ontbreken; verder, dat de mat-witte stippen der *onder*vlakte huidmondjes vertegenwoordigen, en dat de daartusschen verspreide indrukselen in alle opzichten met die der bovenvlakte overeenstemmen. *Pleurothallis ophiocephala* draagt dus, even als *P. ruscifolia,* groefjes aan beide zijden der bladen. Of eene dier zijden daarmede rijkelijker bedeeld is dan de andere, waag ik niet te beslissen. Het kwam mij voor, dat het aantal groefjes voor beide oppervlakten hetzelfde was.

Van boven gezien, doen de groefjes van volwassen bladen zich onder het mikroskoop meest voor als bruinachtige vlekken, die door hare ondoorschijnendheid het onderzoek van dieper gelegen lagen in den weg staan; soms echter ook als in onze Fig. 4, d. i. dus als een ondiep kanaal, waarvan de mond door een veelhoekigen dikken ring ingesloten is. Het is uit zulk een onderzoek niet op

te maken, of het kanaal open is en dus aan de lucht vrijen toegang tot het binnenste des blads verleent. Om hierover te beslissen zijn vertikale doorsneden noodig.

Zulk eene vertikale doorsnede nu ziet men in de Figuren 1 en 6. In gene ontdekt men bij *a.* het vliezige gekleurde lichaampje, hetwelk het bovenst gedeelte der groefjes meestal aanvult en het licht onderschept; terwijl Fig. 6 ons 't geval voorstelt, waarin dat lichaampje verloren ging, en alleen datgene overbleef, wat in het lagere gedeelte van het groefje vervat was. Het is uit deze Fig. 6, die ons eene doorsnede door 't midden van een groefje voorstelt, duidelijk, dat er uit dit laatste nergens eene opening naar het binnenste des blads voert; integendeel, dat er, even onder de oppervlakte der opperhuid, een schot voorkomt, — ook door SCHLEIDEN opgemerkt, en door hem *vlies* geheeten — hetwelk dat groefje afsluit, en dus alle overeenkomst tusschen haar en een huidmondje doet vervallen.

Tot hiertoe komt hetgeen ik waarnam in hoofdzaak met de beschrijving van SCHLEIDEN overeen. De vraag echter, welke de aard is van dat schot of vlies, en als hoedanig men dit te beschouwen hebbe, blijft mij nog ter beantwoording over. SCHLEIDEN heeft die vraag niet opgelost, niettegenstaande men geenszins jonge bladen noodig heeft om tot die oplossing te geraken en oude daartoe zelfs beter kunnen dienen. Wel zegt de S., dat de ruimte onder het vlies met ondoorschijnende stoffen gevuld was, en het onderzoek daardoor werd bemoeijelijkt; maar een paar regels later vermeldt hij zelf, dat die stoffen zich door aetherische oliën en andere oplossingsmiddelen lieten verwijderen; en hieruit mag men dus gerustelijk afleiden, dat de beantwoording der gestelde vraag wel had kunnen gegeven worden, maar — door welke omstandigheid dan ook — werd verzuimd. Ook de door SCHLEIDEN gegeven

teekening van de loodrechte doorsnede van een groefje van *Pl. ruscifolia* (zie onze Fig. 7) is niet in staat om de onderwerpelijke zaak op te helderen, en is, zoo als mij dan ook gebleken is, onjuist.

Uit mijne eigen waarnemingen nu is het mij gebleken, dat het door SCHLEIDEN met den naam van „vlies" bestempelde schot niets anders is dan de bovenwand eener cel, en niet, zoo als des genoemden Schrijvers teekening het aangeeft, een strookje van de cuticula; verder, dat die cel de grootste ruimte van het groefje vult; van ter zijde niet met de haar omgevende opperhuidscellen organisch vereenigd is, maar vrij staat; eindelijk, dat zij alleen aan haar voet met die opperhuidscellen ten naauwste zamenhangt (Fig. 1, 2, 6 *x*). Hoe jonger het blad was, dat ik onderzocht, des te dunner was ook de wand dier cel. Daarenboven vond ik de laatste bij oude bladen ledig — nooit met ondoorschijnende stoffen gevuld — bij jonge daarentegen altijd van een vloeibaren ongekleurden inhoud voorzien.

Uit het hierboven meêgedeelde, en beter nog uit mijne teekeningen (Fig. 1, 2, 6) kan dus het besluit getrokken worden, dat de bedoelde, aanvankelijk dun-, doch later dikwandige, cel niets anders is dan eene opperhuidscel; maar eene cel, die, bij wijze van een haar, sterk in de lengte uitgegroeid is, en daardoor boven de naast aangelegene opperhuidscellen uitsteekt.

Kiest men nu voor zijn onderzoek jonge in plaats van oude bladen, dan blijkt het (Fig. 2 en 3 *c.*), dat op de hierboven beschrevene nog eene andere cel rust, maar eene kogelronde, dunwandige, met een lichtgeel vocht gevulde en slechts tijdelijk aanwezige. Om haar bijzonder voorkomen en haar inhoud, zou men die ronde cel „klier" kunnen noemen, en zoo zou dan de blijvende en later dikwandige cel als de steel of de steuncel dier klier kunnen

worden aangemerkt. Ook uit deze bijzonderheid blijkt op nieuw, dat MEIJEN's denkbeelden aangaande de groefjes van *Pleurothallis* onjuist waren.

Is nu de kogelronde topcel gebersten of ineengeschrompeld, en donkerder, bruinachtig van kleur geworden, zoo als zulks bij volwassen bladen doorgaans wordt aangetroffen (Fig. 1 *a*), dan doet zich het geval voor, dat het geheele groefje met een vreemd lichaam gevuld schijnt en het van onder komend licht zoodanig onderschept wordt, dat een verder onderzoek van dieper gelegen deelen onmogelijk wordt. Dat SCHLEIDEN dit vreemde lichaam voor den inhoud der steuncel (*zijne* holte onder het afsluitend „vlies") gehouden heeft, komt mij waarschijnlijk voor.

Ofschoon nu het voortbrengen van haren of gesteelde klieren door de opperhuid volstrekt niet tot de zeldzaamheden, integendeel, tot de zeer algemeene verschijnselen in het plantenrijk behoort, zoo is het toch aan den anderen kant niet te ontkennen, dat daarmede bij *Pleurothallis* bijzonderheden gepaard gaan, die elders slechts schaars worden aangetroffen. Deze bijzonderheden bestaan daarin, dat de drie of vier cirkels van opperhuidscellen, die de gesteelde klier het naast omgeven, niet met de overige — verder afgelegene — zoo als zulks gewoonlijk het geval pleegt te zijn, in hetzelfde vlak liggen, maar eene soort van kom vormen, uit welker midden de steel der klier oprijst; en verder, dat de cellen, welke den diepst gelegen cirkel zamenstellen, en soms ook nog dien van den naar boven daaropvolgenden of nog hooger voorkomenden, veel kleiner dan al de overigen en daarbij sterk verdikt van wand en duidelijk gestippeld zijn. Deze beide bijzonderheden hebben ten gevolge, dat eene doorsnede, evenwijdig aan de opperhuid op de hoogte van de plaats, waar de basis der klierdragende cel tusschen de opperhuidscellen ingesloten is,

een voorkomen heeft als in onze Fig. 5, waar *p* ons dieper gelegen cellen van het bladparenchym, z. de dikwandige gestippelde opperhuidscellen van den diepst gelegen cirkel, en *x* den doorgesneden voet van den kliersteel voorstelt.

Vergelijkt men nu mijne teekeningen (Fig. 1, 2 en 6) met die van SCHLEIDEN (Fig. 7), dan is het duidelijk, dat het verschil tusschen beiden daarin bestaat:

1°. dat bij S. het schot van het trechtervormig groefje (*c*) zich voordoet als een strookje cuticula; bij mij daarentegen als de bovenwand eener cel.

2°. dat bij S. de ruimte onder het schot geen eigen wand heeft; terwijl zij zich in mijne teekening voordoet als het lumen eener op zich zelve staande cel, die door de opperhuidscellen ingesloten is, ja, wat meer zegt, tot de opperhuidscellen zelven behoort, zoo als door hare inplanting wordt aangetoond.

Ook ten opzichte van de parenchymcellen (Fig. 1 en 5 *p*.), welke onder de opperhuid gelegen zijn, wijken beide teekeningen van elkander af, waarbij men echter in het oog houde, dat SCHLEIDEN's teekening ons de vertikale doorsnede der onder-, en de mijne die der bovenvlakte van een blad voorstelt. Men vindt nl. onder de opperhuid der ondervlakte zeer duidelijke spiraal-, en onder die der bovenvlakte niet anders dan gestippelde cellen, en hiervan is dan ook het gevolg, dat het kontrast tusschen dat gedeelte (Fig. 7, *d*) van den wand der parenchymcellen, 't welk onmiddellijk met de dikwandige opperhuidscellen van het groefje in aanraking, en het andere (*e*), dat daarvan onafhankelijk is, veel sterker is bij de parenchymcellen der onder- dan bij die der bovenvlakte. Het bedoelde kontrast werd door SCHLEIDEN opgemerkt in een tijd, toen men de algemeenheid van het verschijnsel, waarbij de onderdeelen van den celwand van eene en dezelfde cel

in teekening verschillen al naar mate zij met elementen van verschillenden aard in aanraking komen, nog niet kende. En dit mag dan ook wel als de reden worden aangemerkt, dat SCHLEIDEN in zijn stukje over de groefjes van *Pleurothallis* op dat verschil zooveel gewigt legde, en het MEIJEN als een verzuim aanrekende, dat hij daarop de aandacht niet gevestigd had.

Uit al het bovenstaande leid ik dus af, dat bij *Pleurothallis* hetzelfde plaats heeft als bij de Nymphaeaas, sommige Peperomiaas, sommige Proteaceeën, enz., dat nl. de jeugdige opperhuid (der bladen) twee- (elders ook wel meer-) cellige haren of kliertjes draagt; dat van deze organen in later leeftijd de topcel verloren gaat; dat daarentegen de voetcel, wier basis duidelijk tusschen de cellen der opperhuid ingeschoven is, en die van laatstgenoemd orgaan dan ook een integrerend bestanddeel uitmaakt, achterblijft; eindelijk, dat die voetcel overal gesloten is, en dat het „vlies", waarvan SCHLEIDEN spreekt, niets anders is dan de bovenwand dezer laatste. — Opmerkelijk blijft het altijd, dat bij *Pleurothallis* (en andere Orchideeën [zie hier onder]) de voetcel altijd in een groefje der opperhuid verscholen is, aan welks vorming twee of meer cirkels van opperhuidscellen deelnemen, terwijl iets dergelijks noch bij de Nymphaeaas, noch bij de Peperomiaas, noch bij de Proteaceeën of andere op het punt in quaestie beschreven planten wordt aangetroffen.

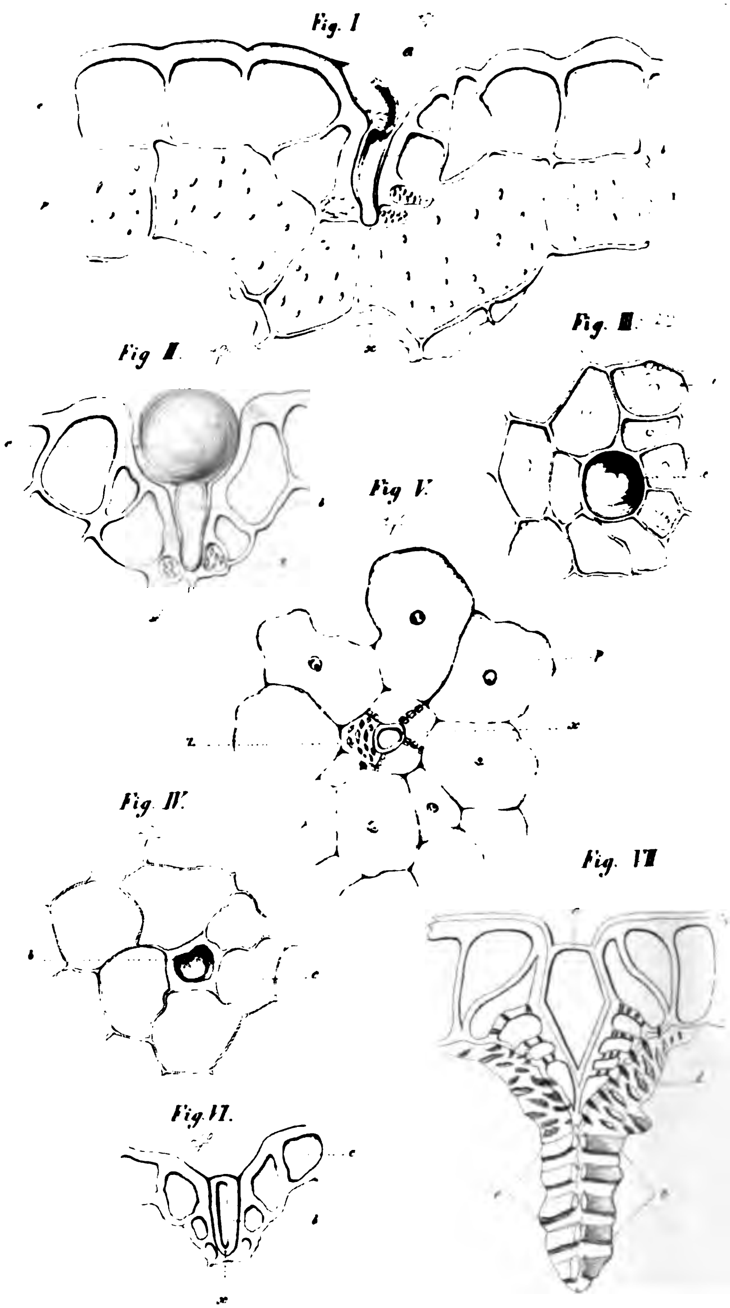
Behalve *Pleurothallis ophiocephala*, onderzocht ik ook *Bulbophyllum recurvum* en *Stelis micrantha*, op wier bladen ik, met behulp van het vergrootglas, dezelfde soort van allerfijnste indrukselen als bij *Pleurothallis* had waargenomen. Mijne verwachting, dat ik in beide gevallen eene struktuur der opperhuid zou aantreffen, overeenkomende met die bij *Pleurothallis*, werd geheel verwezenlijkt. Ik mag echter niet onvermeld laten, dat ik bij *Bulbophyllum*

geen enkelen krans van dikwandige gestippelde cellen aan den omtrek van het groefje waarnam, terwijl, omgekeerd, bij *Stelis* altijd één of twee dier kransen werden gevonden.

Het komt mij niet twijfelachtig voor, dat ook andere Orchideeën dan de genoemde de hier boven beschreven bijzonderheid in den bouw der opperhuid zullen vertoonen. Ook geloof ik dat het niet gewaagd is, aan te nemen, dat die bijzonderheid uitsluitend aan de familie der Standelkruiden eigen is. De groefjes toch, welke bij Nerium, Banksia en Dryandra worden aangetroffen, zijn van eene geheel andere beteekenis.

15 *Mei* 1863.

C. A. J. A. Oudemans, *Groefjes in de bladen van Pleurothallis.*



Lith. van W. B. van Houw. Amst

VERKLARING DER PLAAT.

Fig. 1. Loodrechte doorsnede van een groefje en het daaronder gelegen parenchym aan de bovenzijde eens volwassenen blads van *Pleurothallis ophiocephala*. (*a*. de ineengéschrompelde topcel der gesteelde klier; *b*. de voetcel derzelfde; *c*. de opperhuid; *p*. gestippelde parenchymcellen; *x*. dat gedeelte der voetcel, 't welk door de opperhuidscellen is ingesloten; *z*. dikwandige gestippelde opperhuidscellen).

Fig. 2 Loodrechte doorsnede van een groefje aan de bovenzijde van een jong blad van *P. ophiocephala*. (*b*. *x*. *z*. als voren; *c* de topcel of klier).

Fig. 3. Een stukje opperhuid van hetzelfde blad, benevens een groefje, van boven gezien (*c*. *e*. als voren).

Fig. 4. Een stukje opperhuid van een volwassen blad, benevens een groefje, van boven gezien (*b*. *e*. als voren).

Fig. 5. Horizontale doorsnede van het bladparenchym aan de bovenzijde van een blad van *P. ophiocephala*, op de hoogte van de inplanting van den voet des kliersteels tusschen de dikwandige gestippelde opperhuidscellen (*p*. *x*. *z*. als voren).

Fig. 6. Loodrechte doorsnede van een groefje aan de bovenzijde eens volwassenen blads van *P. ophiocephala* (*b*. *c*. *x*. als voren).

Fig. 7. Loodrechte doorsnede door een groefje aan de ondervlakte eens blads van *P. ruscifolia* (*c*. vlies, dat het groefje afsluit; *d*. gestippeld gedeelte der spiraalcellen, die onder de opperhuid liggen; *e*. spiraaldraden dezer cellen). [Naar SCHLEIDEN].

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 3den OCTOBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, C. A. J. A. OUDEMANS, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, N. W. P. RAUWENHOFF, J. BOSSCHA, M. C. VERLOREN, J. G. S. VAN BREDA, P. ELIAS, D. BIERENS DE HAAN, F. J. STAMKART, F. C. DONDERS, C. H. D. BUYS BALLOT, R. VAN REES. W. VROLIK, P. HARTING, R. LOBATTO, W. C. H. STARING, J. VAN GOGH, C. J. MATTHES, E. H. VON BAUMHAUER, J. P. DELPRAT, J. VAN GEUNS, J. VAN DER HOEVEN, G. E. V. SCHNEEVOOGT.

Het Proces-Verbaal der gewone vergadering van den 27sten Junij 1863 wordt gelezen, vastgesteld en goedgekeurd.

Worden gelezen brieven, waarmede de H.H. VAN KERKWIJK, KAISER en VAN HASSELT zich verontschuldigen, *wegens dienstbezigheden*, over het niet bijwonen dezer Vergadering. Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Heer ROEDER, gedagteekend Hanau, September 1863, waarmede, in naam van de Wetterauische Gesellschaft, het afsterven berigt wordt van den Director der Gesellschaft, Dr. CARL RÖSSLER, bijgenaamd LEOPOLD VON BUCH II. Dit berigt wordt met leedwezen vernomen.

Wordt gelezen een brief van den Heer WILLIAM ARCHER, *honorary secretary of the Dublin Natural History Society*, gedagteekend Dublin 26 Augustus 1863, waarin ruiling wordt voorgesteld der *Proceedings* van genoemd genootschap met de *Verslagen en Mededeelingen* der Akademie.

Wordt gelezen een brief van Dr. RENARD (Moscou, $\frac{26 \text{ Julij}}{7 \text{ Aug.}}$ 1863), waarmede de toezending wordt berigt der eerste Aflevering van de *Copies photographiées des miniatures des manuscrits grecs conservés à la bibliothèque synodale de Moscou*, uitgegeven op kosten van het Openbaar Museum te Moscou. Als tegengeschenk worden de werken der Akademie verlangd.

Wordt gelezen een brief van den Secretaris der *Anthropological Society*, te Londen (Londen, 15 Augustus 1863, 4 St. Martin's place), waarin om ruiling verzocht wordt der werken van de Akademie tegen die van genoemd genootschap. — Voorts wordt verzocht, dat iemand te Amsterdam woonachtig genoemd worde, geschikt om, tot bevordering van het doel des genootschaps, als plaatselijke Secretaris op te treden.

Wordt gelezen een brief van den Heer O. SPEIJER

(Cassel, 14 Junij 1863), Secretaris van het *Verein für Naturkunde*, ten geleide van *Jahresberichte* van genoemd *Verein* 5—13, en met verzoek om daarvoor in ruiling te mogen ontvangen de werken der Akademie.

Wordt besloten aan den wensch, uitgedrukt in deze vier brieven gehoor te geven, en de regeling daarvan aan den algemeenen Secretaris over te laten. — De daarmede overgezonden boekgeschenken worden in de boekerij geplaatst, en daarvoor zal schriftelijk dank worden gezegd.

Ten geleide van boekgeschenken worden brieven ingebragt van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 1 Julij, 4 Augustus, 11 en 28 September, 1863); 2°. Directeur van het Rijks Herbarium (Leiden, Augustus 1863), in naam van den Minister van Binnenlandsche Zaken; 3°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 2 en 10 September 1863); 4°. VAN PANHUIJS, Commissaris des Konings in de provincie Friesland (Leeuwarden, 14 Julij 1863); 5°. Commissie voor de provinciale Bibliotheek van Zeeland (Middelburg, Augustus 1863); 6°. J. W. R. TILANUS, Algemeenen Secretaris van het Genootschap ter bevordering van Genees- en Heelkunde te Amsterdam (Amsterdam, September 1863); 7°. Commissie voor de Statistieke beschrijving der provincie Groningen (Groningen, 3 September 1863); 8°. CONRAD (Huis de Wiers bij Vianen, 30 Junij 1863); 9°. R. C. BAKHUIZEN VAN DEN BRINK ('s Gra-

venhage, 27 Junij 1863); 10°. WASZINK, President der Vereeniging tot bevordering deren Geeskundige Wetenschappen (Batavia, 14 Augustus 1863), 11°. Secretaris van het Willems-fonds te Gent (Gent, 5 Augustus 1863); 12°. GACHARD (Brussel, 22 Junij 1863); 13°. A. SCHAEPKENS (Brussel, 24 Augustus 1863); 14°. G. B. AIRY, Directeur van het Royal Observatory Greenwich (25 September 1863); 15°. R. KIPPIST, Secretaris der Linnean Society (Londen, 1 Augustus 1863); 16°. Commissie voor de boekerij der Boston Society of Natural History (Boston, 1 Mei 1863); 17°. C. WIEDMANN (Munchen, 14 Julij 1863); 18°. GOTH en F. HWOF, Voorzitter en Secretaris van de Ausschuss des historischen Vereins für Steiermark (Grätz, 17 April 1863); 19°. R. V. EBNER, (Innsbrück, 1 Augustus 1863); 20°. EHRENBERG, Secretaris der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin, $\frac{24}{8}$ 1863); 21°. F. SCHAUB, Director der Hydrographischen Anstalt der K.K. Marine (Triëst, April 1863); 22°. O. BUCHNER, Secretaris der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde (Giessen, 27 Augustus 1863); 23°. MICHELSEN, 1e Vorstand des Germanischen Museums (Nürnberg, 24 Augustus 1863); 24°. W. SCHELLEN, Secretaris van het Naturhistorisch Verein in Augsburg (Augsburg, 4 Augustus 1863); 25°. RENARD, eersten Secretaris der Société impériale des Naturalistes de Moscou (Moscou, $\frac{1}{13}$ Junij 1863); 26°. W. TIESENHAUSEN, Secretaris der Commission impériale Archéologique (St. Petersburg, 4 Mei 1863); 27°. FORCHHAMMER, Secretaris van het Kongelige Danske Videnskabernes Selskab (Koppenhagen, 1 Februarij

1863); 28°. ERDMANN, Directeur en Chef de la recherche géologique de la Suède (Stokholm, 16 Mei 1863); 29. C. CH. V. LEUTSCH in Wetzlar.

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

De Secretaris berigt. dat de Directeur van het openbaar Museum te Moscou, N. ISSANOFF het volgende gevoegd heeft bij de toezending der *copies photographiées des miniatures des manuscrits grecs* etc.

La bibliothèque synodale de Moscou conserve, au nombre de ses trésors rares et inconnus, quelques manuscrits grecs enrichis de miniatures exécutées par des peintres byzantins. — Ces miniatures qui jusqu' à présent n'ont eté ni copiées ni décrites, offrent un très grand intérèt, aussi bien pour l'histoire de l'art en général, que pour la connaissance des costumes, des moeurs etc. de l'empire byzantin. — Le Musée s'est imposé la tâche de faire connaître au monde savant ces échantillons de miniatures, restes de l'art byzantin, par la photographie qui a rendu l'original avec la plus grande exactitude. Il a commencé l'édition par les miniatures des plus anciens manuscrits du 12ème siècle, contenant l'Acathiste de la Ste Vierge.

Cette première livraison sera suivie d'une seconde, qui donnera les photographies des miniatures manuscrites contenant le Menologium représentant des copies très importantes pour la comparaison avec les miniatures du Codex conservé dans la bibliothèque du Vatican.

Le Musée se permet de faire observer que cette édition ne sera pas mise en vente, car on n'en a tiré que 50 exemplaires, dont les négatifs ont été détruits après le

tirage, ce qui fait de cette oeuvre une rareté bibliographique.

Worden ingebragt brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Gedeputeerde Staten van Friesland (Leeuwarden, 8 September 1863); 2°. Curatoren van het Athenaeum Illustre te Amsterdam (Amsterdam, 3 September 1863); 3°. Hoofddirecteur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut (Utrecht, 29 Julij 1863); 4°. Secretaris der Maatschappij tot bevordering der bouwkunst; 5°. Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 4 Augustus 1863); 6°. Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage, 4 Augustus 1863); 7°. OMALIUS D'HALLOY, Buitenlandsch Lid der Akademie (Halloy, 29 Julij 1863); 8°. WASZINK, Voorzitter der geneeskundige Vereeniging te Batavia (Batavia, 30 Julij 1863); 9°. MILLER, Secretaris der Royal Society te Londen (Londen, 6 Augustus 1863); 10°. G. P. BOND, Director van de Astronomical observatory of Harvard college Cambridge U. S. America (7 Julij 1863); 11°. J. HENRY, Secretaris van de Smithsonian Institution (Washington, 1 April 1862); 12°. A. HOLMES, Secretaris van de Academy of Sciences of St. Louis (St. Louis, State of Missouri, 2 April 1862); 13°. JAMES D. DANA, Secretaris der Redactie van SILLIMAN's Journal (New-Haven, 7 November 1862); 14°. OTTO STRUVE, Director der Nicolai-Hauptsternwarte Pulkowa (1/13 Julij 1863); 15°. G. FORCHHAMMER,

Secretaris van het Kongelige Danske Videnskabernes Selskab (Kopenhagen, 1 Februarij 1863).

Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Worden ter tafel gebragt brieven van de H.H. C. en P. VAN DER STERR, Helder 20 Julij en 26 Aug. Amsterdam 9 Julij, 15 Augustus, 9 September. — De daarbij behoorende Tabellen van waargenomen waterhoogten worden gesteld in handen der Commissie over de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris berigt, dat de Verhandeling, aangeboden door den Heer VAN DER WILLIGEN voor de *Verslagen en Mededeelingen*, is aangenomen, en dat die van den Heer VAN KERCKHOFF nog niet van de Commissie van redactie is teruggekomen.

Wordt gelezen een brief van den Heer DE COLNET D'HUART (Luxemburg, 8 Julij 1863) van den volgenden inhoud:

„Appartenant à un pays gouverné par le même souverain que le votre, j'ose prendre la respectueuse liberté de soumettre à l'académie Royale des Sciences un travail sur la théorie de la chaleur.

„FRESNEL et avec lui tous les grands géomètres tels que POISSÔN, CAUCHY, LAMÉ ont toujours considéré les molécules vibrantes comme des points matériels et leurs déplacements comme trés petits relativement à leur distance. C'est en partant de ces hypothèses qu'ils ont trouvé un grand

nombre de phénomènes lumineux nouveaux et l'explication rationelle des interférences, de la biréfraction de la lumière et même de la dispersion.

„Mais ces grands géomètres n'ont jamais pu découvrir la relation qui existe entre la chaleur rayonnante et la chaleur de conductibilité, quoique, pour y parvenir, ils aient remué toutes les ressources de l'analyse.

„La raison en est bien simple; supposons qu'on étudie les mouvements des planètes considerées comme points matériels. On se rendra compte par l'analyse de leur mouvement elliptique et d'une partie des perturbations de celui-ci; le mouvement diurne, les perturbations provenant des formes des planètes resteront à jamais ignorés.

„En ayant égard aux dimensions des molécules, quelques petites qu'elles soient, j'ai découvert sur le champ qu'un foyer de chaleur n'imprime pas seulement un mouvement de translation à la molécule, mais aussi un mouvement de rotation dont la rapidité est de l'ordre du carré des vitesses de translation. Or s'il est vrai qu'une molécule d'éther exécute plus de deux cent mille vibrations dans un millionnième de seconde, elle exécutera plus de vingt billions de rotations dans un millionnième de seconde.

„J'ai prouvé par l'analyse que la force centrifuge produite par la rotation augmente le volume de la molécule d'un corps solide. Cette augmentation de volume des molécules produira une répulsion des molécules entre elles. De là la dilatation des corps.

„De plus, cette répulsion des molécules entre elles introduit dans l'équation différentielle du mouvement moléculaire un terme, fonction de la vitesse de rotation. Cette dernière force transforme le mouvement périodique de la molécule en un autre mouvement qui n'a plus rien de périodique; qui diminue avec le temps sans jamais devenir rigoureusement nul.

„C'est là précisément la solution de FOURIER. Ce grand homme y est parvenu en supposant que la chaleur est un fluide, ce qui était en contradiction avec la théorie des ondulations.

„Le grand nombre de propriétés de la chaleur qui découle de mon équation générale me font espérer que l'Académie Royale accueillira mon travail avec quelque intérêt."

P.S. „Depuis la publication de ma brochure, j'ai découvert de nouvelles propriétés des mouvements moléculaires qui me font entrevoir des relations entre la chaleur et l'électricité. Si ce genre de travail était agréé par l'Académie Royale, je m'empresserais de soumettre mes manuscrits à l'illustre Société."

Wordt besloten voor de bijgaande brochure, onder den titel van *Détermination de la relation qui existe entre la chaleur rayonnante, la chaleur de conductibilité et la chaleur latente*, schriftelijk dank te zeggen, het boekwerk in de boekerij te plaatsen, en den schrijver te berigten, dat de Akademie, volgens reglementaire bepaling, geen oordeel velt over in druk uitgegeven geschriften, maar bereid is het handschrift, waarvan de brief gewaagt, in handen eener beoordeelende Commissie te stellen.

Wordt gelezen een brief van den Heer F. KAISER, strekkende ten geleide van een voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden *Verslag van den staat der sterrewacht te Leiden en van de aldaar volbragte werkzaamheden, in het tijdvak van den eersten Julij* 1862 *tot den laatsten van de maand Junij* 1863. — Genoemd Verslag wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer BLEEKER (gedagteekend 11 September 1863), ten geleide van de volgende voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden Verhandelingen.

1. Notice sur une nouvelle espèce de *Xiphasia* met afbeelding.
2. Notice sur la faune ichthyologique des îles Arou.
3. Notice sur quelques poissons de l'île de Noussa-Laut.
4. Notice sur quelques poissons de l'île Grand Key.
5. Deuxième notice sur la faune ichthyologique de l'île de Saparoua.

Al deze Notices worden gesteld in handen der Commissie van redactie.

Wordt ingebragt een door den Heer CONRAD ingezonden vijfde vervolg op de Verslagen over de verzakking te Nijmegen. Na eene wisseling van gedachten, waarin de Heer STARING eene meening aankondigt, verschillende van diegene, welke eigen is aan de H.H. CONRAD en DELPRAT, wordt besloten, de overweging daarvan uit te stellen, totdat genoemd vijfde vervolg gedrukt zal zijn. — Tot dat doel wordt het gesteld in handen der Commissie van redactie.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 22 Julij 1863 3e. Afdeeling N°. 143), ten geleide van een adres van P. J. LIENDERS, waarbij het gebruik van Petroleum,

als voorbehoedmiddel tegen den Paalworm wordt aanbevolen. — Het adres luidt als volgt:

Met verschuldigden eerbied geeft de ondergeteekende PIETER JOHAN LIENDERS wonende te Venlo te kennen:

Dat hij vermeent een middel gevonden te hebben om het bederf van paalworm voor te komen.

Om hierin te voorzien moet het hout vóór dat het gebruikt wordt *driemaal* met ongezuiverde Petroleum worden bestreken, en vervolgens elk jaar, moet in het hart, aan het boveneinde of kop van den paal een gaatje geboord worden van ongeveer 10 duim en 2 duim diameter, hetgeen aanhoudend gedurende een dag, met Petroleum wordt volgegoten, en vervolgens weder gestopt kan worden als de vochtdeelen zijn ingetrokken.

Ook is de Petroleum een min kostbaar middel, om hout tegen bederf te bewaren, dat in den grond komt, zoo als voor biles op de spoorwegen etc.

De adressant hoopt hiermede aan een lang gewenscht doel beantwoord te hebben.

Hierna ontstaat eene wisseling van gedachten, waaraan de H.H. VON BAUMHAUER en VROLIK deelnemen, en waarin blijk wordt gegeven, dat de Commissie der Akademie op verschillende wijze pogingen in het werk heeft gesteld, om hout met Petroleum te doen doortrekken. — Zij zijn tot heden vruchteloos gebleven. — Uit een overgelegden brief is echter heden de gevolgtrekking af te leiden, dat men bij de Commissie voor de Staatsspoorwegen, niet ongenegen zoude zijn, in het bestek eene proeve met Petroleum te doen opnemen; eene magtiging en derhalve eene aanschrijving van

den Minister van Binnenlandsche Zaken zoude daartoe aanleiding moeten geven.

Wordt derhalve besloten van een en ander mededeeling te doen aan den Minister van Binnenlandsche Zaken en Zijne Excellentie om dergelijke aanschrijving aan de 11de Afdeeling, Spoorwegen, te verzoeken, waarbij de Afdeeling zich tot het verder nemen der proeven hiermede tot beveiliging van hout tegen Paalworm bereid zal verklaren.

Wordt gelezen een brief van den Heer RIJSTERBORGH, Hoofd-Ingenieur van den Waterstaat in het 6e. district (Noord-Brabant), ten geleide van een Verslag van den Ingenieur MAZEL, over Paalworm in de schutsluis aan de uitmonding van de Mark en Dintel Wordt besloten, dezen brief te stellen in handen der Commissie over den Paalworm, om daarop later te dienen van berigt, voorlichting en raad.

De Heer DELPRAT spreekt *over den wederstand van de horizontale koppeling tegen zijdelingsche uitbuiging der tralieleggers bij spoorwegbruggen.* Zijn betoog daarover, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

De Heer STAMKART spreekt over het AP., als ook over zijne latere bevindingen omtrent het berekenen van waterhoogte. Eene Verhandeling daarover, aan-

geboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

De Heer VAN DER HOEVEN deelt eenige bijzonderheden mede, dezen zomer waargenomen bij zijne reis naar *Kopenhagen* en *Stokholm*, en gedurende de zittingen van het Scandinavisch Verein te Stokholm van 8—15 Julij j. l.

Niemand heeft iets verder voor te dragen en de Vergadering wordt gesloten.

OVER HET VORMEN

VAN DE

VERGELIJKINGEN TUSSCHEN DE ZIJDE EN DE DIAGONALEN

VAN EEN

REGELMATIGEN n-HOEK EN HARE EIGENSCHAPPEN.

DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.

In alle elementaire leerboeken over de meetkunde vindt men, hoe de koorde van den halven boog uit die van den geheelen gevonden wordt. Geen wonder, want langs dien weg komt men tot het getal π. Belangrijk is echter ook de omkeering dezer formule, hare oplossing ten opzigte van de koorde des dubbelen boogs; want door haar vindt men verscheidene diagonalen van de veelhoeken uit de zijden. Zoo verkrijgt men b. v., indien men geene van de andere bekende betrekkingen aanwenden, maar eens een nieuwen weg bewandelen wil, de zijde van den vijfhoek uit die van den tienhoek, vervolgens de diagonaal van den vijfhoek uit zijne zijde, enz. Zet men deze bewerking voort, zoekt men steeds weder de koorde van het dubbel eens boogs, waarvoor men juist de koorde verkreeg, zoo

kan het niet missen, of men moet getroffen worden door de opmerking, dat men, voor welken veelhoek van oneven aantal zijden men ook die rekening doe, telkens zeker weder zal komen tot eene koorde, die slechts den enkelen boog onderspant. Men vindt immers, als de boog $\frac{2\,\pi}{2n+1}$ is, eene waarde voor m, waarvoor

$$2^{m+1} \equiv \pm 1 \quad \text{mod.} \quad 2n+1$$

voor	$n = 1$	$2n + 1 = 3$	$m = 0$ en elk getal
	$n = 2$	$2n + 1 = 5$	$m = 1,\ 3,\ 5,$ enz.
	$n = 3$	$2n + 1 = 7$	$m = 2,\ 5,\ 8,$ "
	$n = 4$	$2n + 1 = 9$	$m = 2,\ 5,\ 8,$ "
	$n = 5$	$2n + 1 = 11$	$m = 4,\ 9,\ 14,$ "
	$n = 6$	$2n + 1 = 13$	$m = 5,\ 11,\ 17,$ "
	$n = 7$	$2n + 1 = 15$	$m = 3,\ 7,\ 11,$ "
	$n = 8$	$2n + 1 = 17$	$m = 3,\ 7,\ 11,$ "

Spoedig erkent men, dan, dat men door dergelijke, hetzij eenmalige, hetzij, zoo noodig, meermalen herhaalde verdubbeling, een kenmerk, aan den driehoek alleen toekomende of wel aan twee of meer bepaald aangewezen veelhoeken gemeenschappelijk, heeft aangewezen, maar ook een kenmerk, dat elke andere veelhoek mist, en dus ook onderscheiden voor de eerstgenoemde is. Dus zal dat onderscheidend kenmerk, het karakter, de algebraïsche definitie zijn van dat complex van veelhoeken, en men zal moeten geraken tot eene algebraïsche vergelijking, waarvan de zijden dier veelhoeken wortels zijn.

Daar nu ook hetzelfde geldt voor elke diagonaal, en die eveneens na eene even veelvuldig herhaalde verdubbeling zich zelve teruggeeft, zoo zal ook elke diagonaal van ieder dier veelhoeken een wortel zijn van de verkregen vergelijking. Buiten deze positieve wortels kunnen dezelfde waarden nog eens als negatieve wortels voorkomen, omdat men met evenveel regt links als regts om kan tellen. Deze

vergelijking moet kunnen ontbonden worden in zoovele vergelijkingen, als het aantal veelhoeken bedraagt, waaraan het karakter gemeen is, omdat voor elk der veelhoeken afzonderlijk een vergelijking moet gelden, die onmogelijk anders kan zijn in deze zamengestelde vergelijking en alzoo op zich zelve als deeler moet optreden. Zelfs moet in de voor zoodanigen veelhoek geldende vergelijking, indien het ordegetal van den veelhoek deelbaar is, nog weder voor elken factor eene afzonderlijke vergelijking als deeler aanwezig zijn.

Zoo was de gedachtengang, die mij deed besluiten, de vergelijking tusschen de zijde en de diagonalen van eenige veelhoeken te vormen, omdat ik begeerig was, op die zoo verkregen vergelijkingen de vroeger in de Academie medegedeelde methode toe te passen, volgens welke men eene vergelijking, die zelve het product is van andere vergelijkingen met geheele coëfficiënten, altijd betrekkelijk gemakkelijk vinden kan. Naar deze methode van verdubbeling, niet de kortste maar de wiskundig reinste, omdat zij den stempel der noodzakelijkheid draagt, terwijl zij tevens de eerste is die mij inviel, zijn de vergelijkingen voor den driehoek, vijfhoek, reeds bekend en voor den zeven-, negen-, vijftien- en zeventienhoek werkelijk berekend. Wij zullen in het volgende bespreken de vorming dier vergelijkingen en het merkwaardig verband van hare coëfficiënten.

I.

1. Laat x, y, z, u, v enz. achtereenvolgens zijn de koorden van den enkelen, dubbelen, vier-, acht-, zestienvoudigen boog enz., zoo heeft men:

$$y^2 = x^2 (4-x^2) \qquad (a)$$
$$z^2 = y^2 (4-y^2) \qquad (b)$$
$$u^2 = z^2 (4-z^2) \qquad (c)$$
$$v^2 = u^2 (4-u^2) \qquad (d)$$

Stelt men dus y, òf z, òf u, òf v gelijk x, zoo drukt men uit, dat de koorde van den dubbelen, òf van den viervoudigen, òf van den achtvoudigen, òf van den zestienvoudigen boog gelijk is aan de koorde van den enkelen boog, en heeft men dus achtereenvolgens het karakter van den driehoek, òf van den drie- en vijfhoek, òf van den drie-, zeven- en negenhoek, òf van den drie- vijf- vijftien- en zeventienhoek opgenomen en algebraïsch aangegeven.

(a) geeft, als $y = x$ is, $x^2 = x^2\,(4-x^2)$ of $1 = 4 - x^2$

$$\text{of: } x^2 - 3 = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

(b) en (a) geven, als $z = x$ is, $1 = (4-x^2)\,(4-x^2(4-x^2))$

$$\text{of: } x^6 - 8x^4 + 20x^2 - 15 = (x^2-3)(x^4 - 5x^2 + 5) = 0 \,. \quad (f)$$

(c), (b) en (a) geven, als $u = x$ is:

$$1 = (16-20x^2+8x^4-x^6)(4-16x^2+20x^4-8x^6+x^8$$

$$\text{of: } x^{14}-16x^{12}+104x^{10}-352x^8+660x^6-672x^4$$
$$+336x^2-63 = 0$$

$$\text{of: } (x^2-3)(x^6-7x^4+14x^2-7)(x^6-6x^4+9x^2-3) = 0 \quad (g)$$

(d), (c), (b) en (a) geven, als $v = x$ is, door herhaalde substitutie eene vergelijking van den vorm als boven, die ontwikkeld is:

$$x^{30} - 32x^{28} + 464x^{26} - 4032x^{24} + 23400x^{22} - 95680x^{20}$$
$$+ 283360x^{18} - 615296x^{16} + 980628x^{14} - 1136960x^{12}$$
$$+ 940576x^{10} - 537472x^8 + 201552x^6 - 45696x^4 +$$
$$+ 5440x^2 - 255 = 0,$$

en zich ontleden laat in de vier factoren als volgt:

$$(x^2-3)(x^4-5x^2+5)(x^8-7x^6+14x^4-8x^2+1)(x^{16}$$
$$-17x^{14}+119x^{12}-442x^{10}+935x^8-1122x^6+714x^4$$
$$-204x^2+17) = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

2. Nu zou aan de beurt gelegen hebben het zoeken van de vergelijking van den elf- en eenendertig hoek, die dec-

lers zullen blijken te zijn van de vergelijking (i). Deze zal ik echter niet opschrijven, veel minder ontwikkelen, daar zij tot den 64sten graad zou opklimmen, gelijk een stap verder zou voeren tot eene vergelijking (k) van den 128sten graad met factoren voor den 65- en 63-hoek geldende, waarin ook de vergelijkingen van den drie-, vijf-, zeven-, negen-, dertien- en eenentwintighoek zouden voorkomen. Het is niet noodig: de wijze van vorming is duidelijk. Men ziet toch, dat men telkens met noodzakelijkheid de eenheid (ontstaan bij het deelen door x^2 van beide leden der vergelijking) heeft gelijk te stellen aan het tweede lid der vorige vergelijking (h), nog eens vermenigvuldigd met het verschil tusschen 4 en datzelfde eerste lid. De vergelijking is dus voor den veelhoek, bij wien de koorde van den boog φ gelijk is aan die van den boog $2^n\varphi$, van den $2^{n+1}-2$den graad.

De beide veelhoeken, wier vergelijkingen de deelers zijn, en wier ordegetallen mogen zijn $2p-1$ en $2p+1$, hebben ieder voor hunne vergelijking den exponent de eenheid lager dan hun ordegetal. Zij hebben immers de een slechts $p-1$, de ander p verschillende zijden en diagonalen, eens als positieve, eens als negatieve wortels, d. i. $2(p-1)$ en nog eens $2p$ wortels, zoodat hunne vergelijkingen minstens moeten zijn van den $2p-2$den en van den $2p$den graad, maar ook meestens; want ware de een van den $2p-1$sten of hooger, dan zou voor den anderen veelhoek niet aan deze voorwaarde voldaan zijn, aangezien de vergelijking, die ze beiden omvat volgens 1 van den $4p-2$den graad is.

3. Wij spraken hier, alsof elke vergelijking (d), (e)..... (k) in slechts twee deelers kon ontbonden worden, maar het kan zijn, dat een of beide deze deelers nog weder deelers hebben; wij zien er dan ook onder die er meer bevatten, gelijk wij zulks ook in onze voorafgaande beschouwing reeds als mogelijk opnamen.

De waarheid is deze. Men moet onderscheiden tusschen complete vergelijking van een $2n + 1$-hoek, waarvan wij het eerste lid zullen aanduiden door het functie-teeken C, aldus $C\,(2n+1)$, en de wel eigendommelijke vergelijking $E\,(2n+1) = 0$, maar die niet compleet is, daar zij niet alle diagonalen bevat, met name niet die, welke voor zich een spoediger in zich zelf terugkeerend stelsel vormen; de diagonalen, die koorden zijn van bogen $p\,\varphi$, als p onderdeel is van $2n+1$. Zoo is dan $C\,(2n+1) = 0$ identisch of $\equiv$, (immers ten opzigte van elken willekeurigen modulus) met de volledige algebraïsche vergelijking voor elken $2n + 1$-hoek, maar $E\,(2n+1) = 0$ zal, als $2n+1$ deelbaar is, eenvoudiger zijn. Voor de veelhoeken, die $(2n+1)$ ondeelbaar hebben, is $E\,(2n+1)$ identisch met $C\,(2n+1)$: alzoo is

e identisch met $C\,(3) = 0$

f " " $C\,(3) \times C\,(5) = 0$

g " " $C\,(3) \times E\,(9) \times C\,(7) = 0$,

$C\,(3) \times E\,(9) = C\,(9)$

h " " $C\,(3) \times C\,(5) \times E\,(15) \times C\,(17) = 0$,

$C\,(3) \times C\,(5) \times E\,(15) = C\,(15)$

en wij hebben de complete vergelijkingen verkregen:

$$C\,(3) = x^2 - 3 = 0.$$

$$C\,(5) = x^4 - 5\,x^2 - 5 = 0.$$

$$C\,(7) = x^6 - 7\,x^4 + 14\,x^2 - 7 = 0.$$

$$C\,(9) = x^8 - 9\,x^6 + 27\,x^4 - 30\,x^2 + 9 = 0.$$

$$C\,(15) = x^{14} - 15x^{12} + 90x^{10} - 275x^8 + 450x^6 - 378x^4 + 140\,x^2 - 15 = 0.$$

$$C(17) = x^{16} - 17\,x^{14} + 119\,x^{12} - 442\,x^{10} + 935\,x^8 - 1122\,x^6 + 714\,x^4 - 204\,x^2 + 17 = 0.$$

Dat de vergelijkingen van de veelhoeken, waarvoor $2n + 1$ deelbaar is, zich laten ontleden, is klaar, dewijl bijv. bij den negenhoek de drievoudige boog juist de boog van den driehoek is, even als bij den vijftienhoek de vijfvoudige boog; terwijl bij dezen laatsten de drievoudige boog onderspannen wordt door de zijde, de zesvoudige en negenvoudige door de diagonalen en de twaalfvoudige weder door de zijde van den regelmatigen vijfhoek. Alzoo voldoen de koorden: krd. 3φ, krd. 6φ, krd. 9φ, krd. 12φ aan de vergelijking $C(5) = 0$, en $C(5)$ moet deeler zijn van $C(15)$, terwijl het quotient wel eigendommelijk is voor den vijftienhoek, maar alleen krd. φ, krd. 2φ, krd. 4φ, krd. 5φ, krd. 7φ, krd. 8φ, krd. 10φ, krd. 11φ, krd. 13φ, krd. 14φ geeft.

4. Wij merken hier op, dat men het begrip veelhoek in ruimeren zin kan en mag opvatten, en dat men dan niet spreekt van zijde en diagonalen van den regelmatigen $(2n + 1)$-hoek, maar van de zijden van de regelmatige $(2n + 1)$-hoeken. Laat ons de hoekpunten van een regelmatigen veelhoek, in den gewonen zin genomen, zoodat de eene zijde van den veelhoek geene andere zijde binnen den cirkel snijdt, voorstellen door A, B, C, D, E,........ N, zoo verkrijgt men eveneens een regelmatigen veelhoek, als men achtereenvolgens alzoo vereenigt A, C, E, G..... M, A, een hoekpunt telkens overspringende, en weder een anderen, als men dus voortgaat: A, D, G....... L, A. Kortom, zoodra men eene zijde of eene diagonaal in denzelfden zin weder neemt op den omgeschreven cirkel, komt men, bij ondeelbaarheid van $2n + 1$, ook weder na $2n + 1$ malen in het uitgangspunt terug. Slechts één veelhoek is daaronder in den gewonen zin regelmatig geheeten, maar ieder der overige stervormige veelhoeken „Sternpolygon" (SCHLÖMILCH) is eveneens regelmatig, hetzij men hun wezen

uitdrukke door: „gelijkheid der gelijksoortige grootheden," hetzij men ze bepale door eenige onderscheidende eigenschap, als bijv. dat men uit hetzelfde punt als middelpunt een cirkel er om en er in kan beschrijven. In het algemeen heeft men zooveel regelmatige veelhoeken van dezelfde soort als men verschillende verbindingslijnen heeft tusschen de hoekpunten, maar als $2n+1$ deelbaar is, en als de veelhoek een even aantal hoekpunten heeft, ontstaan er zooveel verschillende soorten van veelhoeken als er factoren zijn; terwijl iedere soort het volle getal individuën heeft, een getal voor de elkander aanvullende factoren gelijk aan het aantal eenheden min één in den factor begrepen, die echter twee aan twee in elkander vallen, en voor de zamengestelde factoren zooveel minder dan dit als de som van het aantal eenheden der daarin vervatte factoren bedraagt. Altijd vallen echter de individuen twee aan twee op elkander. Voor een veelhoek van $m \times n \times p$ zijden heeft men dus:

$\frac{m-1}{2}$	onderscheiden individuen der soort	M.
$\frac{n-1}{2}$	„ „ „ „	N.
$\frac{2}{p-1}$	„ „ „ „	P.
$\frac{mn-1}{2} - \frac{m+n-2}{2}$	„ „ „	MN.
$\frac{mp-1}{2} - \frac{m+p-2}{2}$	„ „ „	MP.
$\frac{np-1}{2} - \frac{n+p-2}{2}$	„ „ „	NP.
$\frac{mnp-1}{2} - \frac{mn-1}{2} - \frac{mp-1}{2} - \frac{np-1}{2}$		MNP.

5. Men behoeft zich niet uitsluitend tot de verdubbeling te bepalen, om het karakter der veelhoeken uit te drukken. Om nu niet bijzondere constructiën te vermelden en allerlei combinatiën, in mijn stukje: Sur la formation et la décomposition des équations exprimant les côtés et les diagonales des polygones réguliers, in Prof. J. A. GRÜNERT's *Archiv für Mathematik und Physik*. 1863, Heft, II, aangegeven, bepalen wij er ons hier toe, in het voorbijgaan eenige hulpmiddelen te vermelden: zoo kan men met voordeel het theorema van Ptolemaeus gebruiken, omtrent een in den cirkel beschreven vierhoek, indien slechts zijden en diagonalen koorden zijn van $2^m\varphi$, liefst toegepast op een trapezium, dewijl dat noodzakelijk twee, hier dikwijls drie gelijke zijden heeft en dus zoo eenvoudig mogelijk is. Men behoeft dan slechts drie 2^mvouden van den boog aan te geven, daaronder begrepen het geval $m = 0$ voor den zevenhoek. Want het trapezium NB CG heeft tot zijden: AB, BC, GA, ieder den enkelen boog onderspannende en CG de koorde van den driedubdelen boog, die hier met die van den vierdubbelen gelijk staat, terwijl de diagonalen AC en BG den dubbelen boog onderspannen.

De eigenschap van zoodanig trapezium is:

$$AB \times CG + AG \times BC = AC \times BG.$$

Zij nu $AB = BC = AG = x$, zoo is: $AC = BG = x\sqrt{4 - x^2}$
en $CG = x(2 - x^2)\sqrt{4 - x^2}$.

Na substitutie:

$$x^2(2 - x^2)\sqrt{4 - x^2} + x^2 = x^2(4 - x^2).$$

Na herleiding en vereenvoudiging komt men tot dezelfde vergelijking p. 298,

$$x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0.$$

Om een nieuwen veelhoek te vinden, kiezen wij in den elfhoek (A B C..... L) de koorden AB, BC, AL en CL, onderspannende φ, φ, φ, 8φ, terwijl de diagonalen AC en BL onderspannen 2φ, $AB = BC = AL = x$, $AC = BL$

$= x\sqrt{4-x^2}$,

$CL = x(2-x^2)\sqrt{4-x^2}\sqrt{4-x^2(4-x^2)(2-x^2)^2}$

zoodat wij hebben:

$$x^2(2-x^2)\sqrt{4-x^2}\sqrt{4-x^2(4-x^2)(2-x^2)^2}+x^2$$
$$=x^2(4-x^2).$$

Na vereenvoudiging en herleiding:

$x^{14}-16x^{12}+104x^{10}-352x^8+660x^6-671x^4+$
$+330x^2-55=0,$

na ontleding:

$(x^{10}-11x^8+44x^6-77x^4+55x^2-11)(x^4-5x^2+5)=0.$

Den dertienhoek verkrijgen wij door te nemen de koorden van φ, 4φ, 4φ, 4φ, met de diagonalen als koorden van 8φ.

Zoo kan men meestal trapezia en althans vierhoeken zich kiezen, welker zijden of diagonalen behooren bij bogen van den vorm $2^m\varphi$. De vergelijking behoeft dus niet zoo hoog opgevoerd te worden als naar de vorige methode; maar terwijl men naar die altijd weet, welke factoren men heeft te wachten, en men dus de vergelijking dadelijk door eenen bekenden factor kan deelen, en zoo vereenvoudigen, is het naar deze methode niet zoo duidelijk te zien, welke vreemde factoren er in de vergelijking zullen voorkomen. Echter kan de meer vermelde methode om de factoren op te sporen, ons altijd tot het doel leiden.

Het spreekt van zelf, dat eigenschappen van een in den cirkel beschreven zeshoek of van een anderen veelhoek evenzeer kunnen gebruikt worden.

6. Voorts kan evenzeer aangewend worden eene verdrievoudiging van den boog, welke weder uit het trapezium te verkrijgen is, waarvan de drie overige zijden elk den enkelen boog onderspannen: dus, als a de koorde van den enkelen, en d die van den drievoudigen boog is, heeft men

$$ad = a^2(4-a^2) - a^2 = a^2(3-a^2),$$

$$\text{dus: } \quad d = a(3-a^2).$$

Zoodanig eene verdrievoudiging zou nu onmiddellijk volgens de eerste methode de karakters geven van verscheidene veelhoeken met een even aantal zijden, als van den vierhoek door $d = a$ te nemen:

$$a = a(3-a^3) \text{ of } a^2 = 2$$

of van den açht- en tienhoek bij herhaling van de bewerking:

$$e = d(3-d^2)$$

$$e = a(3-a^2)(3-a^2(3-a^2)^2)$$

$e = a$ stellende en beide leden door a deelende:

$$1 = (3-a^2)(3-a^2(3-a^2)^2) = 9 - 30\,a^2 + 27\,a^4 -$$
$$-9\,a^6 + a^8,$$

$$\text{dus: } a^8 - 9\,a^6 + 27\,a^4 - 30\,a^2 + 8 = 0$$
$$\text{of } (a^2-4)(a^2-2)(a^4-3\,a^2+1) = 0.$$

Door krd. 9φ niet gelijk krd. φ, maar gelijk — krd. φ te stellen, verkrijgt men weder eene vergelijking:

$$-a = a(9-30\,a^2+27\,a^4-9\,a^6+a^8)$$

$$a^8 - 9a^6 + 27a^4 - 30a^2 + 10 = 0, \text{of:}$$

$$(x^4 - 5\,x^2 + 5)(x^4 - 4\,x^2 + 2) = 0.$$

Dat in deze twee vergelijkingen zamen de vergelijkingen van den 10-hoek en 8-hoek voorkomen en tevens die, wier ordegetal deeler is van 10 en 8, is nu reeds duidelijk; want voor die allen geldt het, dat het 9-voud van hun boog gelijk is aan den enkelen boog; zelfs geldt dit voor den diameter of tweehoek; maar het is uit deze wijze van vorming niet duidelijk, waarom de tienhoek in de eene vergelijking voorkomt met den vierhoek, terwijl de achthoek met den vijfhoek in de andere vergelijking gevonden wordt. Later zien wij door het ontleden van de algemeene formule hoe deze regel in meer zamengestelde gevallen is.

7. Wij houden er ons dus niet bij op om den boog vijfvoudig te nemen, of om het vijfvoud van een boog gelijk aan het drievoud te stellen, het p-voud gelijk aan het q-voud, en waarom dan niet voor een $(2n+1)$-hoek eens vooral krd. $n\varphi =$ krd. $(n+1)\varphi$. Dat zou de beste methode zijn, die nooit vreemde factoren geeft, zoo als vroeger bij het kiezen van een trapezium of vierhoek voorkwam. Het is dus eene even strenge, bepaalde en zekere methode als de eerste, en zij heeft het voordeel, dat zij tot eene vergelijking van lageren graad voert, die niet meer behoeft te worden ontleed, als $2n+1$ ondeelbaar is.

De koorden der even veelvouden eens boogs worden ligt gevonden, door voor x te substitueren: $x\sqrt{4-x^2}$. Daar nu òf n òf $n+1$ even is, zoo heeft men die substitutie slechts te verrigten in de waarde van de koorde van het $\frac{n}{2}$ voud of $\frac{n+1}{2}$ voud des boogs, waardoor, na verheffing in de tweede magt, om $\sqrt{4-x^2}$ te verdrijven, eene vergelijking van den $(2n+1)$-hoek zal ontstaan van den $2n^{\text{den}}$ graad, juist van den graad, die noodig is, om de n-zijden der $(2n+1)$-hoeken of de n verschillende ver-

bindingslijnen des $(2n + 1)$-hoeks eens als positieve, eens als negatieve wortels te kunnen hebben.

8. Wil men enkel de veelhoeken hebben met even aantal zijden $2p = 2(2n + 1)$ bijv., zoo merken wij op, dat men weder $x^2(4-x^2)$ te stellen heeft in plaats van x^2, zoo dat de vergelijkingen der veelhoeken met even aantal zijden altijd symmetrische functiën zullen moeten zijn van x^2, en $4-x^2$. In de vergelijkingen van die evene veelhoeken ontbreken dan echter de wortels, die de waarde der lagere veelhoeken aangeven, en wij mogen dus slechts schrijven $E(2p)$, tenzij wij die factoren toevoegen, zoo als wij hieronder doen. Elken nieuwen factor zullen wij voluit schrijven. Zoodanigen nieuwen factor bij den p-hoek zullen wij dus in het vervolg als hij bij veelhoeken met een aantal zijden, dat een veelvoud van p is, weder voorkomt, door $E(p)$ aanduiden. Zoo hebben dan de veelhoeken tot en met den 22-hoek de volgende vergelijkingen:

$C(2) = x^2 - 4 = 0.$

$C(3) = x^2 - 3 = 0.$

$C(4) = (x^2 - 2).\,C(2) = 0.$

$C(5) = x^4 - 5x^2 + 5 = 0.$

$C(6) = (x^2 - 1).\,C(3).\,C(2) = 0.$

$C(7) = x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0.$

$C(8) = (x^4 - 4x^2 + 2).\,E(4).\,C(2) = 0.$

$C(9) = (x^6 = 6x^4 + 9x^2 - 3).\,C(3) = 0.$

$C(10) = (x^4 - 3x^2 + 1).\,C(5).\,C(2) = 0.$

$C(11) = x^{10} - 11x^8 + 44x^6 - 77x^4 + 55x^2 - 11 = 0.$

$C(12) = (x^4 - 4x^2 + 1).\,E(6).\,E(4).\,C(3).\,C(2) = 0.$

$C(13) = x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 156x^6 + 182x^4 -$
$\quad - 91x^2 + 13 = 0.$

$C(14) = (x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 1).\,C(7).\,C(2) = 0.$

$C(15) = (x^8 - 7x^6 + 14x^4 - 8x^2 + 1).C(5).C(3) = 0.$

$C(16) = (x^8 - 8x^6 + 20x^4 - 16x^2 + 2).E(8).E(4).C(2) = 0.$

$C(17) = x^{16} - 17x^{14} + 119x^{12} - 442x^{10} + 935x^8 -$
$- 1122x^6 + 714x^4 - 204x^2 + 17 = 0.$

$C(18) = (x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 1).E(9).E(6).C(3).C(2) = 0.$

$C(19) = x^{18} - 19x^{16} + 152x^{14} - 665x^{12} + 1729x^{10} -$
$- 2717x^8 + 2508x^6 - 1254x^4 + 285x^2 - 19 = 0.$

$C(20) = (x^8 - 8x^6 + 19x^4 - 12x^2 + 1).\ E(10).\ E(4).$
$C(5).C(2) = 0.$

$C(21) = (x^{12} - 11x^{10} + 44x^8 - 78x^6 + 60x^4 - 16x^2 +$
$+ 1).\ C(7).C(3) = 0.$

$C(22) = (x^{10} - 9x^8 + 28x^6 - 35x^4 + 15x^2 - 1).\ C(11).$
$C(2) = 0.$

II.

9. Wij hebben kortelijk aangegeven, hoe men de vergelijking voor de koorde van elken willekeurigen veelhoek door geometrische beschouwingen vormen kan, en gaan er toe over de eigenschappen dier vergelijkingen te onderzoeken en het verband, dat er tusschen die vergelijkingen bestaat.

Hiertoe zal het verkieslijk zijn, dat wij ons meer op algebraïsch terrein begeven, en nu en dan gebruik maken van de volgende formulen, in elk leerboek der hoogere algebra aangetroffen:

voor n even.

$$(1).\ Sin.\ n\varphi = Cos.\ \varphi \left(n\ Sin.\varphi - \frac{n(n^2-4)}{1.2.3} Sin.^3 \varphi + \right.$$

$$+ \frac{n(n^2-4)(n^2-16)^2}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5} Sin.^5\ \varphi \ldots\ldots +$$

$$(-1)^{\frac{n-2}{2}} \frac{n(n^2-4)(n^2-16)\ldots\ldots(n^2-(n-2)^2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5\ldots\ldots\ldots(n-2)(n-1)}\Big) Sin.^{n-1} \varphi$$

$$(2).\ Sin.\ n\varphi = n\ Sin.\ \varphi - \frac{n(n^2-1)}{1.\ 2.\ 3} Sin.^3\ \varphi +$$

$$\frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5} Sin.^5\ \varphi - \ldots\ldots +$$

$$(-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{n(n^2-1)(n^2-9)\ldots\ldots(n^2-(n-2)^2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5\ldots\ldots(n-1)\,n} Sin.^n\ \varphi$$

Stelt men hierin $n\varphi = 0$, zoo heeft men de vergelijkingen van de halve middelpuntshoeken, die de wortels zijn der vergelijkingen, te weten $Sin.\ \frac{\pi}{n}$, $Sin.\ \frac{\pi}{2n}$ enz. Zeer ligt worden de wortels met 4 vermenigvuldigd, waardoor de koorden in de plaats komen van de sinussen der halve hoeken. Het schijnt dan, alsof elke coëfficiënt tot deeler moet hebben n. Ook moet het ieder in het oog vallen, die de bovenstaande vergelijkingen overziet, dat de coëfficiënten, voor zoover de $(2n + 1)$-hoeken betreft, als $2n+1$ ondeelbaar is, werkelijk allen deelbaar zijn door $2n + 1$. De niet door $2n + 1$ deelbare komen alleen dan voor, als $2n + 1$ factoren heeft, en worden uit de andere uitgezocht op de wijze als bij de zeef van Eratosthenes de deelbare getallen worden gevonden. Een enkele komt hier en daar voor, als de zesde bij den vijftienhoek, die toch de deeling toelaat. De reden hiervan wordt gevonden door de volgende beschouwing, hier in beginsel aangegeven, tot het einde toe door te zetten.

10. In plaats van de zijde of diagonalen van een veel-

hoek van $2n+1$-zijden, waarvoor dus $(2n+1)\varphi = 2\pi$, mag men natuurlijk hare waarde $2\ Sin.\ \frac{1}{2}\varphi$, $2\ Sin.\ \frac{p\varphi}{2}$ invoeren, dan zouden voor $\varphi = 2\psi$ de factoren zijn

$$x^2 - 4\ Sin.^2\ \psi,\ x^2 - 4\ Sin.^2\ p\ \psi \text{ tot aan}$$
$$x^2 - 4\ Sin.^2\ n\ \psi.$$

Noemen wij de opvolgende coëfficiënten:
1, A, B, C, enz. en de wortels bij bekorting: a, b, c, enz., zoo is:

$$A = \Sigma\,(a),\ B = \Sigma\,(ab),\ C = \Sigma\,(abc),\ \text{enz.}$$

dus $A = 4\ \Sigma\ Sin.^2\ p\ \psi$, van $p = 1$ tot $p = n$.

en daar $Sin.^2\ \psi = \dfrac{1 - Cos.\ 2\ \psi}{2}$, hebben wij

$$A = 2\sum_1^n (1 - Cos.\ 2\ p\ \psi) = 2\ (n + \tfrac{1}{2}).$$

Om B, C, enz. te vinden gebruiken wij het theorema van onzen landgenoot ALBERT GIRARD:

$$\Sigma\,(a^n) = A\ \Sigma\,(a^{n-1}) - B\ \Sigma\,(a^{n-2}) + C\ \Sigma\,(a^{n-3}) - \\ - \ldots \pm M\ \Sigma\,a \mp N$$

Zoo bijv. voor $n = 2$, vindt men B.

$$\Sigma\,(a^2) = A\ \Sigma\,(a) - 2\,B,\ 2\,B = A\ \Sigma\,(a) - \Sigma\,(a^2)$$

$$\Sigma\,(a^2) = 16\ \Sigma\,(Sin.^4 p\,\varphi) = 4\sum_1^n (1 - Cos.\ 2\,p\,\psi)^2$$

$$= 4\sum_1^n (1) - 8\sum_1^n (Cos.^2\ p\psi) + 4\sum_1^n Cos.^2\ 2\,p\,\psi$$

$$= 4\,n + 4 + 2\sum_1^n (1 + Cos.\ 4\,p\,\psi)$$

$$= 4\,(n+1) + 2\,(n - \tfrac{1}{2}) = 6\,n + 3.$$

$$2\,B = (2\,n+1)^2 - 3\,(2\,n+1),\ B = (n-1)\,(2\,n+1)$$

$$\Sigma\,(a^3) = \sum_1^n (64 Sin.^6\ p\psi) = 8\sum_1^n (1 - Cos.p\psi)^3 = 10\,(2n+1)$$

$$\Sigma\,(a^3) = 10(2n+1) = 3(2n+1)^2 - (n-1)\,(2n+1)^2 + 3\,C$$

$$C = \frac{2\,n^2 - 7\,n + 6}{3}\ (2\,n+1).$$

Weder komt de factor $2\,n+1$ voor. Verder is de eerste factor altijd en alleen dan, bladz. 304, een geheel getal, als n is van den vorm $3\ m \pm 1$.

Ligt zet men nog voor de som der achtste magten de ontwikkeling voort, waaruit dan:

$$D = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6},\ \text{enz.}$$

Eindelijk is ook bekend de betrekking:

$$2\,n+1 = 2^{2n}\,Sin.^2\ \frac{\pi}{2\,n+1}.\ Sin.^2\ \frac{2\,\pi}{2\,n+1} \ldots\ldots Sin.^2\ \frac{n\,\pi}{2\,n+1}$$

11. Men behoeft het echter niet bij voorbeelden te laten blijven. De vorm der quotiënten van alle sommen der even mogten door $2\,n+1$ kan ligt algemeen worden aangegeven. Men kan immers schrijven:

$$Sin.^p\,x = \left\{\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right\}^p,\ \text{waar } p \text{ steeds even is.}$$

dus:

$$2^p\,.\,Sin.^p\,mx = 2^p(\sqrt{-1})^p \Big\{ Cos.\,pmx - p\,Cos.\,(p-2)\,mx +$$

$$+ \frac{p\,(p-1)}{1.2}\,Cos.\,(p-4)\,mx - \ldots\ldots \Big\}$$

en dus algemeen de som van de evene magten der verschillende wortelparen

$$\sum_{0}^{n} 2^p \,.\, Sin.^p mx = 2^p(\sqrt{-1})^p \left\{ \sum_{1}^{n} Cos. pm - p \sum_{1}^{n} Cos. (p-2)mx \right\}$$

alwaar m van 1 tot en met n moet genomen worden voor de n verschillende wortels van den $(2n+1)$-hoek.

Elke factor, diè in het tweede lid met den binomiaalcoëfficiënt voorkomt, is $\frac{1}{2}$, behalve de middelste die n is, aangezien $Cos.(p-p)x = Cos. 0$ telkens 1 is, en die dus de waarde:

$$n \,.\, \frac{p(p-1)\ldots.(\frac{1}{2}p+1)}{1.2\ldots.\frac{1}{2}p} \text{ erlangt.}$$

Nu is de som der binomiaalcoëfficiënten 2^p, en de som van die op de evene plaatsen staan 2^{p-1}, deze zijn tegengesteld van teeken met die, welke op de onevene plaatsen staan, en ook 2^{p-1} tot som hebben. De laatste van deze beide soorten bevat den grootsten term. Trekt men dien van de andere termen dezer soort af, zoo komt voor die anderen:

$$2^{p-1} - \frac{p(p-1)(p-2)\ldots.(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots\ldots\frac{1}{2}p},$$

de overigen, die de reeks der termen op even plaatsen vormen, hebben 2^{p-1} tot som, dat is eene som, die

$$\frac{p(p-1)\ldots.(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2\ldots\ldots\ldots\frac{1}{2}p}$$

grooter is en wegens het tegengesteld teeken van de coëfficiënten op de even plaatsen met die op de oneven plaatsen ook met $\frac{1}{2}$ moet vermenigvuldigd worden gelijk elk van de termen; maar dat is ook juist de waarde van den grootsten of middelsten term. Die komt dus, in de som der reeks van $2^{p-1}\ Sin. px$, eens voor met n vermenigvuldigd en eens met $\frac{1}{2}$, alzoo is:

$$\text{de som van } 2^{p-1}\, Sin.^p x = \frac{p(p-1)\ldots.(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2\ldots\ldots\ldots\frac{1}{2}p}(n+\tfrac{1}{2})$$

$$\text{de som van } 2^p \quad Sin.^p x = \frac{p(p-1)\ldots.(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2\ldots\ldots\ldots\ldots\frac{1}{2}p}(2n+1).$$

Hieruit zal men de waarden 1, 3, 10 terugvinden voor de coëfficiënten van $2n + 1$ in de sommen der tweede, vierde, zesde magten. De coëfficiënt R, die de som is van het product der wortels r aan r, wordt gevonden uit:

$$\Sigma 2^{2r} Sin.^{2r}\varphi = A \Sigma 2^{2r-2} Sin.^{2r-2}\varphi - B \Sigma 2^{2r-4} Sin.^{2r-4}\varphi + \\ + C \Sigma 2^{2r-6} Sin.^{2r-6}\varphi \ldots + (-1)^{r-1} R$$

en daar $\Sigma\, 2^{2(r-r)} Sin.^{2(r-r)}\varphi$ tusschen 1 en $r = r$ is,

$$(-1)^{p-1}\, r\, R = \Sigma\, 2^{2r} Sin.^{2r}\varphi - A\, \Sigma\, 2^{2(r-1)} Sin.^{2(r-1)}\varphi + \\ + B\, \Sigma\, 2^{2(r-2)} Sin.^{2(r-2)}\varphi -$$

Daar in zoodanige vergelijking elk der termen van het tweede lid den deeler $2n + 1$ heeft, moet ook steeds het eerste lid dien hebben, en moeten dus alle coëfficiënten eener vergelijking van den $(2n + 1)$-hoek den factor $2n + 1$ hebben, terwijl de andere factor een geheel getal zal zijn, als dat ordegetal niet in $2n + 1$ deelbaar of niet daartegen verkleinbaar is; anders is dit besluit niet toepasselijk op den factor van $2n + 1$, en kan hij dus een gemengd getal zijn. In dezen algemeenen vorm heeft men spoedig gezien, wanneer toch een geheel getal kan voorkomen. Dat is echter zoo zeldzaam, dat wij den regel niet aangeven, noch gezocht hebben, te meer, dewijl het er ons niet om te doen is, maar slechts om de grootte van dien factor en de wijze, hoe die verschillende factoren gemakkelijk worden opgeschreven.

12. In plaats van eene trapsgewijze bepaling als naar § 10 en § 11, willen wij trachten die wet op te sporen, en zullen wij alleen uit § 1 overnemen, dat elke volgende factor door eene algebraïsche uitdrukking van één graad hooger wordt aangegeven, en dat dus, als de quotiënten of factoren uit de 2de, 3de, 4de,... $(p + 1)$de coëfficiënten der vergelijking door deeling met $2n + 1$ verkregen, geplaatst worden naar den vorm van den driehoek van PASCAL en onder elkander in eene 1ste, 2de, 3de... $r$de schuine

kolom worden gerangschikt, de quotiënten rekenkunstige reeksen vormen van de $(p - 1)^{de}$ orde.

Die factoren, zoo als ik ze kortelijk zal noemen, hebben dus deze eigenschap met de binomiaal coëfficiënten van opvolgende of ook van evenveel verschillende magten gemeen. Wij zullen opvolgende magten nemen, omdat dan telkens de termen één uitspringen.

Eveneens als zulks bij de binomiaalcoëfficienten van de opvolgende magten plaats heeft, komt in elken volgenden $(2n + 1)$-hoek een term meer voor, en de laatste termen hebben weder de gelijke factoren 1. Maar er is nog meer overeenkomst tusschen de binomiaalcoëfficiënten en deze factoren.

De voorlaatste binomiaalcoëfficiënten vormen weder eene rekenkunstige reeks van de eerste orde, de derde van achteren weder eene van de tweede orde, de vijfde van achteren eene van de vierde orde, de $2q + 1^{de}$ van achteren eene van de $2q^{de}$ orde. Ook dat is het geval met de voorlaatste factoren, met de factoren op de plaats $2q + 1$ van achteren.

Bezien wij daartoe de formule:

$$Sin.\, m\varphi = m\, Sin.\, \varphi - \frac{m(m^2 - 1)}{1\ 2.3} Sin.^3 \varphi +$$
$$+ \frac{m(m^2 - 1)(m \quad - 9)}{1.2.3.4.5.} Sin.^5 \varphi - \text{etc.}$$

waarin wij $Sin.\, m\varphi = 0$ stellen, en die wij verder ontdoen van den factor $Sin.\varphi$ en tevens van m, die $2n + 1$ zal vervangen.

Wij schrijven haar dan:

$$0 = 1 - \frac{m^2 - 1}{1.2.3} Sin.^2 \varphi + \frac{(m^2 - 1)(m^2 - 9)}{1.2.3.4.5} Sin.^4 \varphi -$$
$$- \frac{(m^2 - 1)(m^2 - 9)(m^2 - 25)}{1.2.3.4.5.6.7} Sin.^6 \varphi + \text{etc.}$$

$\frac{m^2 - 1}{1.2.3}$, de voorlaatste, (want de orde is nu omgekeerd) is een factor van den tweeden graad, de volgende van den vierden graad enz., volkomen zoo als wij omtrent de binomiaalcoëfficiënten opmerkten. Schrijven wij nu nog $2n + 1$ in plaats van m, dan wordt de formule:

$$0 = 1 - \frac{2^2 n(n+1)}{1.2.3} Sin.^2 \varphi +$$
$$+ \frac{2^4 (n-1) n(n+1)(n+2)}{1.2.3.4.5} Sin.^4 \varphi - \text{etc.}$$

en dus zijn de factoren niet anders dan binomiaalcoëfficienten, maar met zekere factoren aangedaan. Men heeft door invoering van de koorden in plaats van de sinussen der hoeken ook het volgende:

$$0 = 1 - \frac{n(n+1)}{1.2.} \tfrac{1}{3} x^2 + \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{1.2.3.4.5} \tfrac{1}{5} x^4 -$$
$$- \frac{(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3.4.5.6} \tfrac{1}{7} x^6 + \text{enz.}$$

13. Hieruit volgt, dat men, door de diagonale termen der binomiaalcoëfficiënten met een zekeren factor, hier eene bepaald aangegevene breuk ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ enz.), te vermenigvuldigen, de diagonale termen der factoren van de $(2n + 1)$-hoeken zal kunnen verkrijgen, en dat is eene zoo bijzonder merkwaardige eigenschap, omdat wij nu slechts den factor hebben op te sporen, om oogenblikkelijk al de factoren en dus ook al de coëfficiënten van de vergelijking des $(2n + 1)$-hoeks te verkrijgen.

Schrijven wij dan eenige binomiaalcoëfficiënten op, en beschouwen wij de diagonale termen, die eene onevene plaats van achteren af innemen, zoo geeft de laatste overal de eenheid, die werkelijk zelve de factor is van de laatste ter-

men aller vergelijkingen van den $(2n+1)$-hoek. In de derde van achteren moeten alle termen door drie, in de vijfde van achteren alle door vijf, in de $(2p+1)^{de}$ alle termen door $2p+1$ gedeeld worden, en men heeft de factoren, die men zocht.

1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1

Het volgende schema geeft het resultaat van de deeling door 1, 3, 5, 7, enz. zoo als beschreven is, iets verder voortgezet.

$\frac{1}{3}$ 1
$\frac{2}{5}$ 1 1
$\frac{1}{7}$ 1 2 1
$\frac{1}{9}$ 1 3 $3\frac{1}{3}$ 1
$\frac{1}{11}$ 1 4 7 5 1
$\frac{1}{13}$ 1 5 12 14 7 1
$\frac{1}{15}$ 1 6 $18\frac{1}{3}$ 30 $25\frac{1}{5}$ $9\frac{1}{3}$ 1
$\frac{1}{17}$ 1 7 26 55 66 42 12 1
$\frac{1}{19}$ 1 8 35 91 143 132 66 15 1
$\frac{1}{21}$ 1 9 $45\frac{1}{2}$ 140 273 $333\frac{1}{3}$ $245\frac{1}{7}$ 99 $18\frac{1}{3}$ 1
$\frac{1}{23}$ 1 10 57 204 476 728 7 5 429 143 22 1

Vermenigvuldigt men de termen van elk der horizontale reeksen van dit laatste schema met den noemer der breuken, die vooraan staan, zoo heeft men de coëfficiënten der vergelijkingen van de veelhoeken met een aantal zijden ge-

lijk aan den noemer, die steeds de eenheid is; en tevens is deze breuk het constante $2(q-1)^{de}$ verschil van de naar de regterhand schuins afloopende reeks, aan welker hoofd zij staat, als q beteekent het ordegetal in dit schema van achteren af. De naar de linkerhand schuins afloopende reeksen hebben, daar er om den andere dezelfde getallen in voorkomen, constante verschillen, die de opvolgende magten van 2 grooter zijn, dan de genoemde verschillen. Zij zijn achtereenvolgens $\frac{1}{1} \times 2^0$, $\frac{1}{2} \times 2^1$, $\frac{1}{3} \times 2^2$, $\frac{1}{4} \times 2^3$, $\frac{1}{5} \times 2^4$, enz.

14. Nog is er eene eigenschap, die wel niet zoo schoon en eenvoudig is als bij de binomiaalcoëfficiënten, maar haar toch herinnert.

Vermenigvuldigt men de m^{de} met de n^{de} magt van een zelfde binomium, zoo zijn de coëfficiënten van het product die van de $(m+n)^{de}$ magt volkomen; het is het karakter der magtsverheffing: $F(m) \times F(n) = F(m+n)$

De coëfficiënten der veelhoeksvergelijkingen van den $2(m+n)+1$-hoek, van den $2(m+n)^{den}$ graad worden nu wel niet volkomen gevormd door de vermenigvuldiging van de coëfficiënten der vergelijkingen van den $(2m+1)$- en $(2n+1)$-hoek, welke natuurlijk ook eene vergelijking van den $2(m+n)^{den}$ graad geven, maar toch met zeer veel overeenstemmende coëfficiënten.

Bijzonder eenvoudig is het verschil, als men vier veelhoeken neemt:

$$C(2m+1), C(2n+1), C(2p+1), C(2q+1),$$

danig, dat $m+n=p+q$, terwijl de graden der vergelijkingen

$$(2m+1) \times (2q+1) \text{ en } (2n+1) \times (2p+1)$$

weinig verschillen; zelfs kan men nemen het vierkant van een $(2m+1)$-hoeks- en het product van eene $(2p+1)$-hoeks- en het product van eene $(2q+1)$-hoeksvergelijking, zoodanig dat $m^2 = p+q$ en tevens

$(2m+1)^2 - (2p+1)(2q+1)$ een gering verschil is.

De verschillen gelden dan voor den veelhoek met het aantal zijden gelijk aan de helft van dit verschil.

Bij voorbeeld:

$$\{C(5)\}^2 = x^8 - 10x^6 + 35x^4 - 50x^2 + 25 = 0$$
$$C(3) \times C(7) = x^8 - 10x^6 + 35x^4 - 49x^2 + 21 = 0$$

dus

$$C(3) \times C(7) - \{C(5)\}^2 = x^2 - 4 = C(2)$$
$$C(5) \times C(11) = x^{14} - 16x^{12} + 104x^{10} -$$
$$- 352x^8 + 660x^6 - 671x^4 + 330x^2 - 55 = 0$$
$$C(7) \times C\ (9) = x^{14} - 16x^{12} + 104x^{10} -$$
$$- 352x^8 + 660x^6 - 672x^4 + 336x^2 - 63 = 0$$

dus:

$$C(5) \times C(11) - C(7) \times (9) =$$
$$= x^4 - 6x^2 + 8 = (x^2 - 2)(x^2 - 4) = C(4).$$

Eveneens kan men geringe verschillen zien tusschen $C(19) \times C(3), C(17) \times C(15), C(15) \times C(7), C(13) \times C(9)$.

De reden en de bepaling er van moeten uit de volgende paragraphen worden afgeleid.

15. Wij hebben in § 5 en 6 gezegd, dat wij bij de gelijkstelling van de koorden van verschillende veelvouden van bogen wel hebben toe te zien, voor welke veelhoeken wij daardoor de vergelijkingen verkrijgen, en wij voegen er bij, dat wij er op hebben te letten, of dan nog wel de volledige vergelijkingen ontstaan. Hier is het de plaats, om bij de ontleding der weinig veranderde vergelijkingen dat gezegde nader te bepalen. Stellen wij vooreerst: krd $(2n+1)\varphi =$ krd. φ, zoo moet iets van het karakter van den $2n$-hoek en iets van het karakter van den $(2n+2)$-hoek, wiens koorde negatieve boog $q =$ koorde $(2n+1)\varphi$ is, daarin voorkomen, en zelfs iets van het karakter van al de veelhoeken, voor welke het aantal hoekpunten deeler is van $2n+2$ en $2n$,

in zooverre als althans de graad der vergelijkingen ($2n$) en ($2n+2$) zulks toelaat, d. i. in zooverre sommige diagonalen van den ($2n+2$) en $2n$-hoek als zijden van die veelhoeken van een geringer in $2n$ of $2n+2$ deelbaar aantal zijden kunnen worden aangemerkt.

Wij hebben $Sin.(2n+1)\frac{\varphi}{2} = \pm Sin.\frac{\varphi}{2}$, naarmate wij de koorde van het ($2n+1$)-voud des boogs gelijk willen stellen aan de koorde van den negatieven of van den positieven boog *).

Dat is:

$$Sin.(2n+1)\frac{\varphi}{2} - Sin.\frac{\varphi}{2} = 0 \ (a) \text{ in het eerste geval,}$$

$$Sin.(2n+1)\frac{\varphi}{2} + Sin.\frac{\varphi}{2} = 0 \ (b) \text{ in het tweede geval,}$$

of na herleiding:

$$Sin.\,n.\frac{\varphi}{2}\,Cos.(n+1)\frac{\varphi}{2} = 0 \ (a')$$

$$Sin.(n+1)\frac{\varphi}{2}\,Cos.\,n\frac{\varphi}{2} = 0 \ (b')$$

Al de veelhoeken, die aan (a) of (a') voldoen, zullen voorkomen als factoren van $C(2n+1) = +1$, en al de veelhoeken, die aan (b) of (b') voldoen, zullen voorkomen als factoren van $C(2n+1) = -1$.

Een der factoren van ieder der vergelijkingen (a') en (b') behoort tot den veelhoek van ééne zijde meer, de andere tot die van ééne zijde minder. Sommige diagonalen

*) Daar de uitdrukking van $Sin.(2n+1)\varphi/_2$ (vergelijk blz. 307) tot factor heeft $Sin.\ \varphi/_2$ en doordien factor $Sin.\ \varphi/_2$ ook kan gedeeld worden als men $Sin.\ (2n+1)\varphi/_2 =$ nul stelt en dus de vergelijking van den $2n+1$-hoek zoekt, zoo heeft men het eerste lid van de formule van een $2n+1$-hoek slechts gelijk ± 1 te stellen om uit te drukken, dat koorde $(2n+1)\varphi = \pm$ krd. φ.

van den $2n$-hoek komen dan voor in (a'), de overige in (b'), en evenzoo is het met ($2n+2$)-hoek, en daar bij deze veelhoeken met even aantal zijden een gedeelte der diagonalen, koorden of diagonalen zijn van de veelhoeken van de helft, van het vierde deel van het aantal zijden, zoo kan men dit ook symbolisch voorstellen, alsof de vergelijkingen dier veelhoeken (de incomplete E's) er in voorkomen.

Men heeft slechts te zien, dat aan a' en b' voldaan wordt als $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2(n+1)}, \frac{\pi}{2n}, \frac{\pi}{n+1}, \frac{\pi}{n}$ is of een onderdeel hiervan, en daarop kan men dan zien, of eene zekere waarde $\frac{\varphi}{2} = \varphi'$ nu $Sin.(n+1)\varphi' = Sin.\varphi'$, dan wel $= - Sin.\varphi'$ levert.

Eischt men bijv.

$$\text{krd. } 9\varphi = \pm \text{ krd. } \varphi, \text{ overeenkomende met}$$

$$C(9) = \pm 1 \text{ en met } Sin.\, 9\varphi' = \pm Sin.\varphi' \; (\varphi' = \varphi/_2)$$

Aan $Sin.\, 9\varphi' = + Sin.\varphi'$ voldoen alleen de hoeken $\varphi' = 18°, = 45°, = 90°$, en aan $Sin.\, 9\varphi' = - Sin.\varphi'$ voldoen alleen de hoeken $\varphi' = 36°, = 22°\frac{1}{2}$,

zoodat men voor krd. $9\varphi = +$ krd. φ heeft:

$\varphi = 36°, = 90°, = 180°$, waarvan de eerste waarde aan den tienhoek behoort, de twee andere aan den achthoek, of zoo men wil aan den vierhoek, en voor krd. $9\varphi = -$ krd. φ,

$\varphi = 72°, = 45°$, de eerste behoort weder aan den tien- of zoo men wil aan den vijfhoek, de tweede aan den achthoek, aan de diagonalen van den achthoek, die niet tot den vierhoek behooren.

Derhalve:

$$C(9) = +1 \equiv E(10).\, E(4).\, E(2) = 0$$

en

$$C(9) = -1 \equiv E\,(8).\, E(5).$$

Wil men eene geometrische figuur te hulp roepen, zoo construeert men den $2n$-hoek en den $(2n+2)$-hoek, trekt in ieder eene middellijn door twee overstaande hoekpunten; en telt zoodanige waarde $\varphi/_2\, n$ malen of $(n+1)$ malen in denzelfden zin voort, zoo ziet men oogenblikkelijk of de n of $(n+1)$-voudige boog ook boven de middellijn of er onder eindigt. Ook kan men de raaklijn construeren aan den cirkel om den veelhoek beschreven, en wel in een zijner hoekpunten, waaruit men ook de verschillende diagonalen, de koorden, naar de overige hoekpunten getrokken heeft, en nu, daar de hoeken aan den omtrek door de halve bogen gemeten worden, met φ in plaats van met $\varphi/_2$ omtellen, dan worden onmiddellijk de koorden gegeven. Men heeft dan echter naauwlettend toe te zien, wanneer zoodanige koorde $m\varphi$ als negatief moet beschouwd worden.

16. Ook kan men natuurlijk de resultaten, gegeven door $C(2n+1)=+1$ en $C(2n+1)=-1$, vereenigen door te nemen $\{C(2n+1)\}^2-1=0$, zoo als zulks in volgende tabel geschied is, waarin echter, ter verkrijging van een beter overzigt, de E's, gegeven door $C(2n+1)+1=0$, door het teeken $\times$ zijn afgescheiden van de E's, die te zamen vermenigvuldigd $C(2n+1)-1=0$ leveren.

$\{C(3)\}^2-1=E(4)\times C(2)=0.$

$\{C(5)\}^2-1=E(4).C(3)\times E(6).C(2)=0.$

$\{C(7)\}^2-1=E(8).C(3)\times E(6).E(4).C(2)=0.$

$\{C(9)\}^2-1=E(8).C(5)\times E(10).E(4).C(2)=0.$

$\{C(11)\}^2-1=E(12).C(5).E(4)\times E(10).E(6).C(3).C(2)=0.$

$\{C(13)\}^2-1=E(12).C(7).E(4)\times E(14).E(6).C(3).C(2)=0.$

$\{C(15)\}^2-1=E(16).C(7)\times E(14).E(8).E(4).C(2)=0.$

$\{C(17)\}^2-1=E(16).E(9).C(3)\times E(18).E(8).E(4).E(2).E(6)=0.$

$\{C(19)\}^2-1=E(20).E(9).E(4).C(3)\times E(18).E(10).E(6).C(5).C(2)=0.$

$\{C(21)\}^2-1=E(20).C(11).E(4)\times E(22).E(10).C(5).C(2)=0.$

$\{C(23)\}^2-1=E(24).C(11).E(8)\times E(22).E(12).E(6).C(3).E(4).C(2)=0.$

Gaat men van veelhoeken met een even aantal zijden uit, zoo heeft men steeds

$$\{C(2n)\}^2 - 1 = C(2n-1).\ C(2n+1).\ E(2).$$

17. De gelijkstelling van krd. $n\varphi$ = krd. $(n+1)\varphi$ is volkomen en ondubbelzinnig, maar als men twee koorden van andere veelvouden eens boogs aan elkander gelijkstelt, zoo heeft men weder, indien de veelvouden zijn $p\varphi$ en $q\varphi$:

$$Sin.\ p\frac{\varphi}{2} \pm Sin.\ q\frac{\varphi}{2} = 0,$$

$$Sin.\frac{p+q}{2}.\frac{\varphi}{2}\ Cos.\frac{p-q}{2}.\frac{\varphi}{2} = 0\ (a')$$

$$Sin.\frac{p-q}{2}.\frac{\varphi}{2}\ Cos.\frac{p-q}{2}.\frac{\varphi}{2} = 0\ (b').$$

Men heeft dus in den $(p-q)$- en $(p+q)$-hoek de waarden van $\varphi/_2$ te zoeken, die aan deze beide formulen voldoen, en die waarden te toetsen aan de eerste en tweede vergelijking, om te beslissen tot welke zij behooren.

Stellen wij krd. 3φ = krd. 5φ, zoo moet daarin iets van het karakter van den achthoek voorkomen. Werkelijk zien wij iets, maar niet alles.

$$\pm x(3 - x^2) = x(5 - 5x^2 + x^4)$$

geeft:

$$x^4 - 4x^2 + 2 = 0 \text{ of: } x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

en dus als wortels van de eerste vergelijking de wortels van den drievoudigen en dus hier voor den achthoek tevens vijfvoudigen en van den enkelen boog, en als wortels van de tweede vergelijking die van tweehoek en vierhoek E(2). E(4) = 0. Alzoo geven beide te zamen vermenigvuldigd de volledige vergelijking van den achthoek C(8).

$$C(8) = E(8).\ E(4).\ C(2).$$

Stelt men krd. 3φ = krd. 7φ

$$\pm x(3 - x^2) = x(7 - 14x^2 + 7x^4 - x^6)$$

zoo verkrijgt men:

$$x^6 - 7x^4 + 13x^2 - 4 = (x^4 - 3x^2 + 1)(x^2 - 4) = 0,$$

en

$$x^6 - 7x^4 + 15x^2 - 10 = (x^4 - 5x^2 + 5)(x^2 - 2) = 0;$$

de eerste heeft dus tot factoren: C(2) en E(10), de tweede E(4) en E(5); dus haar product geeft: $0 = E(4) \times C(5) \times C(2) \times E(10)$; waarin weder dezelfde regel doorstraalt, als in de vorige § is aangegeven.

Verheft men die beide vergelijkingen eerst tot de tweede magt, zoo verkrijgt men natuurlijk hetzelfde resultaat, maar in eene uitdrukking verbonden.

$$9 - 6x^2 + x^4 = 25 - 50x^2 + 35x^4 - 10x^6 + x^8$$
$$x^8 - 10x^6 + 34x^4 - 44x^2 + 16 = 0$$

of:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2)(x^4 - 4x^2 + 2) = 0.$$

$$9 - 6x^2 + x^4 = 49 - 196x^2 + 294x^4 - 210x^6 + 77x^8 - 14x^{10} + x^{12}$$

of:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2)(x^4 - 5x^2 + 5)(x^4 - 3x^2 + 1) = 0.$$

Werkelijk zijn nu weder in het eerste voorbeeld de tweehoek, vierhoek en achthoek de eenige veelhoeken, waarvoor krd. $3\varphi =$ krd. 5φ is, en in het tweede voorbeeld de tweehoek, vierhoek, vijfhoek en tienhoek de eenige veelhoeken, waarvoor krd. $3\varphi =$ krd. 7φ is.

18. Indien men voor sinussen of bepaaldelijk voor cosinussen van de uitwendige polygoonshoeken d. i. de supplementen der polygoonshoeken vergelijkingen begeert, zoo zal men wel niet dezen weg gaan, maar liever een ander algebraïsch karakter van den veelhoek ten grondslag leggen: namelijk, dat elke zijde de som is van de projectiën der andere zijden op haar, of het daarvan afgeleide karakter, dat het vierkant op eene van de zijden gelijk is aan

de som der vierkanten op al de overige zijden, vermeerderd met tweemaal het product van elke combinatie dier zijden twee aan twee met de cosinus telkens van dien hoek, welken men moet maken, als men den veelhoek in een bepaalden zin omgaande van de ééne dier zijden op de andere zal overgaan.

Is de zijde $= 1$, zoo is de formule voor den n-hoek uit de eerste eigenschap:

$$1 = Cos. \frac{2\pi}{n} + Cos. \frac{4\pi}{n} + Cos. \frac{6\pi}{n} + \ldots + Cos. \frac{2(n-1)\pi}{n}$$

en uit de tweede eigenschap:

$$1 = (n-1) + 2\left\{(n-2)\,Cos. \frac{2\pi}{n} + (n-3)\,Cos. \frac{4\pi}{n} + \right.$$
$$\left. + (n-4)\,Cos. \frac{6\pi}{n} + \ldots + Cos. \frac{2(n-2)\pi}{n}\right\},$$

of wel bij eenen $(n-1)$-hoek, als men dezen ontstaan denkt uit den n-hoek door het verdwijnen van eene zijde:

$$0 = (n-1) + 2\left\{(n-2)\,Cos. \frac{2\pi}{n-1} + (n-3)\,Cos. \frac{4\pi}{n-1} + \right.$$
$$\left. + (n-4)\,Cos. \frac{6\pi}{n-1} + \ldots + Cos. \frac{2(n-2)\pi}{n-1}\right\}.$$

Na vereenvoudiging door de formule $Cos.\,\varphi = Cos.\,(2\pi - \varphi)$ en dergelijke komt men spoedig tot de vroeger gebruikte:

$$1 + 2\left\{Cos. \frac{2\pi}{n} + Cos. \frac{4\pi}{n} + Cos. \frac{6\pi}{n} + \ldots + Cos. \frac{2(n-1)\pi}{n}\right\} = 0.$$

19. Zoo als deze formulen daar staan, geven zij door onderlinge verbinding aanleiding tot nieuwe formulen. Zoo is bijvoorbeeld uit de tweede en derde:

$$\tfrac{1}{4} = (n-2) \, Sin. \tfrac{1}{2} \frac{(2n-1)\pi}{n(n-1)} \, Sin. \tfrac{1}{2} \frac{\pi}{n(n-1)} +$$

$$+ (n-3) \, Sin. \frac{(2n-1)\pi}{n(n-1)} \, Sin. \frac{\pi}{n(n-1)} + \text{enz.},$$

maar bovendien geven zij, hetgeen hier meer ter zake doet, en waarom wij de overige relatiën, die er gemakkelijk uit af te leiden zijn, voorbijgaan, voor de cosinussen der hoeken zeer spoedig de waarden. Wij noemen slechts den vijfhoek, zevenhoek, negenhoek en vijftienhoek, waarvoor de vergelijkingen oplosbaar zijn Wij verkrijgen uit de vierde:

Voor den vijfhoek: $1 + 2\,(Cos.\,72^\circ + Cos.\,144^\circ) = 0,$

Voor den zevenhoek: $1 + 2\left(Cos.\frac{2\pi}{7} + Cos.\frac{4\pi}{7} + Cos.\frac{6\pi}{7}\right) = 0,$

Voor den negenhoek: $1 + 2(Cos.\,40^\circ + Cos.\,80^\circ +$
$+ Cos.\,120^\circ + Cos.\,160^\circ) = 0,$

Voor den vijftienhoek: $1 + 2(Cos.24^\circ + Cos.48^\circ + Cos.72^\circ +$
$+ Cos.96^\circ + Cos.120^\circ + Cos.144^\circ + Cos.168^\circ) = 0.$

Noemen wij weder den middelpuntshoek φ, dan heeft men $x = 2\,Sin.\,\tfrac{1}{2}\varphi$, $x^2 = 4\,Sin.^2\,\tfrac{1}{2}\varphi = 2\,(1 - Cos.\,\varphi)$. Substitueren wij deze waarden van x^2 in de vergelijkingen der veelhoeken, dan worden deze uitgedrukt in functie van de cosinussen der middelpuntshoeken. Wij deden dit voor de onevene veelhoeken tot en met den negentienhoek.

Gemakkelijker nog komt men tot dezelfde vergelijkingen door gebruik te maken van de boven aangegeven betrekking, geldende als $(2n+1)\varphi = 2\pi$:

$$1 + 2(Cos.\varphi + Cos.2\varphi + Cos.3\varphi + \ldots . Cos.n\varphi) = 0$$

Immers, indien men volgens de bekende formulen de cosinus van het veelvoud eens boogs uitdrukt in de opvolgende magten van de cosinus des boogs, zoo heeft men:

Voor m even:

$$(-1)^{m}/_{2}\,Cos.\,m\varphi = 1 - \frac{m^2}{1.2}Cos.^2\varphi + \frac{m^2(m^2-4)}{1.2.3.4}Cos.^4\varphi \ldots +$$

$$+(-1)^{m}/_{2}\,\frac{m^2(m^2-4)\ldots(m^2-(m-2)^2)}{1.2.3.4\ldots\,(m-1)m}Cos.^m\varphi.$$

Voor m oneven:

$$(-1)^{m+1/2}\,Cos.\,m\varphi = m\,Cos.\,\varphi - \frac{m(m^2-1)}{1.2.3}\,Cos.^3\varphi +$$

$$+\frac{m(m^2-1)(m^2-9)}{1.2.3.4.5}\,Cos.^5\varphi \ldots +$$

$$+(-1^{m-1}/_{2}\,\frac{m(m^2-1)\ldots(m^2-(m-1)^2)}{1.2.3\ldots\ldots m}\,Cos.^m\varphi.$$

20. In het volgend schema zijn de coëfficiënten van de verschillende magten van $Cos.\,\varphi$, zoo als zij voorkomen na optelling van $Cos.\,\varphi$, van $(Cos\,\varphi + Cos.\,2\,\varphi)$, van $Cos.\,\varphi + Cos.\,2\,\varphi + Cos.\,3\,\varphi$, aangegeven, die van de hoogste magten positief. Wij hadden ze weder volgens de schrijfwijze van den driehoek van PASCAL kunnen mededeelen, maar geven de voorkeur aan de verticale schrijfwijze.

	$Cos.^0\varphi$	$Cos.^1\varphi$	$Cos.^2\varphi$	$Cos.^3\varphi$	$Cos.^4\varphi$	$Cos.^5\varphi$	$Cos.^6\varphi$	$Cos.^7\varphi$	$Cos.^8\varphi$	Cos.[illegible]
Driehoek	+1	+2								
Vijfhoek	−1	+2	+4							
Zevenhoek . . .	−1	−4	+4	+8						
Negenhoek. . .	+1	−4	−12	+8	+16					
Elfhoek	+1	+6	−12	−32	+16	+32				
Dertienhoek . .	−1	+6	+24	−32	−80	+32	+64			
Vijftienhoek . .	−1	−8	+24	+80	−80	−192	+64	+128		
Zeventienhoek.	+1	−8	−40	+80	+240	−192	−448	+128	+256	
Negentienhoek.	+1	+10	−40	−160	+240	+672	−448	−1024	+256	+5[illegible]

Daar de cosinus van een even veelvoud alleen evene magten en een cosinus van een oneven veelvoud alleen onevene magten geeft, zoo worden alzoo bij toevoeging van de cosinus van een volgend veelvoud alleen de coëfficiënten

van de evene of alleen die van de onevene magten veranderd en blijven dus beurtelings deze getallen dezelfde in de volgende rij als in de voorgaande, zoodat ieder tweemaal voorkomt.

Ook valt de merkwaarkige volgorde der coëfficienten hier weder in het oog. Vooreerst is de som dergenen, die op dezelfde horizontale rij voorkomen, gelijk aan het ordegetal van den veelhoek, waartoe zij betrekking hebben; voorts blijkt, dat de coëfficiënten in eene vertikale rij, indien men niet op de teekens let, wier volgorde bijzonder duidelijk is, gevormd zijn uit de sommen van m, m^2, $m\,(m^2-1)$, $m^2\,(m^2-4)$ enz. en dus eene arithmetische reeks vormen van de 0de, 1ste, 2de, 3de, 4de, enz. orde, mits men elk dubbel voorkomend getal slechts eenmaal in aanmerking neme. Zij moeten dus weder in naauwe betrekking staan tot de binomiaal-coëfficiënten. Na het vroeger gegevene bewijs zien wij nu dadelijk, dat die $\frac{m\,(m^2-1)}{1.2.3}$, $\frac{m\,(m^2-1)\,(m^2-4)}{1.2.3.4.5}$ werkelijk ook binomiaal-coëfficiënzijn: $\frac{(m+1)\,m\,(m-1)}{1.\;2.\;3.}$, $\frac{(m+2)\,(m+1)\,m\,(m-1)\,(m-2)}{1.\;2.\;3.\;4.\;5.}$.

Zoo heeft men dan, indien men de coëfficiënten van $Cos.^m\varphi$ deelt door 2^m, de getallen, die de binomiaal-coëfficiënten van dezelfde orde voor de opvolgende magten aangeven ieder tweemaal, en dus ook, indien men in een diagonaal van de linker- naar de regterhand opgaat, de binomiaal-coëfficiënten van de opvolgende magten ieder tweemaal. In onderstaand schema zijn die deelingen ten uitvoer gebragt.

	$Cos.^0\varphi$	$Cos.^1\varphi$	$Cos.^2\varphi$	$Cos.^3\varphi$	$Cos.^4\varphi$	$Cos.^5\varphi$	$Cos.^6\varphi$	$Cos.^7\varphi$	$Cos.^8\varphi$	$Cos.^9\varphi$
Driehoek......	1	1								
Vijfhoek......	1	1	1							
Zevenhoek.....	1	2	1	1						
Negenhoek....	1	2	3	1	1					
Elfhoek.......	1	3	3	4	1	1				
Dertienhoek...	1	3	6	4	5	1	1			
Vijftienhoek...	1	4	6	10	5	6	1	1		
Zeventienhoek.	1	4	10	10	15	6	7	1	1	
Negentienhoek.	1	5	10	20	15	21	7	8	1	1

De coëfficiënten van deze vergelijkingen in *Cos.* φ worden dus gemakkelijk opgeschreven, gemakkelijker nog dan die van de vergelijkingen die voor de zijden en koorden of voor sinussen der halve middelpuntshoeken gelden.

Al laten zich voorloopig geene praktische toepassingen aan deze vergelijkingen en de eigenschappen harer coëfficiënten verbinden, zoo hopen wij toch, dat hare eigendommelijke theoretische eigenschappen van eenig belang mogen geacht worden. Wij laten het, om niet te uitvoerig te zijn, na, nu nog verdere eigenschappen te onderzoeken.

Na dat dit stukje gedeponeerd was is dan ook reeds een brief van een geacht wiskundige ontvangen, die door het aangehaalde stukje in GRUNERT's *Archiv* opgewekt, zijne aandacht met vrucht hieraan heeft gewijd.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 31sten OCTOBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, C. A. J. A. OUDEMANS, J. BOSSCHA JR., M. C. VERLOREN, J. G. S. VAN BREDA, P. ELIAS, D. BIERENS DE HAAN, F. J. STAMKART, F. C. DONDERS, W. C. H. STARING, A. W. M. VAN HASSELT, C. J. MATTHES, F. KAISER, P. L. RIJKE, G. E. V. SCHNEEVOOGT, R. VAN REES, E. H. VON BAUMHAUER, J. P. DELPRAT, J. VAN GEUNS, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, N. W. P. RAUWENHOFF, J. W. L. VAN OORDT, H. J. HALBERTSMA, P. HARTING.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige Vergadering, rigt de Voorzitter een woord tot verwelkoming aan den Heer P. L. RIJKE, die voor het eerst eene zitting der Afdeeling bijwoont.

Worden vervolgens gelezen missives ten geleide van boekgeschenken, van de volgende H.H. 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 October 1863, N°. 175, 5de Afd.); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 22 October 1863, N°. 135, 6de Afd.); 3°. K. M. GILTAY (Rotterdam, October, 1863); 4°. HENRY JAMES, Col. Roy. Engineer, Director of the Topographical Depôt and Superintendent of the Ordnance Survey (Southampton, 8th October 1863); 5°. SCOUTETTEN (Metz, 22 October 1863).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing in de boekerij.

Daarna wordt kennis genomen van de ingekomen brieven van dankbetuiging voor ontvangen werken der Akademie, te weten: 1°. van den Heer GUNNING, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, 6 October 1863); 2°. van den Heer D. F. VAN DER PANT, 1sten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte (Rotterdam, 19 October 1863).

Aangenomen voor berigt.

Op eene aanvraag van het Bestuur der *Library of the Natural-History-Society te Boston*, tot wederzijdsche toezending van uitgegeven geschriften, wordt gunstig besloten, met overlating aan den Secretaris van de regeling daarvan.

De Secretaris berigt, dat door de Commissie van Redactie der *Verslagen en Mededeelingen* zijn aangenomen geworden de in hare handen gestelde Bijdragen van de HH. KAISER, BLEEKER, STAMKART en VAN KERCKHOFF.

Wordt gelezen een brief van den Heer P. VAN DER STERR, Amsterdam 9 dezer, met twee Tabellen van waargenomen waterhoogten over de maand September j.l.

Verzending naar de Commissie voor de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris rapporteert, dat door den Heer BLEEKER voor de *Verslagen en Mededeelingen* is aangeboden eene *Notice sur quelques poissons de l'île de Harouko.*

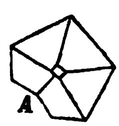
Wordt in handen gesteld van de Commissie van Redactie.

De Heer STARING doet eene mededeeling betreffende een merkwaardigen diamant onderzocht door den Heer J. H. KLOOS, Phil. Stud. te Göttingen, waarheen hij hem, bij vergunning van den eigenaar, den Heer M. E. COSTER te Amsterdam, had medegenomen.

In het schrijven van den Heer KLOOS daarover komt het navolgende voor:

„Het exemplaar prijkt met uitmuntende, sterk glanzende vlakken en vertoont eenen vorm, die mij uit het isometrische systeem geheel onbekend was en dien ik eerst niet wist te ontcijferen.

Mijn nader onderzoek, met Prof. SARTORIUS VON WALTERSHAUSEN uitgevoerd, leerde ons, dat wij met eene groote mineralogische zeldzaamheid te doen hadden, daar de vorm van dit kristal tot nu toe geheel onbekend en hoogst waarschijnlijk éénig is. Het exemplaar heeft eene middellijn van 3.5 m.m. en weegt 129 milligramm., dus ten naastenbij 3/5 karaat. Het meten der hoeken met den Wollastonschen goniometer was, door de uitmuntend ontwikkelde vlakken, volkomen mogelijk en kon met groote scherpte worden uitgevoerd. Uit deze hoekmeting bleek, dat het individuum uit vijf aan elkander liggende tetraëders bestaat, die te zamen eene gestalte vormen, welke door eene dubbele vijfzijdige pyramide wordt begrensd. De hoeken aan de basis zijn alle inspringend, door het voorhanden zijn der negatieve tetraëdrische gestalten; maar slechts een dezer inspringende hoeken is genoegzaam ontwikkeld, om te kunnen worden gemeten; de vier andere zijn nauwelijks met het bloote oog te zien, en hunne grootte kon niet bepaald worden De bijgevoegde figuur stelt het kristal van boven gezien voor, en moet slechts dienen om een oppervlakkig denkbeeld van zijne zonderlinge gedaante te geven. Zoowel de hoeken aan de poolkanten, als die aan de basis der pyramide, geven naauwkeurig den tetraëder-hoek van 70°32′, de eersten natuurlijk het dubbele aantal graden, wijl zij uit de vereeniging van twee tetraëder-hoeken ontstaan zijn. Terwijl de eerste tetraëder zich den tweeden, de tweede den derden,



de derde den vierden en de vierde den vijfden volkomen aansluit, zoo blijkt uit de meting van den inspringenden hoek, dat deze aansluiting tusschen den vijfden en den eersten tetraëder niet zoo volkomen heeft plaats gehad. Ware dit het geval, zoo moest de hoek bij A juist 141°4′ meten, zijnde dit de dubbele tetraëder-hoek, door de hemitropiën van den spinel en het magneetijzer genoegzaam bekend. Wij verkregen daarentegen eene waarde van 148°24′. Het verschil 7°20′ is naauwkeurig de kleine hoek die overblijft, wanneer zich vijf tetraëderhoeken aan elkander voegen (360° — 5 × 70°32′ = 7°20′). Van eene spleet is echter niets te zien; de natuur heeft dus gedurende de kristalschieting door aanvulling dezer spleet den vorm gesloten en met vijf tetraëders de ruimte volkomen begrensd. Het kleine vlak is slechts aan den eenen poolhoek der pyramide voorhanden; aan den anderen is daarvan niets te ontdekken. Uit de hoeken, die dit vlak met de zijden der pyramide vormt, berekende Prof. SARTORIUS eene verhouding zijner parameters van 1.2—2, welke eenen ikositetraëder zou aanduiden, waarvan de stelling echter nog zeer raadselachtig is.

Deze eigenaardige vijfling is niet alleen nieuw voor den kristalvorm van den diamant, maar eene dergelijke combinatie is tot nu toe in het eerste kristalsysteem geheel onbekend; terwijl de wijze, waarop hier uit vormen die de ruimte niet volkomen kunnen omsluiten, een regelmatig begrensde vorm is ontstaan, eene belangrijke bijdrage voor de krystallographie oplevert.

Prof. SARTORIUS gaf van dezen nieuwen kristalvorm eene voorloopige aankondiging in de *Göttinger gelehrte Anzeigen* van 13 Mei l.l. en behoudt zich voor, om de uitvoerige beschrijving, met de door de meting gevondene getallen, in eene Verhandeling te leveren, die hij over de elementen in 't algemeen gereed maakt."

De Heer STARING zou het zeer bejammeren, bijaldien dit fraaije specimen, dat als edelgesteente geringe waarde heeft, maar voor de studie der mineralogie van groot gewigt is, voor de wetenschappelijke wereld in het vervolg welligt minder toegankelijk wierd, en stelt daarom voor, den Heer COSTER van wege de Afdeeling haren wensch kenbaar te maken, dat het gedeponeerd moge worden in de eene of andere Openbare Verzameling in Nederland.

Na eenige woordenwisseling daarover wordt besloten aan dit voorstel gevolg te geven.

De Secretaris legt over eene door Dr. SASSE te Zaandam aangeboden Bijdrage: *Tot de kennis van den Schedelvorm der Nederlanders*, waarop voorloopig besloten wordt tot verzending naar de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen*.

De Heer VAN DER WILLIGEN spreekt over eene reeks van proefnemingen, waarmede hij zich onledig houdt, ter naauwkeurige bepaling van de refractiecoëfficienten van vloeistoffen voor de onderscheidene lichtstralen met den spectrometer van MEYERSTEIN, een instrument waarvan de verdeeling met behulp van microscopen gaat tot secunden. Hij beschrijft de wijze waarop hij daarbij te werk gaat, en deelt vooreerst de resultaten mede van zijn onderzoek op gedestilleerd water, in onderstaande Tabel te zamen gevat:

	Temperat. 22°.37 C. Iste stand.	Temperat. 16°.58 C. IIde stand.	Temperat. 19°.5 C. midden.	Temp.	18°.75 C. Frauenhofer.	Diff. Frauenhofer. +
A	1.32876	1.32921	1.32899	19.4	—	—
"	1.32966	1.33000	1.32983	19.4	—	—
B	1.33031	1.33064	1.33048	19.4	1.330956	48
C	1.33101	1 33142	1.33122	19.5	1 331710	49
D	1.33282	1.33332	1.33307	19.5	1.333577	51
E	1.33502	1.33553	1.33527	19.5	1.335850	58
b	1 33541	1.33589	1.33565	19.5	—	—
F	1.33698	1.33741	1.33720	19.5	1.337803	60
$\overline{G}$	1.33880	1.33923	1.33901	20.0	—	—
G	1.34049	1.34077	1.34063	19.5	1.341277	65
$\overline{H}$	1.34223	1.34245	1.34234	19.5	—	—
H	1.34338	1.34361	1.34350	19.5	1.344170	67

Variatie voor temperatuur: voor 1° 6.03
Temp. diff. I en II = 5°.8
$5.8 \times 6.03 = 35$,
ook alleen uit IIden stand
Temp. correctie 6.83 per graad
geeft $5.8 \times 6.83 = 40$.

De Heer BLEEKER biedt aan een afdruk van eene brochure van meergenoemden Heer J. H. KLOOS, ten titel voerende: *Geologische opmerkingen over de Kolen van Borneo.* — Plaatsing in de boekerij.

Voorts doet hij eene mededeeling omtrent het zonderling aanwezen van levende Crustaceën in de buikholte van sommige riviervischjes op Java, het eerst daarin gevonden door den Heer JELLESMA, en licht zijne beschrijving toe met een exemplaar op spiritus, uit zijne eigen verzameling.

De Heer DONDERS geeft verslag van een en ander, hetwelk een geschiedkundig onderzoek omtrent Physiologische Dioptrica hem bereids heeft opgeleverd.

De Heer STAMKART spreekt, naar aanleiding van het door den Heer VAN DER WILLIGEN medegedeelde, over eene eenvoudige handelwijze om een dubbel glazen plaatje te vervaardigen met juist evenwijdige grensvlakken.

Daar niemand meer het woord verlangt, wordt het Proces-Verbaal der tegenwoordige zitting geresumeerd en sluit de Voorzitter de Vergadering.

SUR LA

PRESSION MOYENNE DE L'ATMOSPHÈRE

EN

PLUSIEURS LIEUX DE L'EUROPE.

PAR

C. H. D. BUIJS BALLOT.

La hauteur barométrique en Russie, en Espagne, en Italie, en Angleterre, en France est beaucoup mieux connue depuis que les Bulletins des observatoires impériaux à Paris et à St. Pétersbourg ont publié tous les jours les observations du baromètre. Aussi les communications publiées dans l'intéressant journal du père SECCHI, *Bulletino Meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano,* nous éclaircissent sur la marche du baromètre en Italie et de plus elles fournissent d'amples et précieux renseignements sur la hauteur barométrique en d'autres parties de l'Europe

Les cinq années 1858—1863 du Bulletin français nous mettent à même d'obtenir la hauteur moyenne mensuelle pour plusieurs lieux; surtout si nous mettons en rapport ces observations avec des observations antérieures continuées à quelques-uns de ces lieux pendant une très-longue suite d'années.

Mais pour cela il faut une chose, savoir: que toujours le même baromètre ait été observé, à la même hauteur au-dessus du niveau de la mer Quand ce n'est pas le cas on n'en peut tirer aucune conclusion. Pour en déduire la distribution de la pression atmosphérique sur le globe, il faut connaître de plus la correction pour chaque instrument et sa hauteur précise. Car je prétends que, si l'on veut être très-exact, il n'est pas bon de réduire les observations au niveau de la mer, puisque la correction est une autre en divers mois, une autre pour des pressions fortes, une autre pour des pressions faibles, une autre pour des plateaux, une autre pour les régions près de montagnes, une autre encore pour des régions loin de montagnes. Si la première condition est remplie (j'insiste sur cela, puisque je puis citer mille exemples que j'ai été frustré dans mes recherches parce qu'elle n'était pas remplie) si l'on a observé avec un instrument tolérablement bon à la même heure, au même lieu, à la même hauteur et si l'on a eu la précaution de ne pas changer l'instrument que dans une nécessité extrême et après avoir comparé consciencieusement les indications du nouvel instrument avec celles de l'ancien, je dis que la météorologie peut être satisfaite, car on peut toujours déterminer la correction de l'instrument, la hauteur au-dessus du niveau de la mer, etc. Mais si je la dis satisfaisante, je la dis en même temps indispensable, de sorte que je juge nécessaire d'avoir toujours deux baromètres à chaque station l'un pour observer tous les jours, l'autre pour le comparer de temps à autre avec le premier p. e. chaque mois. En procédant de cette manière on parviendra à étudier le rapport de la hauteur barométrique non seulement avec la latitude, mais également avec la longitude. Or on a fait trop peu de cas de l'influence de la dernière.

En admettant que dans ces cinq dernières années,

1858—1863, les baromètres n'ont pas été changés aux lieux pour lesquels je communiquerai mes résultats, on peut mettre en rapport les lieux du bulletin avec les lieux pour lesquels la marche annuelle du baromètre est indiquée dans mon mémoire publié en 1861 par l'Académie Royale d'Amsterdam sous le titre: *Sur la marche annuelle du baromètre et du thermomètre en Neêrlande et en divers lieux de l'Europe.* Le mémoire contient une détermination des valeurs normales de chaque jour pour pouvoir calculer les écarts, mais qui n'a pas encore la prétention d'être exacte. Encore cinq à dix anneés de plus, et on les connaîtra très bien. Pour établir cette marche annuelle je pouvais prendre pour base la marche à Varsovie, où pendant cinquante-deux années les hauteurs étaient observées et comparées avec celles de Pragne. La comparaison des années 1851—1858 et de 1858—1863 me fait penser qu'à St. Pétersbourg c'est bien le même baromètre avec lequel sont faites les observations du Bulletin et celles qu'on trouve à l'annuaire de M. KUPFFER; j'avais donc douze à treize années pour bien établir la marche à St. Pétersbourg en comparant les mêmes années de Varsovie, dont les observations sont communiquées dans le journal.

Ces observations sont absolument les mêmes que celles qui depuis sont publiées par le Bulletin de l'observatoire impérial de Paris.

C'est bien rare malheureusement qu'on trouve identiques les observations d'un même lieu publiées dans un autre journal. On ne croirait pas qu'un tel chaos se presentât, mais c'est vrai, j'ai deux Brest, deux Madrid, deux Lisbonne, deux Rome, deux Constantinople, etc. Mais pour revenir à Varsovie, je pus comparer sept à huit années d'observation à St. Pétersbourg publiées à l'Annuaire de M. KUPFFER et encore cinq à six années publiées au Bulletin de M. LEVERRIER. Les deux comparaisons sont assez bien d'accord ensemble. Elles ne diffèrent en moyenne que de 0.18 mm.

De la comparaison de douze à quatorze années de St. Pétersbourg et de Varsovie résulte la petite table dans laquelle comme dans les suivantes les noms des lieux sont très abrégés:

ST. PÉTERSBOURG COMPARÉ AVEC VARSOVIE.

	Dec.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Diff. moyenne de St. Pét.-Vars.....	8.57	8.16	8.85	9.07	10.09	10.00	9.19	8.24	7.98	7.75	8.10	8.59
Normale de Vars.	50.99	51.04	50.47	49.07	48.80	49.06	49.38	49.15	49.88	51.36	51.30	50.32
Normale St. Pet. deduite de Vars..	59.56	59.20	58.82	58.14	58.89	59.06	58.57	57.44	57.86	59.11	59.40	58.91
St. Petersb. 23 ans.	58.88	59.10	57.06	57.96	58.77	59.49	57.29	56.81	59.05	59.50	58.50	59.64

La moyenne est moindre que celle des cinq années 1858—1863 de 0.64 mm. Cependant dans *le Bulletino Romano* on a communiqué que rien n'est changé dans les observations.

Toutefois je pense que les observations du Bulletin auront été publiées assez longtemps pour m'autoriser à adopter trois dixièmes de plus pour la valeur normale de chaque mois. Si l'on se rappelle que dans ces contrées le mois de Novembre dernier a fourni une pression barométrique de plus de 18 millimètres au dessus de la normale, on conviendra qu'il faut plusieurs années pour être certain de quelques dixièmes dans les moyennes de chaque mois séparément. Donc je n'ose pas ajouter les 0.64, mais seulement 0.3, puisque la comparaison des années antérieures ne me donnent que 0.18 en faveur des dernières. On trouve de cette manière (si je dis la normale de St. Pétersbourg en tant qu'elle est déduite de Varsovie: P de V, et en tant qu'elle résulte d'observations faites à St. Pétersbourg: P de P ou P P) ce qui suit:

Norml. St. Petersb. $\frac{\text{P de V} + \text{P.P}}{2} + 0.3$	59.52	59.45	58.24	58.38	59.19	59.58	58.23	57.42	58.76	59.80	59.25	59.55

Après St. Pétersbourg c'est Moscou qui est la station la plus intéressante du Bulletin, puisque cette ville est la plus orientale de l'Europe dont je reçois les observations. Or il est évident que si on a des observations simultanées faites à plusieurs lieux, ce sera toujours le lieu le plus près du centre, pour lequel on pourra donner la détermination la plus précise. Donc si une fois la pression atmosphérique à Moscou est bien établie, on la connaîtra très-vite pour tout le terrain entre Varsovie, St. Petersbourg, Moscou, Constantinople.

Eh bien, nous tâcherons de faire quelque chose pour l'ancienne capitale. — On a déjà une série d'observations à Moscou, je vais encore la mettre en rapport avec d'autres lieux. Pour cela j'ai cherché la différence avec St. Pétersbourg et avec Varsovie. Pour cette comparaison j'avais encore quelques observations de M. SCHWEIZER. Je trouve en moyenne :

MOSCOU AVEC ST. PÉTERSBOURG ET VARSOVIE.

	Dec.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Différ. moyenne St. Pet.—Mosc...	10.46	10.59	10.40	10.51	10.96	12.43	12.87	13.02	12.24	11.37	10 65	10.15
Norm. St. Petersb.	59 52	59.45	58.24	58.38	59.19	59.58	58.23	57.42	58.76	59.80	59.25	59.58
Mosc. de St. Pet.	49.06	48.86	47.84	47.87	48.23	47.15	45.36	44.40	46.52	48.43	48.60	49.43
Varsov.—Mosc...	2.03	2.41	2.00	1.39	0.84	2.43	3.68	4 78	4.66	3.69	2.68	1.70
Normale Varsov..	50.99	51 04	50.47	49.07	48.80	49.06	49.38	49.15	48.88	51 36	51.30	50.32
Mosc. de Varsov..	48.96	48.63	48.47	47.68	47.96	46.63	45.70	44.37	44.22	47 67	48.62	48.62

Vingt années d'observation communiquées au *Bulletino Romano* 31 Maggio 1862, Vol I, p. 53, donnent :

Moscou..........	47.38	48.36	43.79	44 89	44.89	45.92	42.52	43.16	45.71	47.72	47.81	48.70

Les dernières valeurs sont trop basses. Donc je les augmenterai d'un millimètre = la différence entre la moyenne

de l'année de cette série et de celle des autres déterminations y comprise la hauteur moyenne des cinq dernières années à la quelle la normale doit être rapportée. Il reste maintenant à prendre la moyenne des trois déterminations; on a :

	Dec.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov
Moyenne normale Moscou........	48.80	48.95	47.13	47.15	47.86	46.90	44.86	44.81	45.82	48.27	48.51	49.25

Je suis d'accord avec M. SECCHI (*Bulletino Romano*, 15 Julio) que la hauteur à laquelle on a observé à Moscou est probablement de 142 mètres au dessus du niveau de la mer. Dans cette supposition la hauteur barométrique correspond parfaitement avec celle du Helder à 53° de latitude septentrionale. Je puis supposer aussi que les vingt années mentionnées sont d'autres années que celles de 1858—1863 et si le *Bulletino Romano* en donnait la certitude, j'aurais pu combiner les vingt années avec ces cinq dernières années. Si pourtant plusieurs de ces cinq années ressortent sous ces vingt années, elles auraient eu une trop grande influence. Ce n'est pas ma faute qu'on est si extrêmement négligent avec les observations barométriques, qu'on ne se donne pas même la peine de dire en quel endroit elles ont été faites et dans quelle année, si de plus on publie d'un même lieu, sans en indiquer la cause, des hauteurs barométriques qui diffèrent 1 millimètre en plus ou en moins.

Maintenant j'avais à déterminer les normales de Nicolajew et Odessa. Les séries de huit années, dont le résultat se trouve au *Bulletino Romano* 31 Maggio 1863, sont trop courtes pour faire bien connaître les normales. D'ailleurs les moyennes de ces observations diffèrent beaucoup des moyennes du Bulletin russe. Le premier lieu a eu un baromètre qui marquait trois millimètres plus haut,

le second marquait trois mm. plus bas. C'est pour cela que je prends la moitié d'Odessa plus Nicolajew: $\frac{\text{Od.} + \text{Ni}}{2}$, normale d'un lieu imaginaire si l'on veut, et je cherche la différence de $\frac{\text{Od.} + \text{Ni}}{2}$ avec Moscou et séparément avec Varsovie. Ces deux déterminations combinées avec les observations des huit années donnent la normale $\frac{\text{Od.} + \text{Ni}}{2}$, et il est très-facile d'en déduire Odessa et Nicolajew séparément. Après cette élucidation on comprendra facilement le calcul qui suit.

La comparaison avec Moscou donne:

	Dec.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Nic. de Moscou..	61.14	61.90	59.80	58.22	57.18	57.09	55.28	55.52	57.87	60.11	60.15	60.52
Od. de Moscou...	56.48	57.62	55.55	54.49	53.31	53.52	51.74	50.98	53.57	56.36	56.22	56.95
$\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$ de Mosc.	58.81	59.76	57.68	56.36	55.24	55.28	53.48	53.25	55.47	58.23	58.19	58.48

La comparaison avec Varsovie fournit:

Nic. de Varsov...	61.43	61.58	61.14	58.74	57.78	57.10	56.41	55.91	55.84	59.58	60.39	60.03
Od. de Varsov...	56.77	57.30	56.89	55.01	53.90	53.09	53.02	51.87	52.04	55.82	56.45	55.94
$\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$ de Vars.	59·10	59.44	59.02	56.88	55.90	55.09	54.72	53.89	53.93	57.70	58.42	57.99

On a d'après le Bulletino Romano:

$\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$	59.80	59.54	57.01	56.98	54.98	55.05	54.10	53.57	54.77	56.70	57.86	59.92

Donc les trois déterminations nous donnent en moyenne:

Norm. $\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$ ..	59.24	59.58	57.90	56.74	55.40	55.14	54.10	53.57	54.72	57.54	58.16	58.63

ce qui diminué de 1.56 mm., puisqu'il faut que la moyenne d'Odessa soit égale à 45.14 comme celles des cinq dernières années, nous fournit:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm. Odessa....	57.68	58.02	56.34	55.18	53.84	53.58	52.54	52.01	53.26	55.98	56.60	57.07

et ce qui augmenté de 1.44 mm., pour avoir la normale à la hauteur de la moyenne de Nicolajew, donne:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm. Nicolajew.	60.68	61.02	59.34	58.18	56.84	56.58	56.54	55.01	56.16	58.98	59.60	60.07

D'une manière analogue j'ai calculé les différences de Kiew, de Reval, de Riga, de Helsingfors, avec Varsovie, Moscou et St. Pétersbourg en ajoutant après les valeurs normales de ces lieux et j'ai trouvé:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Kiew de Moscou.	47.73	47.89	45.69	44.97	44.60	44.48	43.10	43.43	45.34	47.73	47.66	48.04
Kiew de St. Pét.	47.98	47.80	46.40	45.69	45.44	44.99	43.83	43.81	47.10	48.93	49.02	48.16
Normale moyenne.	47.86	47.85	46.04	45.33	45.02	44.73	43.47	43.62	46.22	48.33	48.34	48.10

En procédant toujours de la même manière pour Réval et Riga je trouve:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm de Réval de St. Pétersb. ...	58.62	58.76	56 57	56.94	57.73	59.35	57.94	57.81	58.14	59.07	58.34	58.83

Pour Riga les différences sont si petites que je n'aurais pas été loin de la vérité, si je n'avais pas modifié la marche obtenue pour St. Pétersbourg et que je n'eusse diminué les valeurs que de 0.1. J'aurais obtenu:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm. de Riga de St. Pétersb.....	59.71	59.64	58.84	58.99	60.28	60.39	58.96	57.52	58.54	59.19	58.98	59.36

Pour Helsingfors je ne pus utiliser les observations de la *Correspondance Météorologique de* M. KUPFFER sans réduction partielle, car je vis qu'à partir de Mars 1855, (sans que cela soit indiqué à la tête des colonnes) elles n'étaient plus réduites à 0° comme auparavant et comme les

autres observations. Donc après y avoir eu égard je trouvai la différence, au lieu actuel d'observation, avec la hauteur à St. Pétersbourg

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
De 1852—1859...	0.76	1.20	0.57	0.23	0.01	0.52	—0.01	0.40	0.35	—0.34	0.85	0.65
De 1859—1868...	2.04	2.22	1.99	2.21	0.90	1.18	1.12	1.59	—0.23	1.52	1.55	2.60

ce qui donne, eu égard au nombre d'années et en prenant le tiers des sommes de trois mois suivants:

en moyenne.	1.89	1.27	1.16	0 74	0.65	0.47	0.66	0.44	0.45	0.53	0.97	1.25
et en définitive pour Helsingfors.	58.11	58.18	57.08	57.60	58 54	59.11	57.61	56.98	58.31	59 36	58.28	58.23

J'ai tiré les observations de 1852—1859 de *l'annuaire* de M. KUPFFER; on y trouve Juillet — Nov. 1859 et de même on trouve ces mois Août — Décemb. 1859 dans le *bulletin*. Les différences des moyennes publiées sont pour ces mois 1.26, 0.33, 0.61, 0.14, 0.31 en moyenne 0.72. C'est un des exemples des difficultés auxquelles je faisais allusion (p. 335). La hauteur finale de Helsingfors devait être celle que les dernières observations publiées au bulletin fournissent et le résultat de la dernière ligne satisfait à cette condition; donc il était un peu dangereux d'appliquer une correction.

Par bonheur j'ai reçu assez à temps les observations de Nyné-Taguilsk (Gouv. de Perm) aux Monts Oural, de 1861 et 1862. Ces observations ont été imprimées d'une manière très-bonne et commode dans un recueil annuel et publiées à Paris, imprimerie de J. CLASJE. Réunies aux années 1858, 1859, 1860 elles nous peuvent donner pour première approximation la marche annuelle du baromètre en ce lieu oriental.

J'ai trouvé les différences moyennes avec St. Pétersbourg,

P—N............	13.54	10.02	12.63	8.98	11.95	17.63	20 25	18.06	19.61	17.21	15.46	15.51

et en joignant au résultat d'un mois celui du mois précédent et du mois suivant selon ma méthode, j'ai obtenu:

Nyne-Taguilsk déduit de St. Pétersbourg:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
P—N............	13.02	12.06	10.54	11.19	12.85	16.61	18.65	19.31	18.29	17.43	16.06	14.54
Norm. à St. Pét..	59.52	59.45	58.24	58.38	59.19	59.58	58.23	57.42	58.76	59.80	59.25	59.58
Normale de Nyne.-Tag...........	746.5	747.4	748.9	747.2	747.2	742.8	739.6	738.8	740.5	742.1	743.1	744.5

Elle peut être exacte à un ou deux millimètres près. Pour indiquer cette incertitude j'ai supprimé les centièmes. En calculant j'ai remarqué qu'à Nyne-Taguilsk l'écart de la pression barométrique en Novembre 1862 a été + 16.5 millimètres. Donc la très-grande pression barométrique qui d'après *l'Annuaire météorologique des Pays-Bas* se faisait sentir à Varsovie, Königsberg, Dorpat, St. Pétersbourg, tandis que les écarts étaient nuls ou négatifs au Sud et Sud-ouest de l'Europe, s'étendait jusqu'à ce lieu oriental, et même bien au delà.

Pour la détermination de la hauteur barométrique en France je suis beaucoup obligé à M. le Professeur DAGUIN et à la Societé d'agriculture pratique qui m'a fourni les observations de 1839—1863, savoir les moyennes mensuelles individuelles. J'ai pu les comparer avec celles de Génève de 1847—63 et avec celles du Helder 1845—63. Toute réduction faite au lieu d'observation actuel, on a:

Toulouse dérivé du Helder 1845—1863.

T déduit du H...	46.74	46.76	45.91	46.23	45.80	44.03	46.32	46.25	46.72	45.50	45.72	44.04

Toulouse de Génève 1841—1863.

T déduit de G...	45.22	46.68	45.06	45.46	43.42	44.48	46.14	45.75	46.17	46.15	44.95	45.16

Toulouse selon les observations depuis Janv. 1839 jusqu'à Avril 1863.

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill	Août	Sept.	Oct.	Nov.
T. T...-.........	47.25	46.91	46.09	45.88	44.00	43.94	45.90	46.79	46.47	45.79	45.02	44.74
	46.40	46 76	45.68	45.69	43.74	43.18	46.12	47.26	46.45	45.81	45.23	43.64

Tout récemment après que j'avais fait ce calcul M. PÉTIT a publié dans les *Comptes Rendus* LV, p. 749, les moyennes barométriques pour Toulouse. Ces chiffres diffèrent de quelques dixièmes avec mon résultat T T. c. a. d.

M. PÉTIT donne:

T. T............	47.28	46.82	45.72	45.26	43.67	43.94	45.89	46.63	46.27	45.62	44.94	44.76

La différence s'explique facilement: en premier lieu puisqu'ils sont réduits à une autre hauteur au-dessus du niveau de la mer, en second lieu puisque j'ai quelques mois de plus. Il n'y avait pas raison pour refaire mon calcul, la différence au résultat final aurait été fort minime et je n'avais pu comparer les données de M. PÉTIT pour Toulouse avec le Helder et Génève, puisque M. PÉTIT n'a publié que le résultat moyen.

La différence moyenne des observations de Toulouse avec celles de Paris dans les mêmes cinq années 1858—1862 selon le Bulletin de l'observatoire Impérial de Paris est comme il suit:

Cinq ans.........	16.29	16.97	17.91	15.98	17.72	17.83	16.24	16.44	16.48	16.61	16.97	19.26

en moyenne 17.06.

D'une manière analogue à celle dont j'ai fait le calcul pour Toulouse j'avais déduit la marche à l'observatoire Impérial de Paris, qui est mise à la base du calcul des écarts dans l'annuaire de l'Institut des Pays-Bas. Je ne

publie pas encore cette marche normale de Paris puisque les observations a Paris ont été interrompues et que je préfère d'attendre encore une ou deux années pour la fixer définitivement. Au moment je dis seulement que la moyenne de l'année est de 762.43 mm. Voyons comment nous mettons en rapport ces résultats. Les observations à Toulouse ont été faites à diverses hauteurs à 163, à 198, à 195 mètres au-dessus du niveau de la mer. La hauteur actuelle paraît être de 195 mètres. En tout cas il me faut réduire mon résultat à peu près à la pression moyenne annuelle de 745.01, qui est la moyenne des observations des dernières huit années publiées dans le *Journal d'Agriculture pratique et d'économie rurale*, pour le midi de la France.

Si l'on soustrait de la hauteur moyenne à Paris : 762.43
la hauteur moyenne des dernières années à Toulouse : 745.01
on obtient la différence 17.42 au lieu de . . . 17.06.

Je diminue la hauteur pour Paris de 0.1 mm., je prendrai Toulouse = 745.11, donc différence Paris — Toulouse 17.22. De cette manière la différence est à peu près divisée en trois parties égales et il faut diminuer en définitive la pression trouvée pour Toulouse à la hauteur du lieu actuel d'observation (ma moyenne de p. 343) de 0.5 millim., de sorte qu'on obtient :

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm. de Toulouse	45.90	46.27	45.19	45.19	43.24	43.65	45.62	45.76	45.95	45.31	44.73	44.[illegible]

En ajoutant maintenant les deux marches normales de Paris et de Toulouse, j'obtiens:

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
$\frac{\text{Paris} + \text{Toulouse}}{2}$.	54.03	54.26	53.91	54.22	52.07	52.70	54.22	54.17	54.55	54.40	53.30	52.88

On voit que dans ce résultat est implicitement contenue la marche normale de Paris que j'ai dit p. 346 de ne pas donner explicitement. A chacune de ces douze valeurs on pourrait ajouter les différences moyennes de l'année entière que les autres endroits de la France présentent avec Paris, si l'on veut comparer les pressions observées et publieés dans le Bulletin et en calculer les écarts; car le temps n'est pas encore venu pour pouvoir apprécier les différences mensuelles et pour fixer de la sorte une marche un peu différente pour le midi de cells pour l'est ou pour le nord de la France. Pour moi j'ai calculé les valeurs barométriques pour chaque jour de l'année pour le lieu imaginaire $\frac{\text{Pa.} + \text{To.}}{2}$ par l'interpolation ou par la formule de BESSEL pour tous ces lieux. C'est cette valeur normale que je mettrai à la base de mon calcul des écarts pour les différentes stations de la France à commencer de Décembre 1863, le premier mois de l'année météorologique 1864. Or pour avoir la normale de chaque jour pour un lieu quelconque je n'ai qu'à ajouter la différence, qui se trouve dans la dernière colonne de la table suivante, dans laquelle les différences moyennes pour l'année entière sont déduites du même bulletin. J'ajoute que les différences avec Paris sont déduites de toutes les observations publiées dans le Bulletin pendant six ans à peu près. Les résultats des différentes années à l'exception de celui pour Alger s'accordent parfaitement bien.

Différence moyenne avec Paris, Toulouse et $\frac{Pa. + To.}{2}$

Paris	= Paris + 0	Toul. + 17.0	$\frac{Pa + To}{2}$ + 8.5
Dunkerque	= 〃 — 0.8	〃 16.2	〃 7.7
Mezières	= 〃 + 0.4	〃 17.4	〃 8.9
Strasbourg	= 〃 + 0.7	〃 17.6	〃 9.1
Le Havre	= 〃 — 0.9	〃 16.1	〃 7.6
Brest α	= 〃 — 1.3	〃 15.4	〃 7.0
Brest β	= 〃 — 5.6	〃 11.5	〃 3.0
Nap. Vendée	= 〃 + 2.0	〃 19.0	〃 10.5
Limoges	= 〃 + 2.2	〃 19.2	〃 10.7
Montauban	= 〃 + 0.1	〃 17.1	〃 8.6
Bayonne	= 〃 + 1.0	〃 18.0	〃 9.5
Lyon	= 〃 + 1.4	〃 18.4	〃 9.9
Besançon	= 〃 + 1.0	〃 18.0	〃 9.5
Cherbourg	= 〃 — 2.7	〃 14.3	〃 5.8
Lorient	= 〃 — 2.3	〃 14.7	〃 6.2
Rochefort	= 〃 + 0.5	〃 17.5	〃 9.0
Montpellier	= 〃 — 0.2	〃 16.8	〃 8.3
Marseille	= 〃 — 0.5	〃 16.4	〃 8.0
Toulon	= 〃 — 1.0	〃 16.0	〃 7.5
Avignon	= 〃 — 1.4	〃 15.6	〃 7.1
Alger	= 〃 + 3.9	〃 20.6	〃 12.3
Toulouse	= 〃 —17.0	〃 0	〃 —8.5

On voit en comparant les nombres de la première colonne que pour la plupart des lieux la hauteur à laquelle on a observé, n'est pas connue d'une manière exacte, ou bien que les baromètres ne sont pas comparés. Je ne m'étonne point de ce que la moyenne d'Alger soit si forte, car Alger est très près de la ligne de pression maximum; mais de ce que l'augmentation de pression de Paris à Alger soit si irrégulière. Si on avait pris cette précaution on devrait voir une diminution régulière de la hauteur moyenne du Sud au Nord de la France, de l'Occident à l'Orient comme mes recherches m'ont montré ce résultat entre les villes des Pays-Bas: Groningue, le Helder, Utrecht, Maastricht. On n'a pas

beaucoup d'observations là-dessus. Après ce que M. HANSTEEN a publié, on n'a pas continué ces recherches, comme M. DOVE a fait pour le thermomètre, et on ne possède de données que dans les publications de l'Institut Royal Météorologique des Pays-Bas, dont une partie est extraite par M. SCHMID dans son grand ouvrage et dont l'original se trouve dans les *Uitkomsten van Wetenschap en Ervaring omtrent de verschijnselen op den Oceaan,* où M. ANDRAU, Directeur de la section maritime de l'Institut Royal Météorologique des Pays-Bas a publié des moyennes barométriques à diverses latitudes selon les observations des navires hollandais, faites avec des baromètres comparés. On trouve encore des communications et des considérations très-intéressantes dans le mémoire très-récemment publié de M. A. MÜHRY. M. D. *Beiträge zur Geophysik und Klimatographie,* Heft I.

Pour l'Angleterre, Madrid et Lisbonne, je puis ajouter Constantinople, je m'abstiens encore d'une détermination plus rigoureuse que celle qui se trouve dans mon mémoire cité sur la marche annuelle. Pour l'observatoire Royal de Madrid sous la Direction de M. A. AQUILAR, dont les observations témoignent d'accuratesse, je veux calculer encore la normale. La différence de neuf années et quelques mois, 1 Dec. 1853 — 31 Mai 1863 est en moyenne:

AVEC LES OBSERVATIONS DE TOULOUSE.

	Dec.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Toul.—Madrid...	38 44	38.75	38.77	39 22	38.66	38.70	38.75	39.00	39.00	38.64	38.34	38.25
Norm. Toulouse..	45.90	46.27	45.19	45.19	43.24	43.65	45.62	45.76	45.95	45.41	44.73	44.48
Madrid	7.46	7.52	6.42	5.97	4.58	4.95	6.87	6.76	6.95	6.77	6.39	6.28

La moyenne pour l'année entière est de 706.03, les der-

nières dix années ont donné 706.43; or la différence de 0.4 mm. n'est pas grande. On voit comme il serait à souhaiter que toutes les observations fussent aussi bonnes que celles de l'observatoire à Madrid. Une dizaine d'années suffit alors à la détermination de la pression atmosphérique, si seulement on n'applique pas des corrections dont on ne soit pas parfaitement sûr *).

Je me contente de ceci et je ne vais pas plus loin en communiquant une normale pour Lisbonne, puisque j'ai l'espoir d'avoir bientôt beaucoup plus de données, qui pourraient rendre nécessaire une nouvelle détermination peu différente peut-être, mais pourtant une nouvelle détermination. Or il est préférable d'attendre encore, et de ne pas changer si souvent la marche normale. Si seulement une fois on admet le principe mis en tête de cette note et du mémoire sur la marche annuelle, le principe qu'il faut comparer les observations simultanées non réduites, faites à chaque lieu avec un même instrument, on fera de rapides progrès, car tout le monde s'aidera mutuellement à l'appliquer.

La persuasion de la nécessité absolue d'une corporation et communication mutuelle devient de jour en jour plus forte. Les journaux cités plus haut et d'autres encore: *Le Repertorium de* M. KÄMTZ, *La gazette médicale d'orient,*

---

*) J'avais écrit la même remarque que j'ai depuis faite à M. LE VERRIER et qui est publiée par ce savant célèbre dans le Bulletin de l'Observatoire Impérial du 15 Dec. 1863 M. AQUILAR m'a répondu très-obligeamment, m'a fait connaître la formule barométrique par laquelle il réduit toutes les hauteurs observées en supposant qu'au niveau de la mer la température serait plus élévée de 4° C. Or en premier lieu je dis que c'est une supposition gratuite qui ne doit pas être entremêlée aux valeurs données comme des observations, et en second lieu je dis que ce n'est pas la même chose si Madrid fût situé au haut d'une tour de 665 mètres ou, comme c'est le cas en réalité, sur un plateau dans le voisinage de montagnes.

les *Proceedings of the British Meteorological Society* contiennent tous des investigations ou bien des observations. M. PLANTAMOUR a calculé et publié pour ces dernières années les écarts simultanés á Génève et au St. Bernard précisément comme ils sont contenus aux annuaires de l'Institut Royal Météorologique des Pays-Bas, depuis 1855, seulement je crois mieux connaître que lui la marche normale, puisque j'ai appliqué le principe de comparaison d'observations simultanées. Encore le mémoire de M. HENRY STARK-EATON ESQ, *Average height of the barometer in London for 83 years,* contient des données qui, combinées avec les séries d'observations à Manchester, Nottingham et les observations journalières du système de l'Amiral Fitz Roy, auront une haute valeur pour la connaissance de la pression atmosphérique en Angleterre. Que donc tous les Météorologistes se tendent les mains, et que l'Europe au lieu de suivre des conseils inconsidérés venant de l'Amérique, donne au contraire un exemple à l'Amérique, comment il faut mettre en rapport les observations simultanées du Baromètre ; comme M. DE HUMBOLDT, DOVE et d'autres ont montré le chemin à M. ESPY et BLODGET, comment il fallait coordonner et mettre en rapport mutuel les observations du thermomètre en divers lieux.

NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE DE SIAM

PAR

P. BLEEKER.

Il y a déjà plus de quatre ans que j'ai publié quelques données sur la faune ichthyologique de Siam. Dans la séance de la Société Royale des Sciences aux Indes Orientales Néerlandaises du 30 Mars 1859 *) j'ai communiqué quelques observations sur ce sujet d'après les dessins de poissons de Siam faits par M. LE COMTE FRANCIS DE CASTELNAU. Le principal but de cette communication n'était que d'indiquer la grande affinité de la faune ichthyologique du Meinam, le grand fleuve de Bangkok, avec celle des fleuves de Bornéo et de Sumatra. J'ai indiqué la grande ressemblance de ses faunes par l'énumération des espèces du Meinam que l'exactitude des dessins de M. DE CASTELNAU m'a permis de reconnaître, et ces espèces n'étaient pas moins de 35, savoir:

Anabas scandens CV.
Osphromenus olfax Comm.
Trichopus trichopterus CV.
Trichopus striatus Blkr.
Helostoma Temmincki K. v. H.
Ophicephalus striatus Bl.

---

*) *Natuurk. Tijdschr. Nederl. Indië.* Tom. XX. p. 101—102.

Ophicephalus lucius K. v .H.
〃 Stevensi Blkr.
Datnioides polota Blkr.
〃 microlepis Blkr.
Ambassis Wolffi Blkr.
Rhynchobdella ocellata CV.
Macrognathus erythrotaenia Blkr.
〃 maculatus Blkr.
Arius coelatus Val.
〃 truncatus Val.
Hemibagrus nemurus Blkr.
Pangasius macronema Blkr.
Wallago attu Blkr.
Micronema hexapterus Blkr.
〃 typus Blkr.
Plotosus canius Ham. Buch.
Clarias batrachus Val.
Morulius chrysophekadion Blkr.
Rohita (Rohita) melanopleura Blkr.
〃 (〃) borneënsis Blkr.
Puntius (Barbodes) rubripinnis Blkr.
〃 (Puntius) bulu Blkr.
Amblyrhynchichthys truncatus Blkr.
Balantiocheilus melanopterus Blkr.
Rasbora dusonensis Blkr.
Macrochirichthys uranoscopus Blkr.
Stolephorus melanochir Blkr = Engraulis melanochir Blkr.
Coïlia borneënsis Blkr.
Tetraodon leiurus Blkr.

J'ai vu à Batavia, dans l'Album des poissons de Siam de M.- DE CASTELNAU, les dessins de plus de cent autres espèces qui, presque toutes marines, habitent aussi les côtes de Bornéo, de Java et de Sumatra. Si alors je ne les ai pas fait connaître c'est parce que j'espérais que M.- DE CASTELNAU eût l'intention de publier les nombreuses observations qu'il avait faites lors de son séjour à Siam, mais il est à regretter que cette espérance ne se soit pas réalisée.

Une circonstance heureuse a de nouveau porté mon attention sur cette matière. M.- BOCOURT vient de rapporter de Siam de riches collections d'histoire naturelle qu'il a déposées au Musée du Jardin des plantes, et le conseil administratif de ce Musée m'a fait l'honneur de me charger de l'examen d'une partie des collections ichthyologiques. Les espèces déjà examinées et dont j'ai déjà envoyé le catalogue à mon savant ami M.- AUG. DUMÉRIL, appartiennent toutes, à l'exception d'un individu de Rhynchobdella

ocellata CV., aux familles des Siluroïdes, des Chacoïdes et des Hétérobranchoïdes. Elles sont au nombre de 19, tandis que les espèces de ces familles que j'ai énumerées d'après l'Album de M.- DE CASTELNAU ne montent qu'au chiffre de 9. Plusieurs espèces sont donc à ajouter aux formes déjà connues et ces espèces n'ont fait que confirmer la grande analogie dont j'ai parlé ci-dessus.

J'ai retrouvé parmi ces espèces l'Arius coelatus Val., le Hemibagrus nemurus Blkr, le Pangasius macronema Blkr, le Wallago attu Blkr, le Plotosus canius Ham. Buch. et le Clarias batrachus Val., figurés déjà dans l'Album de M.- DE CASTELNAU, mais toutes les autres sont nouvelles pour la connaissance de la faune de Siam. De ces espèces les suivantes habitent aussi les îles la Sonde: Hypselobagrus Wolffi Blkr, Pseudobagrichthys macracanthus Blkr, Pseudobagrichthys macropterus Blkr, Hemipimelodus borneënsis Blkr, Ketengus typus Blkr, Belodontichthys macrochir Blkr, Callichrous bimaculatus Swns. et Clarias leiacanthus Blkr. Des espèces, qui restent, le Hypselobagrus tengara Blkr et le Saccobranchus fossilis Blkr sont déjà connus du Bengale, tandis que trois autres sont nouvelles pour la science savoir un Pangasius, un Micronema et le type d'un genre nouveau que j'ai nommé Heterobagrus et dont la description va suivre.

J'ai cru devoir dédier cette espèce de Heterobagrus à M.- BOCOURT. Quant-aux nouvelles espèces de Pangasius et de Micronema, M.- BOCOURT ayant exprimé son désir de se réserver la description d'une ou de deux des espèces soumises à mon examen, je ne fais ici que les indiquer et noter que le Pangasius se distingue par une grande tache postscapulaire noire et que le Micronema est voisin du Micronema typus Blkr, mais s'en distingue suffisamment par une tête relativement plus large et par une bandelette transversale violette sur la base de la caudale.

Je ne donne donc ici que la description du genre Heterobagrus et de son espèce type.

Le genre appartient à la sousfamille des Bagriformes, au Stirps des Bagrini et au Phalanx des Bagri, tels que j'ai établi ces coupes dans le 2e volume de mon Atlas ichthyologique des Indes Orientales Néerlandaises.

HETEROBAGRUS Blkr.

Dentes maxillis et vomero-palatini pluriseriati parvi acuti, vomero-palatini in vittam semilunarem continuam dispositi. Cirri inframaxillares margini maxillae anteriori approximati. Oculi liberi subverticales. Caput compressum, scuto granoso, rostro conico. Crista interparietalis granosa os interspinosum attingens. Dorsum valde compressum. Pinna adiposa elongata. Spinae osseae, dorsalis gracilis longissima edentula, pectorales crassae postice serratae. Pinna analis brevis mediae adiposae circiter opposita. Radii pinnarum semipinnati. Cauda elongata. Caudalis biloba. B. 8. D. 1/7.

Heterobagrus Bocourti Blkr.

Heterobagr. corpore elongato compresso antice altiore quam lato, altitudine $4\frac{1}{2}$ circiter in ejus longitudine absque, 6 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; capite depressiusculo acuto $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{1}{4}$ in longitudine corporis absque, $5\frac{5}{6}$ circiter in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine et latitudine capitis $1\frac{3}{5}$ fere in ejus longitudine; linea rostrodorsali vertice concava, nucha, fronte rostroque convexa; oculis lateraliter spectantibus, diametro 4 circiter in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{5}$ circiter distantibus; scuto capitis granuloso granulis confertis aequalibus irregulariter collocatis, sulco longitudinali basin cristae interparietalis attingente diviso

Rem. Ce type nouveau tient le milieu entre les genres Hypselobagrus, Pseudobagrichthys et Bagrichthys. Si l'on n'en voyait que la tête, on n'hésiterait pas de le rapporter au Hypselobagrus. Si, au contraire, l'on ne tenait compte que du dos et des nageoires dorsales, on ne pourrait manquer d'y voir un Bagrichthys. Et si l'on n'en observait que la moitié postérieure du corps, tous les Silurologistes y verraient un Pseudobagrichthys. Mais on ne saurait rapporter l'espèce à aucun de ces types, parce qu'elle ne présente ni la dentition ni l'organisation des barbillons, ni la dentition de l'épine dorsale des Bagrichthys et des Pseudobagrichthys, ni la construction des rayons, ni la position reculée de l'anale, ni l'armature de l'épine dorsale des Hypselobagrus. C'est un type parfaitement distinct, que j'ai nommé Heterobagrus, à cause des déviations citées de l'organisation des types nommés.

Les couleurs de l'unique individu rapporté par M.- BOCOURT ont beaucoup souffertes, mais il me semble qu'elles ont dû êtres brunes ou brun-violâtres. Du reste l'individu est assez bien conservé.

Les espèces de Silures actuellement connues de Siam sont les suivantes.

1. Arius coelatus Val. = Cephalocassis coelatus Blkr ol.
2. 〃 truncatus Val. = Cephalocassis truncatus Blkr ol
3. Hemipimelodus borneënsis Blkr.
4. Ketengus typus Blkr.
5. Pseudobagrichthys macracanthus Blkr.
6. 〃 macropterus Blkr.
7. Heterobagrus Bocourti Blkr.
8. Hypselobagrus tengara Blkr. = Bagrus tengara Val.
9. 〃 Wolffi Blkr.
10. Hemibagrus nemurus Blkr = Bagrus nemurus Val.
11. Pangasius . . . . spec. nov. Boc.

12. Pangasius macronema Blkr.
13. Wallago attu Blkr.
14. Belodontichthys macrochir Blkr.
15. Callichrous bimaculatus Swns. = Pseudosilurus bimaculatus Blkr.
16. Micronema typus Blkr.
17. " hexapterus Blkr.
18. " . . . . . Sp. nov. Boc.
19. Plotosus canius Ham. Buch.
20. Saccobranchus fossilis Blkr.
21. Clarias batrachus Val.
22. " leiacanthus Blkr.

Inutile de dire que des recherches ulterieures quadrupleront probablement ce chiffre.

Leide, 14 Juin 1863.

DEUXIÈME NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE

DE

L'ÎLE DE SAPAROUA.

PAR

P. PLEEKER.

Il y a à peu près huit ans que je visitai l'île de Saparoua et que j'y observai quelques poissons dont je publiai une Notice dans le Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch Indië (Tom. X p. 469). Il n'est parlé dans cette notice que de 18 espèces, les premières qu'on connaissait de cette partie de la faune des Moluques. Depuis, rien n'est publié pour élargir le cadre étroit de nos connaissances sur ce sujet. Il est bien à présumer que la faune ichthyologique de Saparoua ne diffère en rien de celle d'Amboine, mais la science en exige la démonstration et il est donc essentiel de rassembler tous les faits qui puissent y contribuer.

J'ai observé au Museé de Leide 19 espèces provenant de Saparoua dont les noms ne figurent pas sur la liste que j'ai publiée en 1855, de sorte que je suis à même de doubler le nombre des espèces connues de cette île et de le porter à 37, dont voici les noms.

1. Ostracion cubicus Bl.
2. Diodon sexmaculatus Cuv. = D. novemmaculatus Cuv.
3. Balistes armatus Lac.
4. 〃 aculeatus Bl.
5. Gastrotokeus biaculeatus Heck. = Solenognathus Blochii Blkr ol.
6. Platophrys pantherinus Blkr = Rhombus pantherinus Rüpp.
7. Cheilinus trilobatus Lac. = Cheilinus tetrazona Blkr.
8. Halichoeres Schwarzi Blkr.
9. 〃 leparensis Blkr.
10. Güntheria trimaculata Blkr = Julis (Hal.) spilurus Blkr.
11. Diapterus macrosoma Blkr = Gerres macrosoma Blkr.
12. 〃 poetie Blkr = Gerres poetie CV.
13. Prochilus bifasciatus Blkr = Amphiprion bifasc. Bl. Schn.
14. Pomacentrus albifasciatus Schl. Müll. = Pomacentrus leucopleura Blkr.
15. Scolopsides bilineatus CV.
16. Plectorhynchus lineatus Blkr = Diagramma lineatum CV.
17. Pimelepterus tahmel Rüpp.
18. Parupeneus pleurospilus Blkr = Upeneus pleurosp. Blkr.
19. Upeneus vittatus CV. = Upeneoides vittatus Blkr.
20. Holacanthus bicolor Bl.
21. Gymnapistus hypselopterus Günth. = Apistus hypselopterus Blkr.
22. Trachynotus Baillonii CV.
23. Scomberoides sancti Petri Blkr = Chorinemus sancti Petri CV.
24. Caranx boops CV. = Selar boops Blkr.
25. 〃 torvus Jen. = Selar torvus Blkr.
26. Citula ophthalmotaenia Blkr = Carangoides ophthalmotaenia Blkr.
27. Harpurus Rüppelli Blkr = Acanthurus Rüppelli Benn.
28. Trichidion kuru Blkr = Polynemus kuru Blkr.

29. Atherina duodecimalis Val.
30. Parapercis cylindrica Blkr = Percis cylindrica CV.
31. Platycephalus Quoyi Blkr.
32. Periophthalmus argentilineatus Val.
33. Albula bananus Val.
34. Clupeoïdes macassariensis Blkr.
35. Harengula melanurus Blkr.
36. " moluccensis Blkr.
37. Stolephorus encrasicholoides Blkr = Engraulis encrasicholoides Blkr.

Leide, Juillet 1863.

NOTICE

SUR QUELQUES POISSONS DE

L'ÎLE GRAND-KEY.

PAR

P. BLEEKER.

Jusqu'ici aucune espèce de poisson n'est connue du petit archipel de Key, groupe d'îles qui est situé au centre des archipels de Goram, des Ténimber et des Arou, qui constituent, avec lui, la partie austro-orientale du grand Archipel des Moluques. Jamais aussi je n'ai reçu moi-même des poissons de ces îles, mais j'ai vu récemment au Musée de Leide quelques espèces qui proviennent de la mer qui baigne l'île de Grand-Key. Quoique ces espèces ne soient qu'au nombre de six, je n'hésite pas d'en donner cette notice, parce que c'est toujours un commencement de connaissance ichthyologique par rapport à cette île. Ces six espèces sont les suivantes: Hemiscyllium trispeculare Rich., Tetraodon kappa Russ., Diodon sexmaculatus Cuv., Antennarius raninus Cant., Vulsus dactylopus Günth. et Parapercis cylindrica Blkr. Les cinq dernières espèces étaient déjà connues

des Moluques, mais le Hemiscyllium trispeculare est nouveau, non seulement pour la faune des Moluques mais aussi pour celle de toute l'Inde archipélagique et n'a été trouvé jusqu'ici que près de la côte nord-ouest de la Nouvelle Hollande. C'est donc une espèce de plus à inscrire sur la liste des poissons de l'Archipel Indien.

Leide, Juillet 1863.

NOTICE

SUR QUELQUES POISSONS DE

L'ÎLE DE NOUSSA-LAUT.

PAR

P. BLEEKER.

Parmi les collections de poissons dont les galeries du Musée de Leide viennent d'être enrichies, j'ai trouvé plusieurs espèces qui proviennent des eaux qui baignent la petite île de Noussa-Laut, située à l'est de l'île de Saparoua et constituant avec cette île et celle de Haroukou les îles dites Uliassers. Ces espèces sont au nombre de 19, dont voici les noms.

1. Gastrotokeus biaculeatus Heck.
2. Corythoichthys fasciatus Kp = Syngnathus haematopterus Blkr.
3. Cheilinus chlorurus Blkr.
4. Halichoeres Schwarzi Blkr.
5. Platyglossus Hoevenii Blkr = Jul. (Hal.) Hoevenii.
6. Julis lunaris Cuv.
7. Prochilus percula Blkr = Amphiprion percula CV.

8. Pomacentrus pavo Lac.
9. Scolopsides leucotaenia Blkr.
10. Pseudomonopterus volitans Blkr = Pterois volitans CV.
11. Scorpaena aplodactylus Blkr.
12. Pelor didactylus Blkr.
13. Tetragonopterus Meyeri Blkr = Chaetodon Meyeri Val.
14. 〃 ornatissimus Blkr = Chaetodon ornatissimus Sol.
15. Chelmon longirostris CV.
16. Genicanthus Lamarcki = Holacanthus Lamarckii CV.
17. Harpurus rhombeus Blkr = Acanthurus scopas CV.
18. Vulsus dactylopus Günth. = Callionymus dactylopus Benn.
19. Trichonotus setiger Bl. Schn.

Ces espèces, quoique toutes déjà connues des Moluques, sont cependant toutes nouvelles pour la connaissance de Noussa-Laut.

Leide, Juillet 1863.

NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE

DES

ÎLES AROU

PAR

P. BLEEKER.

Bien que nos connaissances par rapport aux espèces de poissons qui habitent l'Archipel des Moluques aient fait de notables progrès, elles sont insignifiantes ou nulles par rapport à grand nombre d'îles qui font partie de cet Archipel. On possède déjà de nombreuses données quant à la faune ichthyologique de Banda, d'Amboine, de Céram, de Bouro, de Batjan, de Ternate et de Halmahéra, et on ne sait que peu ou très peu de celle des îles de Morotai, d'Obi, de Goram, de Saparoua, de Noussa-Laut, de Key et de Wagiou et de Rawak, mais de toutes les nombreuses îles qui restent on ne sait absolument rien jusqu'ici par rapport aux poissons qui habitent leurs côtes ou leurs eaux douces, si ce n'est une seule espèce de Manipa et des îles Arou.

Pour ce qui regarde ces dernières îles on n'en connaissait jusqu'ici que le Dascyllus aruanus CV., mais j'ai récemment examiné une collection, faite aux îles Arou, qui, étant assez riche en poissons, me permet d'énumerer une

première série d'espèces qui habitent les mers de ces îles. Ces espèces sont au nombre de 47. Les îles Arou étant celles de l'Archipel des Moluques qui en font les limites austro-orientales, il n'est pas sans intérêt de remarquer que toutes les espèces de la collection habitent aussi les côtes des îles centrales de cet Archipel. Voici les noms de ces espèces.

1. Monacanthus geographicus Cuv.
2. " trichurus Blkr.
3. " tomentosus Cuv.
4. Platophrys pantherinus Blkr = Rhombus pantherinus Rüpp.
5. Achirus pavoninus Lac.
6. Scarichthys auritus Blkr = Scarus naevius CV.
7. Pseudocarus aeruginosus Blkr.
8. Cheilio inermis Rich.
9. Platyglossus Hoevenii Blkr = Julis (Halichoeres) Hoevenii Blkr.
10. Güntheria coeruleovittata Blkr = Julis (Halichoeres) elegans K. v. H.
11. Julis lunaris Val.
12. Stethojulis phekadopleura Günth. = Julis (Halichoeres) phekadopleura Blkr.
13. Glyphidodon antjerius K. v. H.
14. " rahti CV.
15. Heliases ternatensis Blkr.
16. Tetradrachmum aruanum Cant. = Dascyllus aruanus CV.
17. Holocentrus ruber Rüpp. = Holocentr. orientale CV.
18. Therapon Cuvieri Blkr.
19. Lutjanus bottonensis Blkr = Mesoprion botton. Blkr.
20. " decussatus Blkr = Mesoprion decussatus CV.
21. Lethrinus ornatus CV.
22. Dentex griseus Schl.

23. Grammistes orientalis Bl. Schn.
24. Amia bandanensis Blkr = Apogon bandanensis Blkr.
25. 〃 cyanotaenia Blkr = Apogon cyanotaenia Blkr.
26. 〃 fasciata Blkr = Apogon novemfasciatus CV.
27. Apogonichthys polystigma Blkr.
28. Parupeneus trifasciatus Blkr = Upeneus trifasciatus CV.
29. 〃 barberinus Blkr = Upeneus barberinus CV.
30. Pseudomonopterus antennatus Blkr = Pterois antennata CV.
31. Scorpaena aplodactylus Blkr.
32. 〃 polyprion Blkr.
33. Scorpaenopsis gibbosus Blkr.
34. Tetragonopterus vittatus Blkr = Chaetodon vittatus Bl.
35. Teuthis puella Günth. = Amphacanthus puella Schl.
36. Rhombotides lineatus Blkr = Acanthurus lineatus Lac.
37. Leiognathus edentulus Blkr = Equula ensifera CV.
38. Parapercis cylindrica Blkr = Percis cylindrica CV.
39. Gobius notacanthus Blkr.
40. Batrachus diemensis Rich.
41. Cannorhynchus immaculatus Blkr = Fistularia immaculata Comm.
42. Plotosus anguillaris Lac.
43. Mastacembelus giganteus Blkr = Belone cylindrica Blkr.
44. Saurida nebulosa Val.
45. Gymnothorax isingleenoides Blkr = Muraena isingleenoides Blkr.
46. 〃 tessellatus Blkr = Muraena tessellata Rich.
47. Gymnomuraena micropterus Blkr = Uropterygius micropterus Blkr.

La Haye, Août 1863.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 28sten NOVEMBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, H. J. HALBERTSMA, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, H. C. VAN HALL, J. W. L. VAN OORDT, F. W. CONRAD, D. BIERENS DE HAAN, E. H. VON BAUMHAUER, F. J. STAMKART, J. G. S. VAN BREDA, C. J. MATTHES, J. VAN DER HOEVEN, A. H. VAN DER BOON MESCH, S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, N. W. P. RAUWENHOFF, en van de Correspondenten: de Heer C. SWAVING.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige zitting, verwelkomt de Voorzitter met een woord den Heer SWAVING, Correspondent in Oost-Indië, ter Vergadering aanwezig, onder uitnoodiging van ons dikwijls zijn bijzijn te willen schenken.

De Secretaris berigt, dat de Heeren J. W. ERMERINS, G. VOORHELM SCHNEEVOOGT en de Utrechtsche Leden in 't gemeen, zich hebben verontschuldigd

wegens het niet bijwonen dezer bijeenkomst; laatstgemelden daarin verhinderd door de feestelijke herdenking van Nêerlands herboren onafhankelijkheid, die op den huidigen dag te dier stede plaats vindt.

De Voorzitter herinnert, dat de dag bestemd voor ons eerstvolgend zamenzijn, de 26ste December, gewijd is aan de viering van het Kersfeest, en stelt mitsdien voor, de aanstaande vergadering eene week vroeger of wel later te beschrijven ter keuze van de Leden. Bij stemming blijkt, dat de groote meerderheid (*elf* stemmen tegen *vijf*) den 19den December verlangt, waarbij men zich dus bepaalt.

De Secretaris deelt mede, dat onder dagteekening van 6 dezer van den Heer A. DANIELS, Directeur der Diamantslijperij van den Heer M. E. COSTER, berigt is ontvangen, dat het antwoord op ons aan laatstgenoemden gerigt schrijven ons eerst later zal geworden, nadat de Heer COSTER, thans afwezig, in stad zal teruggekeerd zijn.

Worden gelezen 1°. eene missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken N°. 264, 11de Afd., Spoorwegen, d.d. 9 dezer, inhoudende dat aan het onzerzijds gedane voorstel, dat ter beproeving greenen palen met ruwe petroleum doortrokken, aan de Afdeeling geleverd mogten worden, voor alsnog niet kan worden voldaan.

2°. Een brief van den Heer P. KATER GZ. te Nieuwendam, d.d. 25 dezer, verslag gevende van resultaten van waarnemingen op paalwormen.

Wordt besloten beide stukken te verzenden aan de Commissie tot wering van den Paalworm.

Nog zijn ontvangen, onder geleide van brieven van de H.H. C. VAN DER STERR, Helder 11 dezer, en J. VERHEY, Amsterdam, 10 dezer, *zeven* tabellen van Waterhoogten in het Marsdiep, en *twee* tabellen van Waterhoogten alhier waargenomen; alle welke tabellen naar gewoonte aan de Commissie over de daling van den bodem in Nederland zijn ter hand gesteld.

Worden gelezen missives ten geleide van Boekgeschenken, van de volgende H.H. 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 11 November 1863, 6e Afd. N°. 181); 2°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 7 November 1863, Topographisch Bureau N°. 63, T.); 3°. H. W. DE GRAAF, Secrétaire de la Société entomologique des Pays-Bas (Leiden, 23 November 1863); 4°. E. REUSENS, Bibliothécaire de l'Université Catholique de Louvain (Louvain, Novembre 1863); 5°. GÖPPERT, Präses der Schlesischen Gesellschaft für Vaterländische Cultur (Breslau, 1 September 1863); 6°. DE COLNET D'HUART, Secrétaire de la Société royale des Sciences Naturelles du Grand-Duché de Luxembourg (Luxembourg, 16 Novembre 1863).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en plaatsing der geschenken in de Boekerij.

Eindelijk wordt kennis genomen van een brief van dankzegging voor ontvangen Werken der Aka-

demie, van den Secretaris van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Batavia, 24 Augustus 1863).

Aangenomen voor berigt.

De Secretaris rapporteert, dat de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* geen bezwaar heeft gevonden in de plaatsing der Bijdragen, van ons Medelid P. BLEEKER : *Notice sur quelques poissons de l'île de Harouko* en van Dr. A. SASSE, te Zaandam, *Bijdrage tot de kennis van den schedelvorm der Nederlanders;* beide worden dus in dank aangenomen, en zullen eerlang ter perse gelegd worden.

Wederom biedt de Heer BLEEKER ter opname aan eene *Description de deux espèces inédites de Gnathopogon et de Rasbora de l'île de Java.*

Zal naar de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* verzonden worden.

De Heer H. C. VAN HALL toonde in korte trekken aan, wat er voor de kennis der geneeskrachtige planten onzer koloniën gedaan is; voor de Oost-Indiën veel, door HORSFIELD, BLUME, WAITZ en anderen; voor de West-Indiën zeer weinig.

Door een aantal voorbeelden van medicinale planten uit onderscheidene Afdeelingen toonde hij aan, dat Java vele krachtige geneesmiddelen uit het Plantenrijk bezit, welke daar meer en meer in gebruik behoorden te komen in

plaats van medicamenten die men thans uit Amerika en van elders, over Holland, in onze Oost-Indische Koloniën ontvangt, doch welke door die verzending en langdurige bewaring veel minder bruikbaar zijn dan die welke, versch, op Java zelf worden ingezameld; dat voorts de studie der Oost-Indische medicinale planten ook daarom van veel gewigt is, omdat zij voor de geneeskunde in Europa van belang kunnen worden, weshalve het zeer te wenschen is, dat het onderzoek van de medicinale planten op Java en aangrenzende eilanden, hetwelk reeds tot gewigtige uitkomsten geleid heeft, worde voortgezet en aan de uitoefening der geneeskunde in Europa dienstbaar gemaakt. Zoowel voor het inzamelen dier medicamenten op Java als voor de verzending naar Nederland is gelegenheid genoeg, indien men in Europa zich slechts de moeite wil geven, die krachtige produkten der Oostersche zon met ernst te beproeven en de uitkomsten dier proeven algemeen bekend te maken.

Nopens Suriname en de West-Indische eilanden is veel minder bekend en is de rijke vegetatie dier landstreken nog op verre na niet naar behooren onderzocht. Het ware van belang, dat iemand bepaaldelijk met het onderzoek der Surinaamsche planten, of, liever nog, dat eene Commissie van deskundigen op de plaats zelve hiermede belast werd.

Maar zelfs van hetgeen er in Suriname is en wat men kent, zelfs van datgene, hetwelk men weet, dat een goed handelsartikel zou kunnen zijn, wordt geen genoegzaam gebruik gemaakt. Een aantal nuttige harsen en medicinale basten blijven ongebruikt liggen in de onmetelijke bosschen van Suriname.

De oorzaak van dit weinig gebruik is voor een zeer groot deel toe te schrijven aan de groote duurte van alle arbeidsloon, teweeg gebragt, vooreerst, door het vroeger gemis van vrijheid in den handel, waardoor alles uit Nederland moest worden aangevoerd en alle levensbehoeften in

Suriname hierdoor buitensporig duur waren, wat natuurlijk duurte van alle arbeidsloonen ten gevolge had. Alhoewel thans de aanvoer van alle voortbrengselen met meerdere vrijheid kan geschieden, zoo laten zich de naweeën der vroegere onstaatkundige wijze van handelen nog heden ten dage duidelijk gevoelen, daar eenmaal gewoon geworden prijzen niet spoedig veranderen.

Eene tweede veel gewigtiger oorzaak lag in de *Slavernij*, waardoor veel werk traag of slecht gedaan werd en de beschikbare handen veelal tot het groote werk op de plantaadjes beperkt werden. De vrije arbeidersstand, die door het inzamelen van medicinale gewassen een belangrijken steun in zijn levensonderhoud zoude kunnen vinden, is in deze Kolonie zeer weinig talrijk, daar het getal van vrije Indianen en boschnegers, die men, tegen betaling, tot het werk kan krijgen, zeer gering is en, wat de blanken of andere vrije arbeiders betreft, de vloek der slavernij lag vooral ook daarin, dat *werken* voor een vrij man verachtelijk gehouden werd, omdat men bijna alleen slaven handenarbeid zag doen en men zich hierdoor, arbeidende, eenigzins met slaven gelijk stelde.

Daar nu ook deze oorzaak opgeheven is, voedt de Heer VAN HALL de hoop, dat wij ook in dit opzigt eene betere toekomst tegemoet gaan.

De Heer BLEEKER doet opmerken, dat in de Oost-Indiën van een meer wetenschappelijk onderzoek dan vroeger het geval was, in de laatste twintig jaren met ijver werk is gemaakt geworden, echter niet met dat gevolg dat men er van verwachtte. Intusschen stemt hij, in wêerwil van die min gunstige resultaten, gaarne in met den door den vorigen Spreker geuiten wensch, dat men verder niet in gebreke blijve.

De Heer V. S. M. VAN DER WILLIGEN biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan een derde stukje *Over de constanten van reflexie,* waarin hij zijne proeven meêdeelt op Platinum en Sulfuretum Arsenici en voorts op zwavel, den bruinen of amorphen zoowel als gelen, genomen; welke laatste proefnemingen hem tot het besluit geleid hebben, dat de zwavel veeleer tot de ondoorschijnende dan tot de doorzigtige stoffen behoort gerekend te worden.

Wordt besloten tot verzending aan de Commissie van Redactie.

De Heer VAN DER HOEVEN herinnert het doorzigtige van den gecrystalliseerden zwavel zoo als hij in de natuur voorkomt.

De Heer VAN DER BOON MESCH maakt opmerkzaam daarop: hoe de zwavel gelijk de natuur hem oplevert, bij smelting geheel van aard schijnt te veranderen.

De Heer VON BAUMHAUER merkt aan, dat de zoogenaamde bruine of roode zwavel thans geheel in de wetenschap als vervallen beschouwd wordt, daar gebleken is dat zijne kleur en toestand aan verontreiniging zijn toe te schrijven. Hij noodigt voorts den Heer VAN DER WILLIGEN bij zijn verder onderzoek uit, minder op het verschil van crystallisatie, dan op de twee allotropische vormen bedacht te zijn waaronder de zwavel voorkomt, herkenbaar daaraan of hij al dan niet in zwavelkoolstof oplosbaar is.

De Heer MATTHES betoogt het bestaan van *een zeer naauw verband tusschen eenige kromme lijnen* met name de *Cycloïde*, den *Cirkel*, de *Kettinglijn*

van gelijken weêrstand, de *gewone Kettinglijn* en de *Parabel*, een verband, dat te meer opmerking verdient, omdat het de kromtestralen betreft, die den aard der kromme lijnen het meest kenmerken. De kromtestralen namelijk voor punten waarin genoemde kromme lijnen dezelfde rigting hebben, maken termen uit van eene meetkunstige reeks, bijaldien de toppunten van Cycloïde, Kettinglijnen en Parabel met een punt van den Cirkel zamenvallen, en die lijnen in dat punt de rigting en bovendien de kromming met den Cirkel gemeen hebben.

Daar niemand meer het woord begeert, worden de notulen geresumeerd, en sluit de Voorzitter de Vergadering.
